

CÁC HỆ CÓ CÁC THÔNG SỐ BIẾN ĐỔI

8.1. XÂY DỰNG CÁC QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP

319. Hãy xác định hàm khối lượng của hệ mà chuyển động của nó được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_0 \frac{dx}{dt} + (a_1^0 + bt)x = f(t) \quad (1)$$

ở đây $a_0 = 1$ s, $a_1^0 = 0,5$ và $b = 0,2$ s⁻¹, khi tới đầu vào của hàm δ duy nhất $f(t) = \delta(t - 9)$ ở thời điểm bất kỳ $t = 9$. Điều kiện ban đầu $x = 0$ ở $t = 0$.

Bài giải. Ở biểu thức (1) ta thay thế $f(t) = \delta(t - 9)$ và chia tất cả các số hạng cho a_0 ,

$$\frac{dx}{dt} + \frac{a_1^0 + b(t)}{a_0} x = \frac{\delta(t - 9)}{a_0} \quad (2)$$

hay:

$$\frac{dx}{dt} + P(t)x = Q(t) \quad (3)$$

Tiếp theo ta tìm được:

$$\begin{aligned} S(t) &= \int_9^t P(t) dt = \int_9^t \frac{a_1^0 + bt}{a_0} dt \\ &= \frac{a_1^0}{a_0} (t - 9) + \frac{b}{2a_0} (t^2 - 9^2) = \alpha(t - 9) + \beta(t^2 - 9^2) \end{aligned}$$

Hàm khối lượng:

$$\begin{aligned} \omega(t - 9, 9) &= e^{-S(t)} \int_9^t \frac{\delta(t - 9)}{a_0} e^{+S(t)} dt \\ &= e^{-\alpha(t-9) - \beta(t^2-9^2)} \int_9^t \frac{\delta(t - 9)}{a_0} e^{+\alpha(t-9) + \beta(t^2-9^2)} dt \end{aligned} \quad (4)$$

Khi tính toán khoảng cuối cùng cần sử dụng các tích đã biết của hàm δ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - 9) f(t) dt = f(9)$$

Khi đó từ công thức (4) ta có:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = \frac{1}{a_0} e^{-\alpha(t-\vartheta) - \beta(t^2 - \vartheta^2)} \quad (5)$$

Thế các giá trị số cho:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = e^{-0,5(t-\vartheta) - 0,1(t^2 - \vartheta^2)} \quad (6)$$

320. Đối với hàm khối lượng của bài trước hãy xây dựng các đồ thị:

1) Hàm khối lượng tiêu chuẩn ở $\vartheta = 2$ s ở dạng $\omega(t - \vartheta, \vartheta)$ và ở dạng $\omega(\tau, \vartheta)$, ở đây $\tau = t - \vartheta$.

2) Hàm khối lượng liên hợp ở $t = 5$ s, ở dạng $\omega(t - \vartheta, \vartheta)$, có nghĩa phụ thuộc vào độ dịch chuyển ϑ và ở dạng $\omega(\theta, t - \theta)$, ở đây $\theta = t - \vartheta$ - dịch chuyển đảo chiều.

Đáp số:

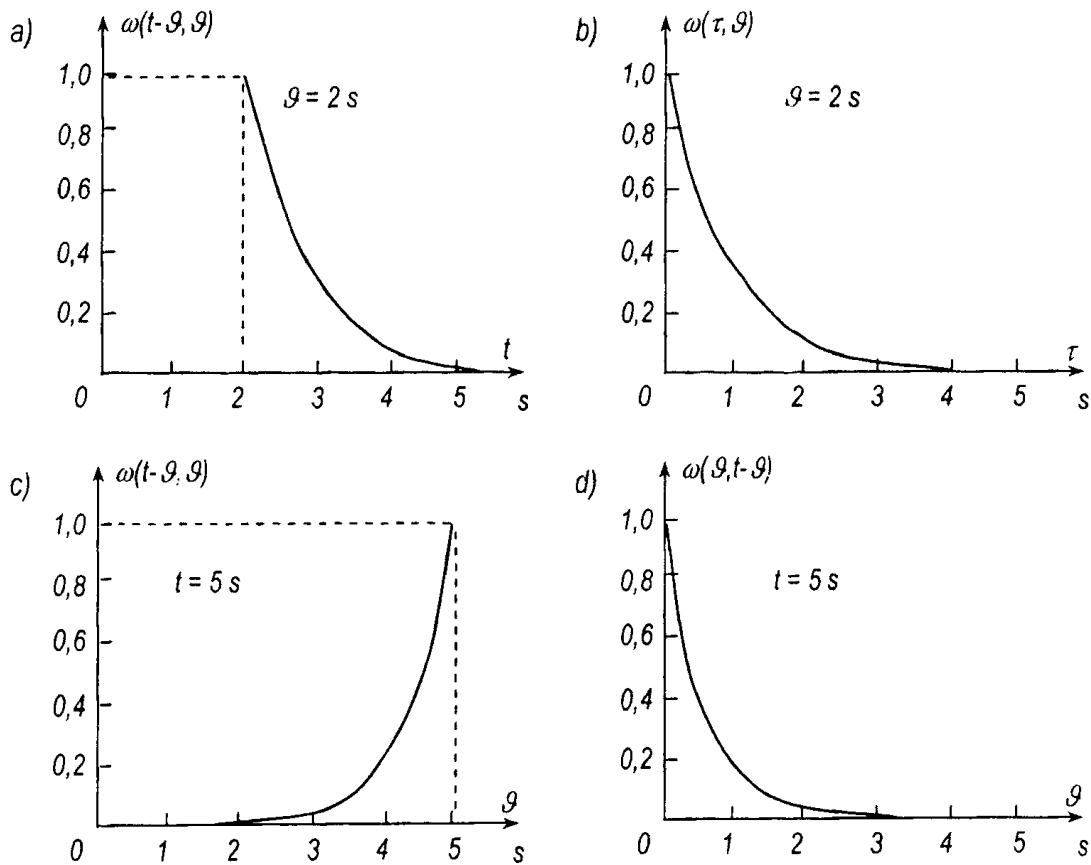
1) Hàm khối lượng tiêu chuẩn:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = e^{-0,5(t-2) - 0,1(t^2 - 4)} \quad \text{ở } t \geq \vartheta = 2 \text{ s}$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188a. Sự chuyển tới thời gian $\tau = t - \vartheta$ cho:

$$\omega(\tau, \vartheta) = e^{-0,5\tau - 0,1\tau(\tau+2\vartheta)} = e^{-0,9\tau - 0,1\tau^2} \quad \text{ở } \tau \geq 0$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188b.



Hình 188. Các đồ thị cho bài 320.

2) Hàm khối lượng liên hợp:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = e^{-0,5(5-\vartheta) - 0,1(25-\vartheta^2)} = e^{0,5(\vartheta-5) + 0,1(\vartheta^2-25)}$$

$$\text{ở } \vartheta \leq t = 5 \text{ s}$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188c.

Chuyển tới đảo chiều dịch chuyển $\theta = t - \vartheta = 5 - \vartheta$ cho:

$$\omega(\theta, t - \theta) = e^{-1,5\theta + 0,1\theta^2} \quad \text{ở } \theta \geq 0$$

Đồ thị được biểu diễn trên hình 188d.

321. Bằng phương pháp gần đúng tuần tự ta xây dựng quá trình chuyển tiếp ở hệ được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_0 \frac{d^2x}{dt^2} + a_1(t) \frac{dx}{dt} + a_2x = g(t) \quad (1)$$

Khi tới đầu vào ở thời điểm $t = \vartheta = 1$ s của hàm tăng $g(t) = g_0 l(t - \vartheta)$. Các giá trị của các hệ số: $a_0 = 1 \text{ s}^2$, $a_1(t) = (0,9 + 0,1.t) \text{ s}$, $a_2 = 0,16$ và $g_0 = 1,6$. Các điều kiện ban đầu bằng 0.

Bài giải.

Ta xác định hệ số thay đổi của phương trình vi phân (1) ở thời điểm $t = \vartheta = 1$ s. Ở kết quả ta có $a_1(\vartheta) = a_1^0 + 0,1 = 1 \text{ s}$.

Phương trình (1) được viết ở dạng:

$$a_0 \frac{d^2x}{d\tau^2} + a_1(\vartheta) \frac{dx}{d\tau} + a_2x = g(\tau) - 0,1\tau \frac{dx}{d\tau} \quad (2)$$

Gần đúng đầu được xác định từ phương trình vi phân:

$$a_0 \frac{d^2x_1}{d\tau^2} + a_1(\vartheta) \frac{dx_1}{d\tau} + a_2x_1 = g_0 l(\tau) \quad (3)$$

$$\tau = t - \vartheta$$

Nếu sử dụng biến đổi Laplace, ta tìm được biểu thức của đại lượng cần tìm:

$$X_1(p) = \frac{G(p)}{a_0 p^2 + a_1(\vartheta)p + a_2} = \frac{1,6}{p(p^2 + p + 0,16)}$$

$$= \frac{1,6}{p(p+0,8)(p+0,2)} = \frac{10}{p} - \frac{13,3}{p+0,2} + \frac{3,3}{p+0,8}$$

Chuyển về dạng gốc (xem phụ lục 1) cho:

$$x_1(\tau) = 10(1 - 1,33e^{-0,2\tau} + 0,33e^{-0,8\tau})$$

Hiệu chỉnh $x_2(\tau)$ được xác định ở kết quả giải phương trình:

$$a_0 \frac{d^2x_2}{d\tau^2} + a_1(\vartheta) \frac{dx_2}{d\tau} + a_2x_2 = -0,1\tau \frac{dx_1}{d\tau} \quad (4)$$

Thế các giá trị số của các hệ số vào biểu thức (4) cũng như tìm theo gần đúng bậc nhất ta có:

$$\frac{d^2x_2}{d\tau^2} + \frac{dx_2}{d\tau} + 0,16x_2 = 0,027\tau(e^{-0,8\tau} - e^{-0,2\tau}) \quad (5)$$

Biểu diễn hiệu chỉnh tìm được:

$$\begin{aligned} X(p) &= \frac{0,027}{p^2 + p + 0,16} \left[\frac{1}{(p+0,8)^2} - \frac{1}{(p+0,2)^2} \right] \\ &= \frac{0,027}{(p+0,8)^3(p+0,2)} - \frac{0,027}{(p+0,2)^3(p+0,8)} \end{aligned} \quad (6)$$

Chuyển về gốc có thể thực hiện được, nếu sử dụng tích phân một cuộn. Vì vậy ta viết các gốc của các biểu thức sau:

$$\frac{1}{p+0,8} \doteq e^{-0,8\tau}$$

$$\frac{1}{p+0,2} \doteq e^{-0,2\tau}$$

$$\frac{1}{(p+0,8)^3} \doteq \frac{\tau^2}{2} e^{-0,8\tau}$$

$$\frac{1}{(p+0,2)^3} \doteq \frac{\tau^2}{2} e^{-0,2\tau}$$

Tích phân 1 cuộn:

$$\begin{aligned} x_2(\tau) &= 0,027 \int_0^\tau \frac{\tau_1^2}{2} e^{-0,8\tau_1} \cdot e^{-0,2(\tau-\tau_1)} d\tau_1 - \\ &\quad - 0,027 \int_0^\tau \frac{\tau_1^2}{2} e^{-0,2\tau_1} \cdot e^{-0,8(\tau-\tau_1)} d\tau_1 \\ &= 0,027 \int_0^\tau \frac{\tau_1^2}{2} e^{-0,6\tau_1-0,2\tau} d\tau_1 - 0,027 \int_0^\tau \frac{\tau_1^2}{2} e^{0,6\tau_1-0,8\tau} d\tau_1 \end{aligned}$$

Tính toán các tích phân cho:

$$x_2(\tau) = 0,075[e^{-0,2\tau}(\tau - 0,3\tau^2) - e^{-0,8\tau}(\tau + 0,3\tau^2)]$$

Do đó, gần đúng thứ hai cho:

$$\begin{aligned} x(\tau) = x_1(\tau) + x_2(\tau) &= 10(1 - 1,33e^{-0,2\tau} + 0,33e^{-0,8\tau}) + \\ &\quad + 0,075[e^{-0,2\tau}(\tau - 0,3\tau^2) - e^{-0,8\tau}(\tau + 0,3\tau^2)] \end{aligned}$$

So sánh $x_2(\tau)$ và $x_1(\tau)$ chỉ ra rằng tính toán hiệu chỉnh sâu $x_3(\tau)$ không là cần thiết.

322. Hàm truyền thông số của hệ điều chỉnh kín có dạng:

$$\Phi(p, t) = \frac{a}{p + a + bt + ct^2} \quad (1)$$

Hãy xác định hàm truyền của hệ khi thực hiện tác dụng đầu vào $g(t) = g_1(t)$.

Bài giải. Biểu diễn giá trị đầu vào theo Laplace.

$$G(p) = \frac{g_0}{p}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra bằng:

$$Y(p, t) = \Phi(p, t) \cdot G(p) = \frac{ag_0}{p(p + a + bt + ct^2)} \quad (2)$$

Nếu ở biểu thức (2) xác định thời gian $t = \text{const}$, trên cơ sở phụ lục 1 ta tìm được gốc,

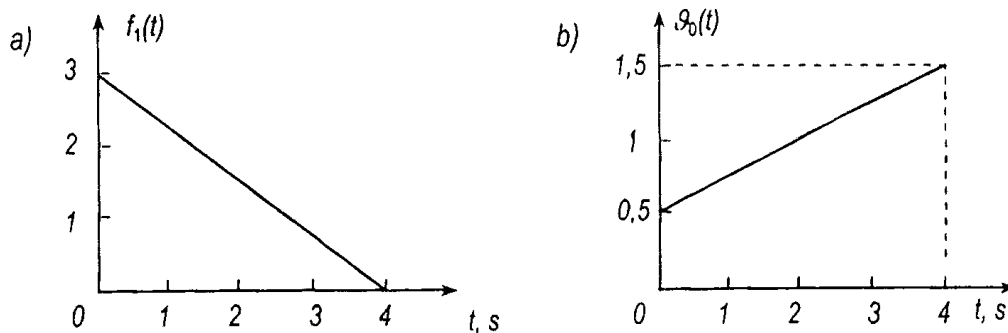
$$y(t) = \frac{ag_0}{a + bt + ct^2} \left[1 - e^{-(a+bt+ct^2)t} \right]$$

323. Bằng phương pháp đồ thị hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp trong hệ được biểu diễn bằng phương trình vi phân:

$$a_0(t) \frac{dx}{dt} + a_1 x = f_1(t) \quad (1)$$

Đồ thị thay đổi tác dụng đầu vào $f_1(t)$ được biểu diễn trên hình 189a. Đồ thị thay đổi hệ số $a_0(t)$ cho ở hình 189b.

Hệ số $a = 2$. Giá trị ban đầu $x = x = 1,5$ ở $t = 0$.



Hình 189. Các đồ thị cho bài 323.

Bài giải.

Tất cả đại lượng của phương trình (1) chia cho a_1 ,

$$T(t) \frac{dx}{dt} + x = f(t) \quad (2)$$

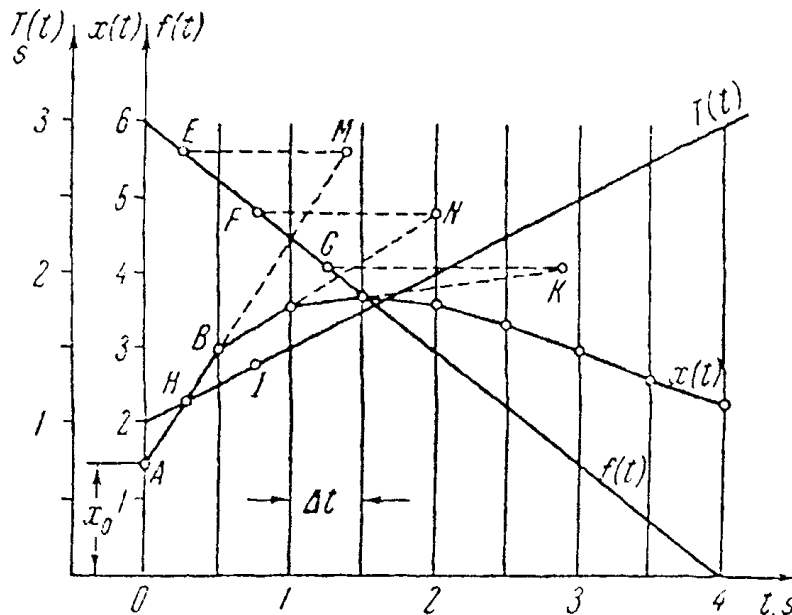
Ở đây:

$$T(t) = \frac{a_0(t)}{a_1} \quad \text{và} \quad f(t) = \frac{f_1(t)}{a_1}$$

Khi giải phương trình (2) bằng phương pháp đồ thị thời gian “không đổi” $T(t)$ coi là không đổi trên đoạn $t, t + \Delta t$ và bằng $T\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$. Công thức để giải trong trường hợp này có dạng:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{f\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) - x(t)}{T\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) + \frac{\Delta t}{2}} \quad (3)$$

Quá trình xây dựng được đưa về dạng sau. Trên hình 190 ta đặt $f(t)$ và $T(t)$. Bước thời gian được chọn $\Delta t = 0,5$ s.



Hình 190. Xây dựng quá trình chuyển tiếp cho bài 323.

Từ điểm E của đường cong $f(t)$, lấy ở giữa đoạn thứ nhất Δt , theo phương nằm ngang ta đặt đoạn $EM = T\left(\frac{\Delta t}{2}\right)$, mà giá trị của nó được lấy bằng tọa độ điểm H của đường cong $T(t)$, có nghĩa cũng ở giữa đoạn thứ nhất Δt . Điểm M thu được nối bằng đường thẳng với điểm đầu đã cho của quá trình A. Ở kết quả ta thu được điểm B mới bằng đường cong cần tìm $x(t)$. Tương tự ta lấy được tọa độ điểm I, được lấy ở dạng đoạn FN và vạch đường thẳng NB, cho điểm C mới của nghiệm $x(t)$...

8.2. ĐÁNH GIÁ ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ CHẤT LƯỢNG ĐIỀU CHỈNH

324. Hệ điều chỉnh được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$a_0 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2(t) \frac{dy}{dt} + a_3 y = b_0 g(t) \quad (1)$$

Các giá trị của các hệ số: $a_0 = 0,1 \text{ s}^3$, $a_1 = 4,2 \text{ s}^2$, $a_2(t) = (72 - 0,1t) \text{ s}$, $a_3 = 400$ và $b_0 = 400$. Đánh giá gần đúng độ ổn định của hệ, nếu thời gian làm việc của nó $T = 100 \text{ s}$.

Bài giải. Ta nghiên cứu hệ có các hệ số hằng ở $t = 0$ và ở $t = T = 100 \text{ s}$. Trong các trường hợp này phương trình đặc trưng tương ứng với phương trình vi phân gốc (1) sẽ là:

$$0,1p^3 + 4,2p^2 + 72p + 400 = 0 \quad (2)$$

$$0,1p^3 + 4,2p^2 + 62p + 400 = 0 \quad (3)$$

Đối với phương trình (2) ta tìm các nghiệm: $p = 10 \text{ s}^{-1}$, $p_{2,3} = (-16 \pm j12) \text{ s}^{-1}$. Độ ổn định $\eta = |p_1| = 10 \text{ s}^{-1}$. Thời gian của quá trình chuyển tiếp $t \approx 3\eta^{-1} = 0,3 \text{ s}$.

Đối với phương trình (3) các nghiệm bằng $p = -25 \text{ s}^{-1}$, $p_{2,3} = (-8,8 \pm j8,7) \text{ s}^{-1}$. Độ ổn định $\eta = 8,8 \text{ s}^{-1}$. Thời gian quá trình chuyển tiếp $t_n < 3\eta^{-1} = 0,34 \text{ s}$.

Sau thời gian quá trình chuyển tiếp hệ số $a_2(t)$ được thay đổi tới giá trị $\Delta a_2 \approx 0,1 \cdot 0,34 = 0,034$, điều đó gần bằng 0,05%. Do đó hệ có thể xem như gần ổn định. Đánh giá sự ổn định có thể theo hệ số hằng của phương trình đặc trưng. Nếu sử dụng tiêu chuẩn Gurvin, ta có:

$$a_1 a_2(t) > a_0 a_3$$

Thế các giá trị số cho

$$4,2 (72 - 0,1t) > 400$$

Biểu thức cuối cùng được thực hiện ở thời gian bất kỳ nằm trong các khoảng $0 \leq t \leq 100 \text{ s}$. Do đó, hệ ổn định.

325. Cho hàm khối lượng của hệ giảm tĩnh:

$$\omega(t - \vartheta, \vartheta) = e^{-\alpha(\vartheta_0 - \vartheta)(t - \vartheta)},$$

ở đây $\vartheta_0 = 20 \text{ s}$; $\alpha = 5 \text{ s}^{-2}$; t - thời gian trôi tính từ thời điểm mắc vào hệ; ϑ - thời điểm xảy ra bổ sung đầu vào.

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Đáp số:

Hàm khối lượng tiêu chuẩn dao động tắt dần và hệ là ổn định trong các giới hạn thời gian $0 \leq t < \vartheta_0 = 20 \text{ s}$. Khi $t > \vartheta_0$ nhiễu yếu bất kỳ ở đầu vào có thể gây ra sự tăng vô giới hạn của đại lượng đầu ra.

326. Hàm truyền tham số của hệ kín có dạng:

$$\Phi(p, t) = \frac{a}{p + a + bt + ct^2} \quad (1)$$

Ở đây $a = 10 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,1 \text{ s}^{-2}$ và $c = 0,01 \text{ s}^{-3}$. Hãy xác định các hệ số sai số $c_0(t)$, $c_1(t)$ và $c_2(t)$.

Bài giải. Ta tìm được hàm truyền của hệ kín đối với sai số:

$$\Phi_x(p, t) = 1 - \Phi(p, t) = \frac{p + bt + ct^2}{p + a + bt + ct^2} \quad (2)$$

Nếu phân tích biểu thức cuối cùng thành chuỗi theo mức độ toán tử p , ta có:

$$\Phi_x(p, t) = \frac{bt + ct^2}{a + bt + ct^2} + \frac{ap}{(a + bt + ct^2)^2} - \frac{ap^2}{(a + bt + ct^2)^3} + \dots$$

Từ đó có thể xác định các hệ số sai số:

$$c_0(t) = \frac{bt + ct^2}{a + bt + ct^2} = \frac{0,1t + 0,01t^2}{10 + 0,1t + 0,01t^2}$$

$$c_1(t) = \frac{a}{(a + bt + ct^2)^2} = \frac{10}{(10 + 0,1t + 0,01t^2)^2}$$

$$\frac{c_2(t)}{2} = \frac{a}{(a + bt + ct^2)^3} = \frac{10}{(10 + 0,1t + 0,01t^2)^3}$$

327. Đối tượng điều chỉnh cùng với cơ cấu thừa hành được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = (b_0 + b_1t)x(t) \quad (1)$$

ở đây y - đại lượng điều chỉnh, $x = g - y$ - sai số, g - tác dụng đầu vào, $b_0 = 100 \text{ s}^{-2}$ và $b_1 = 0,1 \text{ s}^{-3}$. Nếu cho rằng hệ giả ổn định, hãy xác định các thiết bị hiệu chỉnh cần thiết, để trong các giới hạn thời gian làm việc của hệ $0 \leq t < 1000 \text{ s}$ hệ kín có chỉ số dao động không vượt quá giá trị $M = 1,5$.

Bài toán giải bằng phương pháp hàm các hệ số.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở ban đầu có hệ số hàm bằng:

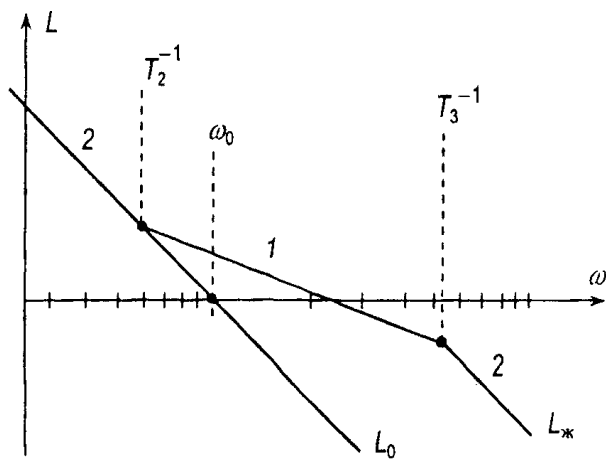
$$W_0(p) = \frac{b_0 + b_1t}{p^2} = \frac{K}{p^2} \quad (2)$$

Đ.B.L là đường thẳng có góc nghiêng -40 dB/dam (hình 191). Tần số cơ sở của Đ.B.L $\omega_0 = \sqrt{K}$.

Nếu sử dụng Đ.B.L loại 2 - 1 - 2 (xem phụ lục 19), ta thu được hàm truyền của hệ hở:

$$W_{yc}(p) = \frac{K(1 + T_2p)}{p^2(1 + T_3p)}$$

Các hằng số thời gian bằng:



Hình 191. Đ.B.L cho bài 327.

$$T_2 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}$$

$$T_3 = \frac{T_2(M-1)}{M+1} = \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}$$

Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh được biểu diễn ở dạng:

$$W_{hc}(p) = \frac{W_{yc}(p)}{W_0(p)} = \frac{1 + T_2 p}{1 + T_3 p}$$

Thế các giá trị gốc cho các quy luật yêu cầu của sự thay đổi các hằng số thời gian:

$$T_2 = \sqrt{\frac{3}{100 + 0,1t}}$$

$$T_3 = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{3}{100 + 0,1t}}$$

Ở $t = 0$ các giá trị của các hằng số thời gian $T_2 = 0,173$ s và $T_3 = 0,0346$ s. Ở $t = 1000$ s, $T_2 = 0,123$ s và $T_3 = 0,0246$ s.

328. Hãy xác định hàm truyền của đối tượng cùng với cơ cấu thừa hành theo số liệu của bài toán trước bằng phương pháp phản ứng hãm.

Bài giải.

1) Sự hãm hàm khối lượng.

Ở phương trình (1) của bài toán trước cần thiết đặt $x(t) = \delta(t - \vartheta)$.

Khi đó:

$$\frac{dy}{dt} = \int_{\vartheta}^t (b_0 + b_1 t) \delta(t - \vartheta) dt = b_0 + b_1 \vartheta \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y &= \omega_0(t - \vartheta, \vartheta) = \int_{\vartheta}^t (b_0 + b_1 \vartheta) dt \\ &= (b_0 + b_1 \vartheta)(t - \vartheta) = (b_0 + b_1 \vartheta)\tau \end{aligned} \quad (2)$$

Nếu ở biểu thức cuối cùng xác định $\vartheta = \vartheta_0 = \text{const}$, ta tìm được $\omega_0(\tau) = (b_0 + b_1 \vartheta_0)\tau$. Chuyển tới hàm truyền của đối tượng cho:

$$W_0(p) = L[(b_0 + b_1 \vartheta_0)\tau] = \frac{b_0 + b_1 \vartheta_0}{p^2} = \frac{K}{p^2} \quad (3)$$

Hàm truyền này trùng với biểu thức (2) thu được trong bài 327. Vì vậy sử dụng hàm khối lượng hãm trong trường hợp đã cho không cho mới mẻ gì so với phương pháp các hệ số hãm.

2. Sự hãm của hàm chuyển tiếp.

Ở biểu thức (1) của bài 327 ta đặt $x(t) = (t - \vartheta)$. Khi đó, nếu đặt $t - \vartheta = \tau$, ta có:

$$\frac{dy}{dt} = \int_0^{\tau} [b_0 + b_1(\vartheta + \tau)] \cdot l(\tau) d\tau = b_0\tau + b_1\vartheta\tau + \frac{b_1\tau^2}{2} \quad (4)$$

$$y = h_0(t - \vartheta, \vartheta) = \int_0^{\tau} \left(b_0\tau + b_1\vartheta\tau + \frac{b_1\tau^2}{2} \right) d\tau$$

$$= \frac{b_0\tau^2}{2} + \frac{b_1\vartheta\tau^2}{2} + \frac{b_1\tau^3}{6} \quad (5)$$

Nếu lấy độ dịch chuyển $\vartheta = \vartheta_0 = \text{const}$, ta có hàm chuyển tiếp hãm $h_0(\tau) = \frac{b_0\tau^2}{2} + \frac{b_1\vartheta_0\tau^2}{2} + \frac{b_1\tau^3}{6}$. Nếu tích phân nó theo τ , ta thu được hàm khối lượng hãm

$\omega_0(\tau) = (b_0 + b_1\vartheta_0)\tau + \frac{b_1\tau^2}{2}$. Hàm truyền của đối tượng:

$$W_0(p) = L \left[(b_0 + b_1\vartheta_0)\tau + \frac{b_1\tau^2}{2} \right]$$

$$= \frac{b_0 + b_1\vartheta_0}{p^2} + \frac{b_1}{p^3} = \frac{b_1(1 + T_0p)}{p^3} \quad (6)$$

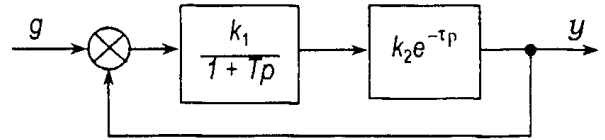
ở đây $T_0 = \frac{b_0 + b_1\vartheta_0}{b_1}$, có trong các giới hạn từ 1000 s ở $\vartheta_0 = 0$ tới 2000 s ở $\vartheta_0 = 1000$ s.

Chương 9

CÁC HỆ CÓ TRỄ VÀ VỚI CÁC THÔNG SỐ PHÂN BỐ

9.1. CÁC HỆ CÓ ĐỘ TRỄ TỨC THỜI

329. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự động có dạng được chỉ ra trên hình 192. Hãy xác định ở giá trị nào của hệ số khuếch đại chung của hệ hở $K = k_1 k_2$ hệ kín ổn định ở bất kỳ giá trị nào của hằng số thời gian T và thời gian trễ τ .



Hình 192. Sơ đồ cấu trúc cho các bài 329 và 330.

Đáp số: $K \leq 1$.

330. Đối với hệ điều khiển tự động, mà sơ đồ cấu trúc của nó được chỉ ra trên hình 192, hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k . Hệ số khuếch đại chung của hệ hở $K = k_1 k_2$. Hằng số thời gian $T = 0,5$ s.

Bài giải. Hàm truyền theo tần số của hệ hở bằng

$$W(j\omega) = \frac{K e^{-j\omega\tau}}{1 + j\omega T}$$

ở đây $K = k_1 k_2$.

Tần số cắt ω_c , mà ở đó Đ.B.P của hệ hở cắt vòng tròn có bán kính 1 đơn vị, được xác định từ điều kiện:

$$|W(j\omega_c)| = 1 \tag{1}$$

Từ phương trình (1) ta có:

$$\omega_c = \frac{\sqrt{K^2 - 1}}{T}$$

Thời gian trễ tới hạn τ_k được xác định từ điều kiện đẳng thức đặc tính tần số pha (Đ.B.P) của hệ hở ở tần số $\omega = \omega_c$ bằng giá trị $-\pi$.

$$\psi(\omega_c) = -\arctg \omega_c T - \omega_c \tau_k = -\pi$$

Từ phương trình cuối cùng ta tìm được:

$$\tau_k = \frac{\pi - \arctg \omega_c T}{\omega_c} = \frac{\pi - \arctg \sqrt{K^2 - 1}}{\sqrt{K^2 - 1}} T = 0,18 \text{ s}$$

331. Hàm truyền của hệ điều khiển tự động có dạng:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1 + Tp)}$$

ở đây $K = 20s^{-1}$ - hệ số khuếch đại chung của hệ hở, $T = 0,1 s$ - hằng số thời gian. Sau đó tới kênh điều khiển có mắc khâu trễ thuần túy có hàm số truyền $e^{-\tau p}$, ở đây τ - thời gian trễ. Yêu cầu tìm thời gian trễ tới hạn τ_k , mà ở đó hệ kín của điều khiển tự động nằm ở biên độ ổn định, và tần số dao động không tắt dần ω_k .

Đáp số: $\omega_k = 12,5 s^{-1}$, $\tau_k = 0,11 s$.

332. Giải bài trước, nếu hằng số thời gian $T = 0$.

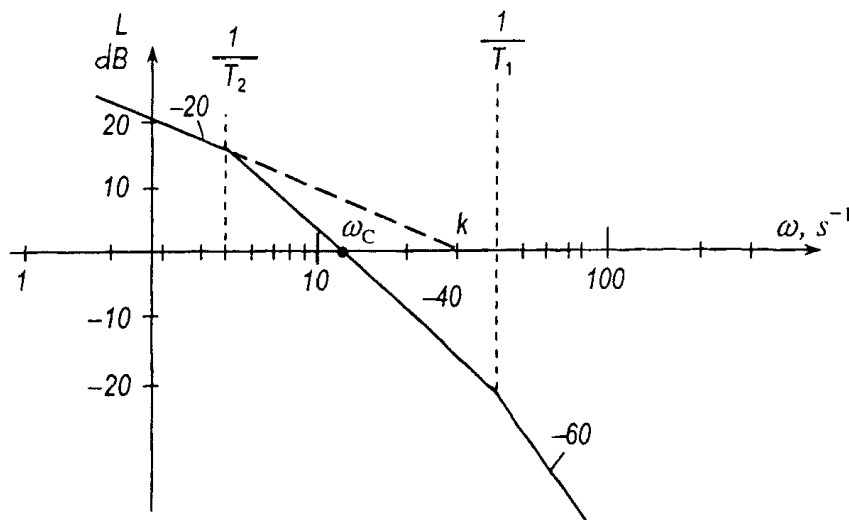
Đáp số: $\omega_k = 20 s^{-1}$, $\tau_k = 0,78 s$.

333. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

Nhờ các đặc tính tần số lôgarit (Đ.T.L) hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k , nếu hệ số khuếch đại của hệ hở $K = 30 s^{-1}$, các hằng số thời gian $T_1 = 0,025 s$ và $T_2 = 0,2 s$.

Bài giải. Đ.B.L tiệm cận của hệ được thể hiện trên hình 193. Tần số cắt của hệ hở $\omega_c = 12,6 s^{-1}$. Đặc tính tần số pha (Đ.T.P) ở tần số $\omega = \omega_c$ và thời gian trễ tới hạn τ_k cần cắt đường $\psi = -\pi$.



Hình 193. Đ.B.L tiệm cận cho bài 333.

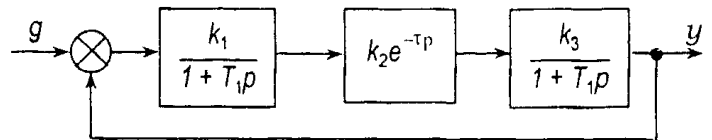
Vì vậy:

$$\psi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - \arctg \omega_c T_1 - \arctg \omega_c T_2 - \omega_c \tau_k = -\pi$$

Từ đó ta tìm được:

$$\tau_k = \frac{\frac{\pi}{2} - \arctg \omega_c T_1 - \arctg \omega_c T_2}{\omega_c} = 4,8 \cdot 10^{-2} s$$

334. Hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được thể hiện trên hình 194.



Hình 194. Sơ đồ cấu tạo cho bài 334.

Hệ số khuếch đại chung của hệ hở $K = k_1 k_2 k_3 = 5$, các hằng số thời gian của các khâu không chu kỳ $T_1 = 5$ s và $T_2 = 0,4$ s.

Đáp số: $\tau_k = 1,4$ s.

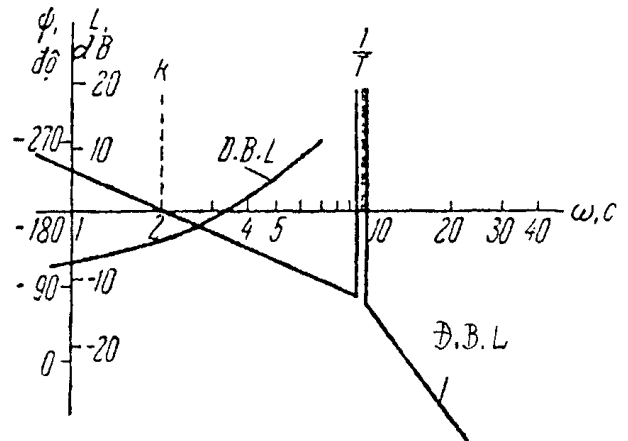
335. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1+T^2p^2)}$$

ở đây $K = 2 \text{ s}^{-1}$, $T = 0,1$ s. Để đạt được độ ổn định của hệ tới kênh điều khiển ta đưa tuần tự khâu trễ có hàm truyền $e^{-\tau p}$. Hãy xác định ở các giá trị nào của thời gian trễ τ hệ kín hoàn toàn ổn định.

Bài giải. Hàm truyền hợp thành của hệ hở:

$$W(p) = W_0(p)e^{-\tau p} = \frac{Ke^{-\tau p}}{p(1+T^2p^2)}$$



Hình 195. Đ.B.L và Đ.T.L cho bài 335.

Đ.B.L tiệm cận của hệ được thể hiện trên hình 195. Hệ kín sẽ ổn định, nếu Đ.B.L cắt đường $\psi = -\pi$, ở dải các tần số $K \div \frac{1}{T}$.

Các giá trị thời gian trễ tới hạn τ_k được tìm từ các phương trình sau:

$$-\frac{\pi}{2} - K\tau_{\max} = -\pi, \quad -\frac{\pi}{2} - \frac{1}{T}\tau_{\min} = -\pi$$

Suy ra:

$$\tau_{K\max} = \frac{\pi}{2K} = 0,79 \text{ s} \quad \tau_{K\min} = \frac{\pi}{2}T = 0,16 \text{ s}$$

Hệ kín ổn định, nếu thực hiện bất đẳng thức sau: $0,16\text{s} < \tau < 0,79\text{s}$.

336. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$

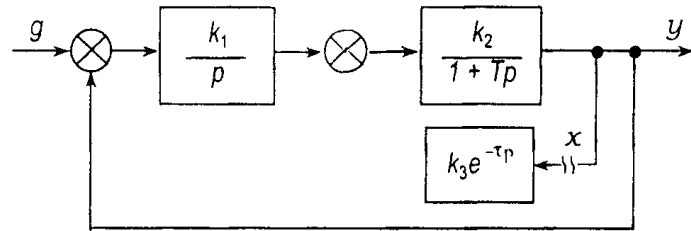
ở đây $K = 0,5$, $T_2 = 1 \text{ s}^2$, $T_1 = 0,25$ s.

Hãy xác định độ ổn định của hệ kín ở các giá trị thời gian trễ τ sau: a) $\tau = 0$; b) $\tau = 0,3$ s; c) $\tau = 2$ s; d) $\tau = 5$ s.

Đáp số:

a) Hệ ổn định; b) Hệ ổn định; c) Hệ không ổn định; d) Hệ ổn định.

337. Sơ đồ cấu tạo của hệ tự động được thể hiện trên hình 196. Các hệ số truyền của các khâu tương ứng bằng $k_1 = 1 \text{ s}^{-1}$, $k_2 = 0,125$, $k_3 = 1$. Hằng số thời gian $T = 2 \text{ s}$. Thời gian trễ $\tau = 0,2 \text{ s}$.



Hãy xác định độ ổn định của hệ theo tiêu chuẩn Naicvista. Sự ngắt mạch của hệ thực hiện ở điểm x (xem hình 196).

Hình 196. Sơ đồ cấu trúc cho bài 337.

Đáp số: Hệ ổn định.

338. Hàm truyền của hệ hở với độ trễ có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1 + T_1 p)}{p^2(1 + T_2 p)} e^{-\tau p}$$

ở đây $T_1 = 0,5 \text{ s}$; $T_2 = 0,2 \text{ s}$; $\tau = 0,3 \text{ s}$.

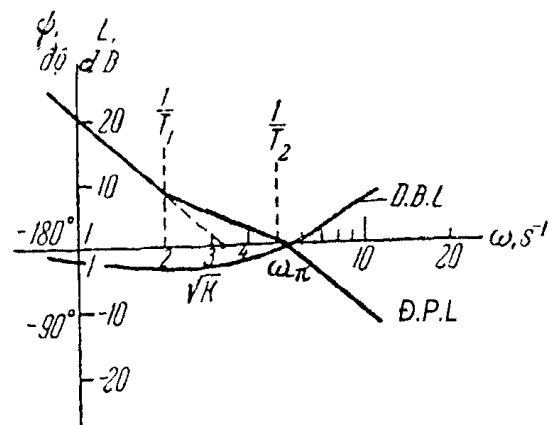
Hãy xác định các giá trị của hệ số khuếch đại chung của hệ hở K , mà ở chúng hệ kín ổn định.

Bài giải. Đặc tính tần số pha (Đ.T.P) của hệ được xác định theo biểu thức sau:

$$\varphi(\omega) = -180^\circ + \arctg\omega T_1 - \arctg\omega T_2 - \omega\tau \frac{180^\circ}{\pi} \quad (1)$$

và thể hiện trên hình 197. Mạch kín ổn định, nếu Đ.B.L cắt đường $L = 0$ bên trái điểm giao nhau $\varphi(\omega)$ đường $\psi = -180^\circ$. Ở trường hợp tới hạn Đ.B.L giao đường $L = 0$ ở tần số ω_π . Ta dựng đường Đ.B.L tiệm cận sao cho nó cắt đường $L = 0$ ở tần số ω_π . Điểm giao nhau tiệm cận tần số thấp của Đ.B.L với trục tần số bằng $\sqrt{K_k} = 3,5 \text{ s}^{-1}$.

Từ đó ta tìm được $K_k = 3,5^2 = 12,2 \text{ s}^{-2}$ Đ.B.L. Tiệm cận ở điểm gây lệch với Đ.B.L thực khoảng 3 dB. Vì vậy cuối cùng ta có $K_k = \sqrt{2} \cdot 12,2 = 17 \text{ s}^{-2}$. Hệ kín ổn định ở $0 < K < 17 \text{ s}^{-2}$.



Hình 197. Đ.B.L tiệm cận và Đ.P.L cho bài 338.

339. Hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$W(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{p(1 + Tp)}$$

ở đây $K = 10 \text{ s}^{-1}$, $T = 0,05 \text{ s}$, τ - thời gian trễ.

Hãy xác định giá trị thời gian trễ cho phép τ_D , mà ở nó chỉ số dao động của hệ không vượt quá $M = 1,1$.

Bài giải. Chỉ số dao động của hệ không vượt quá giá trị đã cho M, nếu thực hiện điều kiện sau:

$$K(T + \tau) \leq \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2}$$

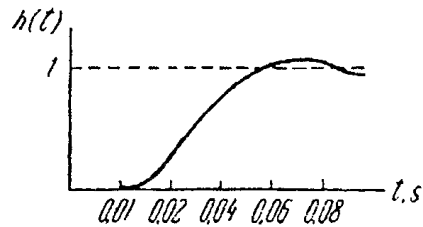
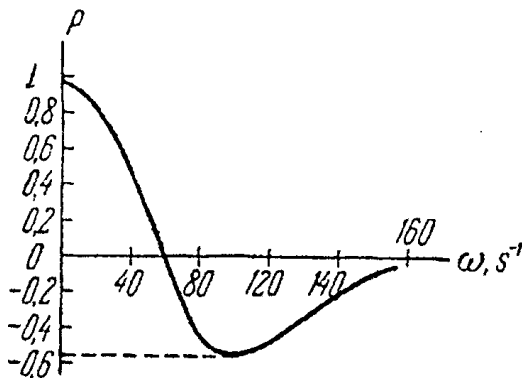
Từ bất đẳng thức ta thu được biểu thức đối với thời gian trễ cho phép:

$$\tau_D = \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1} - 2KT}{2K} = 0,036 \text{ s}$$

340. Hãy xác định độ dự trữ ổn định theo pha và tần số cắt của hệ ở các điều kiện bài toán trước. Các giá trị của các hệ số: hệ số khuếch đại chung $K = 10 \text{ s}^{-1}$, $T = 0,05 \text{ s}$, $\tau = 0,036 \text{ s}$.

Đáp số:

Độ dự trữ ổn định theo pha $\mu = 42,5^\circ$. Tần số cắt $\omega_c = 10 \text{ s}^{-1}$.



Hình 198. Đặc tính tần số thực cho bài 341. **Hình 199.** Hàm chuyển tiếp cho bài 341.

341. Hãy xây dựng hàm chuyển tiếp của hệ, mà hàm truyền của nó có dạng:

$$\Phi(p) = \frac{Ke^{-\tau p}}{p + Ke^{-\tau p}}$$

ở đây $K = 40 \text{ s}^{-1}$, $\tau = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

Bài giải. Đặc tính biên độ pha (Đ.B.P) của hệ bằng:

$$\Phi(j\omega) = \frac{Ke^{-j\omega\tau}}{j\omega + Ke^{-j\omega\tau}} = \frac{K(\cos\omega\tau - j\sin\omega\tau)}{j\omega + K(\cos\omega\tau - j\sin\omega\tau)}$$

Đặc tính tần số thực tương ứng bằng

$$P(\omega) = \text{Re}\Phi(j\omega) = \frac{K^2 - K\omega\sin\omega\tau}{K^2 + \omega^2 - 2K\omega\sin\omega\tau} \quad (1)$$

Đặc tính tần số thực được xây dựng theo biểu thức (1) đối với $K = 40 \text{ s}^{-1}$ và $\tau = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, được thể hiện trên hình 198.

Theo đặc tính tần số thực bằng phương pháp hình thang ta xây dựng hàm chuyển tiếp (hình 199).

9.2. CÁC HỆ CÓ CÁC THÔNG SỐ PHÂN BỐ

342. Sơ đồ cấu tạo của hệ điều khiển tuabin thuỷ lực có dạng được biểu diễn trên hình 200. v , v_D và μ - tương ứng là các đại lượng mômen phụ tải tuabin, mômen phát động bởi tuabin, vận tốc góc quay của tuabin và sự dịch chuyển của bộ điều chỉnh. Hàm truyền đường ống dẫn thu được có kể đến các hiện tượng sóng bằng:

$$W_T(p) = \frac{1 - 2\gamma th \tau p}{1 + \gamma th \tau p}$$

Hàm truyền của tuabin $W_0(p) = \frac{k_0}{1 + T_0 p}$, hàm truyền của bộ điều

chỉnh không quán tính $W_p(p) = \frac{1}{\delta}$,

$\delta = 0,05$, $T_0 = 6s$, $k_1 = 1$, $\gamma = 0,05$.

Hãy xác định thời gian trễ tới hạn τ_k , tương ứng với biên độ ổn định của hệ.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở bằng:

$$W(p) = \frac{k_0}{\delta(1 + T_0 p)} \cdot \frac{1 - 2\gamma th \tau p}{1 + \gamma th \tau p} = \frac{1 - 2\gamma th \tau p}{\delta(1 + T_0 p)(1 + \gamma th \tau p)}$$

Phương trình đặc trưng của hệ kín được viết ở dạng:

$$\delta(1 + T_0 p)(1 + \gamma th \tau p) + 1 - 2\gamma th \tau p = 0$$

Sau khi thay thế $th \tau p$ cho $\frac{e^{\tau p} - e^{-\tau p}}{e^{\tau p} + e^{-\tau p}}$ và các biến đổi đơn giản phương trình đặc tính

của hệ đơn biểu diễn ở dạng sau:

$$1 - 2\gamma + (1 + \gamma)\delta + (1 + \gamma)\delta T_0 p + [1 + 2\gamma + (1 - \gamma)\delta + (1 - \gamma)\delta T_0 p] e^{-2\tau p} = 0$$

Hàm truyền tương đương của hệ hở (độ tương đương được hiểu trong nghĩa đồng nhất các phương trình đặc trưng của hệ kín) bằng:

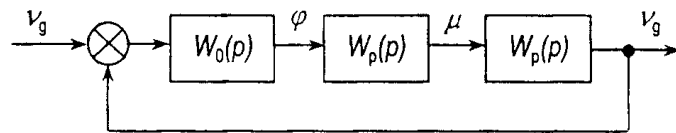
$$\begin{aligned} W_e(p) &= \frac{1 + 2\gamma + (1 - \gamma)\delta + (1 - \gamma)\delta T_0 p}{1 - 2\gamma + (1 + \gamma)\delta + (1 + \gamma)\delta T_0 p} e^{-2\tau p} \\ &= 1,46 \frac{1 + 0,22p}{1 + 0,38p} e^{-2\tau p} \end{aligned}$$

Hàm truyền tần số tương đương của hệ hở có dạng:

$$W_e(j\omega) = 1,46 \frac{1 + 0,22(j\omega)}{1 + 0,38(j\omega)} e^{-j2\omega\tau} \quad (1)$$

Tần số cắt tương ứng với môđun (1), bằng 1 dV có giá trị:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{1,46^2 - 1}{0,38^2 - (0,22 \cdot 1,46)^2}} = 5,3 \text{ s}^{-1}$$



Hình 200. Sơ đồ cấu trúc của hệ điều khiển tuabin thuỷ lực.

ở $\tau = \tau_k$ sự dịch chuyển pha ở tần số $\omega = \omega_c$ cân bằng $-\pi$. Vì vậy:

$$\arctg(0,22 \cdot 5,3) - \arctg(0,38 \cdot 5,3) - 2 \cdot 5,3 \tau_k = -\pi$$

Từ phương trình cuối cùng ta có:

$$\tau_k = \frac{\pi - \arctg(0,22 \cdot 5,3) + \arctg(0,38 \cdot 5,3)}{2 \cdot 5,3} = 0,27 \text{ s}$$

343. Hãy tìm giá trị đối với thời gian trễ của hệ được nghiên cứu ở bài toán trước, nếu:

$$W_0(p) = \frac{1}{T_0 p}, \quad T_0 = 10 \text{ s}, \quad \delta = 0,05, \quad \gamma = 2$$

Đáp số:

$$\tau_k = \frac{\delta T_0 \arctg \frac{2\sqrt{2}\gamma}{2\gamma^2 - 1}}{2\sqrt{2}} = 0,12 \text{ s}.$$

344. Hãy xác định tần số cắt của hệ hở và độ dự trữ ổn định theo pha đối với hệ được nghiên cứu ở bài 342. Hàm truyền của đối tượng $W_0(p) = \frac{k_0}{1 + T_0 p}$, hàm truyền của đường

ống dẫn $W_T = \frac{1 - 2\gamma th \tau p}{1 + \gamma th \tau p}$, hàm truyền của bộ điều chỉnh $w_p(p) = \frac{k_p(1 + T_1 p)}{p(1 + T_2 p)}$. Các giá trị

của các hệ số truyền của tuabin $k_0 = 20$; hằng số thời gian của tuabin $T_0 = 31,5 \text{ s}$; thời gian trễ $\tau = 0,95 \text{ s}$; $\gamma = 0,03$; hệ số truyền của bộ điều chỉnh $k_p = 0,77 \text{ s}^{-1}$; các hằng số thời gian của bộ điều chỉnh $T_1 = 12,5 \text{ s}$, $T_2 = 0,48 \text{ s}$.

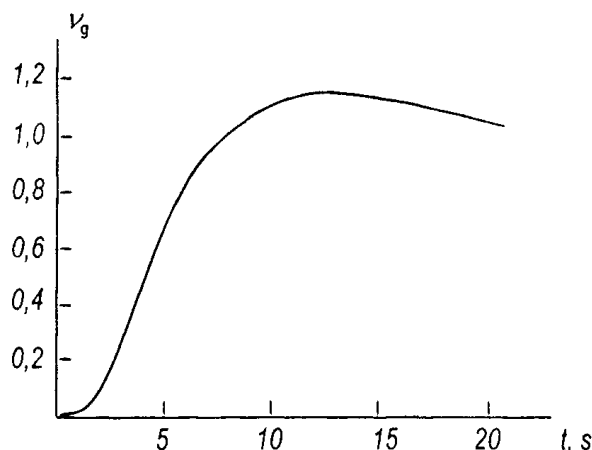
Đáp số:

Tần số cắt của hệ hở $\omega_c = 0,6 \text{ s}^{-1}$,
độ dự trữ ổn định theo pha $\mu = 66^\circ$

345. Nhờ các đặc tính tần số thực hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp ở hệ được nghiên cứu trong bài toán trước, khi tạo ra tác động nhiễu dưới dạng hàm bậc duy nhất tới đầu vào của hệ.

Đáp số:

Đồ thị của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 201.



Hình 201. Quá trình chuyển tiếp cho bài 345.

Chương 10
CÁC HỆ XUNG

10.1. CÁC HÀM PHÂN TÁN VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA HỆ XUNG

346. Hãy tính biến đổi z đối với hàm thời gian:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

được xác định đối với $t \geq 0$. Chu kỳ phân tán $T_0 = 0,1$ s. Các giá trị của các hệ số: $a_0 = 1$, $a_1 = 2 \text{ s}^{-1}$ và $a_2 = 4 \text{ s}^{-2}$.

Bài giải. Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$F(z) = \frac{a_0 z}{z-1} + \frac{a_1 T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{a_2 T_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Thế các giá trị số cho:

$$F(z) = \frac{z}{z-1} + \frac{0,2z}{(z-1)^2} + \frac{0,04z(z+1)}{(z-1)^3}$$

347. Hãy tính biến đổi x đối với hàm thời gian, mà biểu diễn Laplace của nó:

$$L\{f(t)\} = \frac{K}{p(1+T_1 p)}$$

Bài giải. Ta phân tách ra các phân số đơn giản:

$$\frac{K}{p(1+T_1 p)} = \frac{K}{p} - \frac{KT_1}{1+T_1 p}$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$F(z) = \frac{Kz}{z-1} - \frac{Kz}{z-d} = \frac{K(1-d)z}{(z-1)(z-d)}$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}}$, còn T_0 - chu kỳ phân tán.

348. Hãy tính biến đổi z đối với hàm thời gian, mà biến đổi Laplace:

$$L\{f(t)\} = \frac{K}{p^2(1+T_1 p)}$$

Các số liệu ban đầu: $K = 2 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,1$ s, chu kỳ phân tán $T_0 = 0,5$ s.

Đáp số:

$$F(z) = \frac{KT_0 z}{(z-1)^2} - \frac{KT_1 z}{z-1} + \frac{KT_1 z}{z-d} = \frac{z}{(z-1)^2} - \frac{0,2}{z-1} + \frac{0,2}{z-0,0067}$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-5} = 0,0067$.

349. Hãy tính biến đổi z của hàm thời gian:

$$f(t) = A \sin \omega t = 10 \sin \omega t$$

ở ba trường hợp:

$$1) \omega = -\frac{\pi}{4T_0};$$

$$2) \omega = \frac{\pi}{2T_0};$$

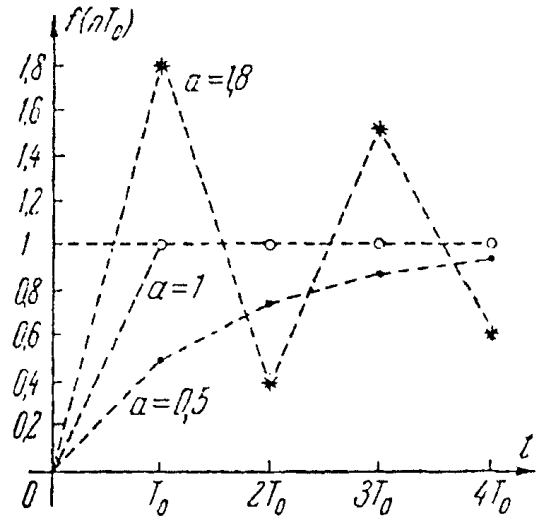
$$3) \omega = \frac{\pi}{T_0}.$$

Đáp số:

$$1) F(z) = \frac{7z}{z^2 - 1,4z + 1};$$

$$2) F(z) = \frac{10z}{z^2 + 1};$$

$$3) F(z) = 0.$$



Hình 202. Các hàm phân tán thời gian.

350. Cho biến đổi z của hàm thời gian phân tán:

$$F(z) = \frac{aT_0 z}{(z-1)^2}$$

ở đây T_0 - chu kỳ phân tán. Hãy xác định hàm thời gian ban đầu ở các điểm $t = nT_0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$).

Bài giải. Chia tử số cho mẫu số cho chuỗi vô hạn (chuỗi Loran):

$$F(z) = aT_0 \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{z} + \frac{3}{z} + \dots + \frac{n}{z^n} + \dots \right)$$

Từ đó có thể thu được:

$$f(nT_0) = anT_0 = a t \Big|_{t=nT_0}$$

351. Cho biến đổi z của hàm thời gian phân tán:

$$F(z) = \frac{az}{(z-1+a)(z-1)}$$

Bằng phân tích ra chuỗi Loran ta xây dựng hàm thời gian ban đầu ở các điểm $t = nT_0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) đối với ba trường hợp:

1) $a = 1$, 2) $a = 1,8$ và 3) $a = 0,5$.

Đáp số: Xây dựng bảng đồ thị trên hình 202.

352. Cho biến đổi z của hàm thời gian phân tán:

$$F(z) = \frac{z}{z^2 - 1,5z + 0,5} \quad (1)$$

Hãy tìm hàm thời gian lưới ban đầu bằng cách phân tách ra các phân số đơn giản.

Bài giải. Ta tìm các nghiệm của phương trình:

$$z^2 - 1,5z + 0,5 = 0$$

Giá trị của các nghiệm $z_1 = 1$ và $z_2 = 0,5$. Tiếp theo ta biểu diễn $F(z)$ ở dạng các phân số đơn giản:

$$F(z) = \frac{z}{(z-1)(z-0,5)} = 2 \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-0,5} \right) \quad (2)$$

Số hạng thứ nhất ở biên phải (2) tương ứng với gốc $1(nT_0)$, còn thứ hai $-e^{-\alpha nT_0}$, ngoài ra $d = e^{-\alpha T_0} = z_2$ (xem phụ lục 2). Vì vậy có thể viết cho gốc:

$$f(nT_0) = 2 \left[1(nT_0) - e^{-\alpha nT_0} \right] = 2(z_1^n - z_2^n) = 2(1 - 0,5^n)$$

353. Hãy tìm biến đổi z cho hàm thời gian:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

được xác định ở $t \geq 0$ ở các thời điểm phân tán $t = (n + \varepsilon)T_0$. Các số liệu ban đầu $a_0 = 1$, $a_1 = 2 \text{ s}^{-1}$, $a_2 = 3 \text{ s}^{-2}$, $T_0 = 1 \text{ s}$, $\varepsilon = 0,5$.

Đáp số:

$$\begin{aligned} F(z) &= \frac{a_0 z}{z-1} + \frac{a_1 T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{a_1 \varepsilon T_0 z}{z-1} + \frac{2a_2 T_0^2 z}{(z-1)^3} + \\ &+ \frac{a_2(1+2\varepsilon)T_0^2 z}{(z-1)^2} + \frac{a_2 \varepsilon^2 T_0^2 z}{(z-1)} = \frac{2,75z}{(z-1)} + \frac{8z}{(z-1)^2} + \frac{6z}{(z-1)^3} \end{aligned}$$

354. Hãy tìm biến đổi ω của hàm thời gian:

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

được xác định để $t \geq 0$. Chu kỳ phân tán $T_0 = 1 \text{ s}$, $a_0 = 1$, $a_1 = 1 \text{ s}^{-1}$ và $a_2 = 1 \text{ s}^{-2}$.

Bài giải. Tương ứng với phụ lục 2 ta tìm được biến đổi z của hàm ban đầu đối với các thời điểm phân tán nT_0 ($n = 0, 1, 2, \dots$):

$$F(z) = \frac{a_0 z}{z-1} + \frac{a_1 T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{a_0 T_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Nếu sử dụng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$, ta thu được:

$$\begin{aligned} F^*(\omega) &= \frac{a_0(1+\omega)}{2\omega} + \frac{a_1 T_0(1-\omega^2)}{4\omega^2} + \frac{a_2 T_0^2(1-\omega^2)}{4\omega^3} \\ &= \frac{1+\omega}{2\omega} + \frac{1-\omega^2}{4\omega^2} + \frac{1-\omega^2}{4\omega^3} = \frac{1+\omega+\omega^2+\omega^3}{4\omega^3} \end{aligned}$$

355. Cho biến đổi ω của hàm thời gian phân tán:

$$F^*(\omega) = \frac{aT_0^2(1-\omega^2)\omega}{4\omega^3}$$

ở đây $a = 5 \text{ s}^{-2}$, còn $T_0 = 1 \text{ s}$.

Hãy xác định hàm thời gian ban đầu phân tán.

Bài giải. Nếu sử dụng thế $\omega = \frac{z-1}{z+1}$, ta tìm biến đổi z của hàm thời gian:

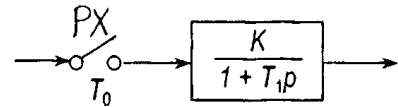
$$F(z) = \frac{aT_0^2 \left[1 - \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^2 \right]}{4 \left(\frac{z-1}{z+1} \right)^3} = \frac{aT_0^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$f(nT_0) = a t^2 \Big|_{t=nT_0}$$

356. Trên hình 203 ta biểu diễn bộ lọc xung. Phần tử xung PX phát các xung hình chữ nhật của khoảng thời gian tương đối γT_0 , ở đây $\gamma = 0,05$, còn chu kỳ lặp $T_0 = 1 \text{ s}$. Hàm truyền của phần không liên tục:

$$W_0 = \frac{K}{(1+T_1 p)} \quad (1)$$



ở đây $K = 10$, còn $T_1 = 0,5 \text{ s}$.

Hãy xác định hàm truyền của bộ lọc đồng thời với phần tử xung, nếu cho rằng tuần

Hình 203. Bộ lọc xung cho bài 356.

tự các xung ở đầu ra của phần tử xung có thể thay thế bằng trình tự của hàm δ .

Bài giải. Hàm truyền bằng:

$$W(z) = \gamma T_0 \sum_{k=0}^{\infty} \omega_0(kT_0) z^{-k} = \gamma T_0 Z \{ \omega_0(kT_0) \} \quad (2)$$

ở đây $\omega_0(kT)$ - hàm khối lượng của phần tử liên tục $\omega_0(t)$ khi thay thế $t = kT_0$, $z = e^{pT_0}$ còn $Z \{ \omega_0(kT_0) \}$ biểu diễn biến đổi z của hàm khối lượng.

Đối với phần liên tục đang xét hàm khối lượng:

$$\omega_0(t) = L^{-1} \left\{ \frac{K}{1+T_1 p} \right\} = \frac{K}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} \quad (3)$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$Z \left\{ \frac{K}{T_1} e^{-\frac{t}{T_1}} \right\} = \frac{K}{T_1} \cdot \frac{z}{z-d} \quad (4)$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}}$. Ở kết quả ta thu được hàm truyền cần tìm:

$$W(z) = \frac{\gamma K T_0}{T_1} \cdot \frac{z}{z-d} \quad (5)$$

Sau khi thế các giá trị số ta có:

$$W(z) = \frac{0,05 \cdot 10 \cdot 1}{0,5} \cdot \frac{z}{z - e^{-2}} = \frac{z}{z - 0,135} \quad (6)$$

357. Hãy xây dựng đặc tính tần số biên độ pha đối với bộ lọc xung được đưa ra ở bài toán trước.

Bài giải. Ở biểu thức (6) của bài toán trước cần thiết thế $z = e^{j\omega T_0} = \cos \omega T_0 + j \sin \omega T_0$. Ở kết quả ta thu được hàm truyền tần số của bộ lọc.

$$W(e^{j\omega T_0}) = \frac{e^{j\omega T_0}}{e^{j\omega T_0} - 0,135} = \frac{\cos \omega T_0 + j \sin \omega T_0}{\cos \omega T_0 - 0,135 + j \sin \omega T_0}$$

Modun của biểu thức này:

$$|W(e^{j\omega T_0})| = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,135^2 - 0,27 \cos \omega T_0}}$$

và pha:

$$\psi = \omega T_0 - \arctg \frac{\sin \omega T_0}{\cos \omega T_0 - d}$$

Đ.B.P là vòng tròn (hình 204). Ở $\omega = 0$, cũng như ở $\omega T_0 = 2n\pi$, ở đây n - số nguyên, bằng:

$$A_0 = \frac{1}{1-d} = \frac{1}{1-0,135} = 1,15$$

và:

$$\psi_0 = 0$$

Ở $\omega T_0 = (2n-1)\pi$ modun và pha

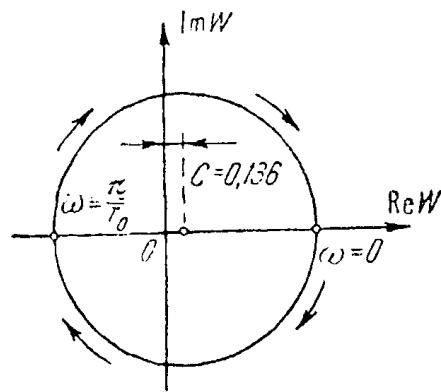
$$A_1 = \frac{1}{1+d} = \frac{1}{1+0,135} = 0,88$$

và:

$$\psi = \pm 180^\circ$$

Tâm vòng tròn dịch về bên phải từ gốc tọa độ tới giá trị $C = \frac{d}{1-d^2} = 0,136$,

$$R = \frac{1}{1-d^2} = 1,01.$$



Hình 204. Đ.B.P cho bài 357.

358. Hãy tìm hàm truyền tần số của bộ lọc xung của bài 356 (xem hình 203) phụ thuộc vào giá trị tần số tuyệt đối.

Bài giải. Ở hàm truyền (6) của bài 356 dẫn tới biến đổi ω bằng cách đặt $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$.

Ở kết quả ta có:

$$W(\omega) = \frac{\gamma K T_0}{T_1} \cdot \frac{1+\omega}{1-d+(1+d)\omega} = \frac{\gamma K T_0}{T_1(1-d)} \cdot \frac{1+\omega}{1+\omega \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1}} \quad (1)$$

Ta chuyển tới giả tần số tuyệt đối $\lambda = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2}$ bằng cách thế $\omega = j \frac{T_0}{2} \lambda$:

$$W(j\lambda) = \frac{\gamma K T_0}{T_1(1-d)} \cdot \frac{1+j \frac{T_0}{2} \lambda}{1+j T_e \lambda} \quad (2)$$

Ở đây ta đưa vào hằng số thời gian tương đương:

$$T_E = \frac{T_0}{2} \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1} \quad (3)$$

Thế các giá trị số cho $T_E = 0,5 \operatorname{cth} 1 = 0,66$ s. Hàm truyền bằng:

$$W(j\lambda) = \frac{0,05 \cdot 10 \cdot 1}{0,5(1-0,135)} \cdot \frac{1+j0,5\lambda}{1+j0,66\lambda} = \frac{1,15(1+j0,5\lambda)}{1+j0,66\lambda}$$

359. Hãy giải bài 356 với điều kiện khoảng thời gian tương đối của xung $\gamma = 0,5$.

Bài giải. Ở trường hợp nghiên cứu biểu diễn Laplace xung cho phần tử xung phát ra khi cấp tín hiệu duy nhất tới đầu vào của nó sẽ bằng:

$$F_n(p) = \int_0^{\gamma T_0} 1 \cdot e^{-pt} dt = \frac{1 - e^{-p\gamma T_0}}{p} = \frac{z^\gamma - 1}{z^\gamma p}$$

ở đây $z^\gamma = e^{p\gamma T_0}$.

Hàm truyền cần tìm của phân liên tục:

$$W_n(p) = W_0(p)F_n(p) = \frac{K}{p(1+T_1 p)} \cdot \frac{z^\gamma - 1}{z^\gamma}$$

Hàm truyền phân tán:

$$W(z) = \frac{z^\gamma - 1}{z^\gamma} \cdot Z \left\{ \frac{K}{p(1+T_1 p)} \right\} = \frac{z^\gamma - 1}{z^\gamma} \cdot Z \left\{ \frac{K}{p} - \frac{K T_1}{1+T_1 p} \right\}$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta có:

$$W(z) = \frac{z^\gamma - 1}{z^\gamma} \cdot \frac{K(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \quad (4)$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = 0,135$.

Thế các giá trị số cho:

$$W(z) = \frac{z^{0,5} - 1}{z^{0,5}} \cdot \frac{9,865z}{(z-1)(z-0,135)} \quad (5)$$

Nếu sử dụng biến $z_0 = e^{\gamma T_0} = z^\gamma$ thì công thức (5) có thể biểu diễn ở dạng:

$$W(z_0) = \frac{z_0 - 1}{z_0} \cdot \frac{9,865z_0^2}{(z_0^2 - 1)(z_0^2 - 0,135)} \quad (6)$$

360. Đối với bộ lọc xung được biểu diễn trên hình 205. Hãy xây dựng các đặc tính biên độ và pha lôgarit. Hàm truyền của phân liên tục:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)}$$

Các số liệu ban đầu: $K = 100 \text{ s}^{-1}$, $T_0 = 0,05 \text{ s}$, $T_1 = 0,2 \text{ s}$ và $\gamma = 0,1$.

Cho rằng trình tự các xung ở đầu ra của phân tử xung PX có thể thay thế bởi trình tự hàm δ .



Hình 205. Bộ lọc xung cho bài 360.

Bài giải. Hàm truyền phân tán của bộ lọc xung bằng:

$$W(z) = \gamma T_0 Z \{ W_0(p) \} = \gamma T_0 Z \left\{ \frac{K}{p(1 + T_1 p)} \right\} \quad (1)$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta tìm được:

$$\begin{aligned} Z \left\{ \frac{K}{p(1 + T_1 p)} \right\} &= Z \left\{ \frac{K}{p} - \frac{KT_1}{1 + T_1 p} \right\} \\ &= K \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-d} \right) = \frac{K(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \end{aligned} \quad (2)$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-0,25} = 0,78$. Nếu thế (2) vào (1), ta có:

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \quad (3)$$

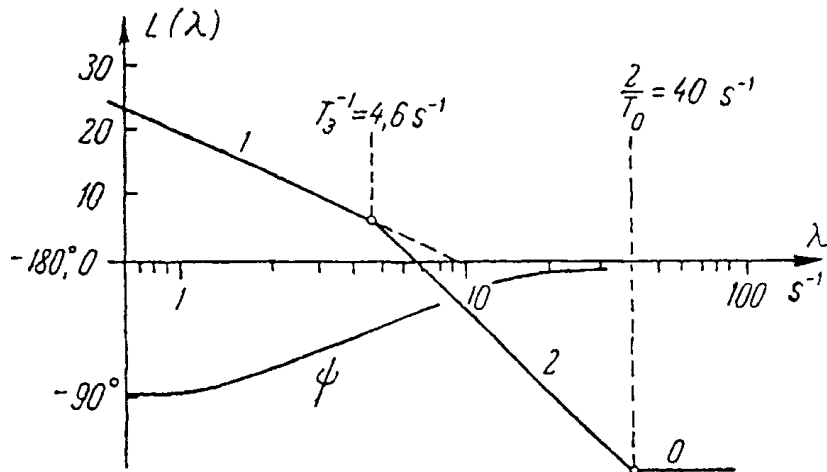
Ta sử dụng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$:

$$W(\omega) = \frac{\gamma T_0 K(1-\omega^2)}{2\omega \left(1 - \omega \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1} \right)} \quad (4)$$

Ta chuyển về giả tần số tuyệt đối bằng cách thế $\omega = j \frac{T_0}{2} \lambda$:

$$W(j\lambda) = \frac{\gamma K \left(1 + \lambda^2 \frac{T_0^2}{4} \right)}{j\lambda(1 + j\lambda T_E)} \quad (5)$$

$$\text{Ở đây } T_E = \frac{T_0}{2} \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1} = \frac{T_0}{2 \operatorname{th} \frac{T_0}{2T_1}} = \frac{0,5}{2,0,115} = 0,217 \text{ s}$$



Hình 206. Đ.B.L và Đ.P.L cho bài 360.

Thế các giá trị số cho:

$$W(j\lambda) = \frac{10(1 + 0,025^2 \lambda^2)}{j\lambda(1 + j0,217\lambda)} \quad (6)$$

Các đặc tính biên độ và pha lôgarit cần xây dựng theo biểu thức:

$$L(\lambda) = 20 \lg |W(j\lambda)| = 20 \lg \frac{10[1 + (0,025)^2 \lambda^2]}{\lambda \sqrt{1 + 0,217^2 \lambda^2}}$$

$$\psi(\lambda) = \arg W(j\lambda) = -90^\circ - \arctg 0,217\lambda$$

Đ.B.L tiệm cận và Đ.P.L được xây dựng trên hình 206.

361. Hãy xây dựng các đặc tính pha và biên độ lôgarit đối với bộ lọc xung được biểu diễn trên hình 205, nếu hàm truyền của phân liên tục:

$$W_0(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad (1)$$

Các số liệu ban đầu: $K = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_0 = 0,1 \text{ s}$, $T_1 = 0,25 \text{ s}$, $T_2 = 0,01 \text{ s}$ và $\gamma = 0,01$. Cho rằng trình tự các xung ở đầu ra của phân tử xung có thể thay thế bằng trình tự hàm δ .

Bài giải. Ta phân chia biểu thức (1) thành các phân số đơn giản:

$$\frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} = \frac{K}{p} - \frac{KT_1^2}{(T_1 - T_2)(1 + T_1 p)} + \frac{KT_2^2}{(T_1 - T_2)(1 + T_2 p)} \quad (2)$$

Tương ứng với phụ lục 2 ta tìm được hàm truyền phân tán:

$$W(z) = \gamma T_0 K \left(\frac{z}{z-1} - \frac{az}{T_1(z-d_1)} + \frac{bz}{T_2(z-d_2)} \right) \quad (3)$$

ở đây:

$$a = \frac{T_1^2}{T_1 - T_2} \approx T_1, \quad b = \frac{T_2^2}{T_1 - T_2} \approx \frac{T_2^2}{T_1}$$

$$d_1 = e^{-\frac{T_2}{T_1}} \quad \text{và} \quad d_2 = e^{-\frac{T_0}{T_2}}$$

Công thức (3) có thể biểu diễn ở dạng:

$$W(z) \approx \gamma T_0 K \left[\frac{(1-d_1)z}{(z-1)(z-d_1)} + \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{z}{(z-d_2)} \right] \quad (4)$$

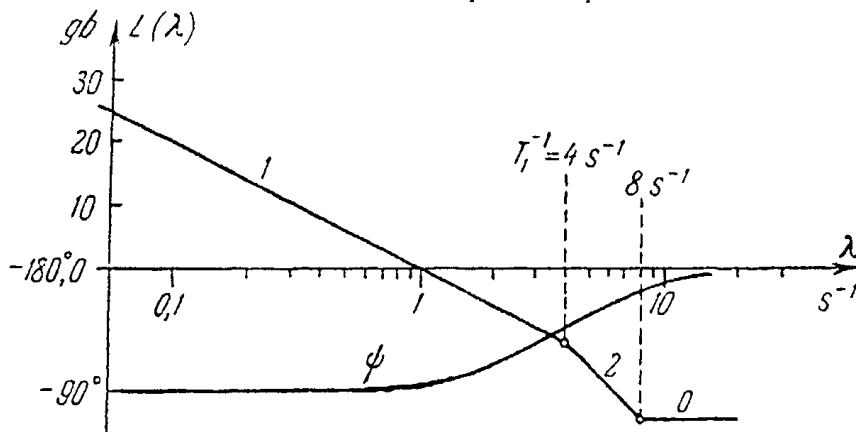
Ta sử dụng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$,

$$W(\omega) = \gamma T_0 K \left[\frac{1-\omega^2}{2\omega \left(1 + \omega \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1} \right)} + \frac{T_2}{T_1(1-d_2)} \cdot \frac{1+\omega}{1 + \omega \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_2}} \right]$$

Ta chuyển tới giả tần số tuyệt đối bằng thay thế $\omega = j \frac{T_0}{2} \lambda$. Ở kết quả ta có:

$$W(j\lambda) = \gamma T_0 K \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2} \right) \left[\frac{1 - j\lambda \frac{T_0}{2}}{j\lambda T_0 \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2} \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1} \right)} + \frac{T_2}{T_1(1-d_2) \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2} \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_2} \right)} \right]$$

Bởi vì $T_0 < 2T_1$ và $T_0 > 2T_2$, thì $\frac{T_0}{2} \operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_1}$, $\operatorname{cth} \frac{T_0}{2T_2} \approx 1$ và $d_2 \approx 0$



Hình 207. Đ.B.L và Đ.P.L cho bài 361.

Khi tính toán các phụ lục này ta có:

$$W(j\lambda) = \gamma T_0 K \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2} \right) \left[\frac{1 - j\lambda \frac{T_0}{2}}{j\lambda T_0 (1 + j\lambda T_1)} + \frac{T_2}{T_1 \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2} \right)} \right]$$

$$= \frac{\gamma K \left[1 + j\lambda \frac{T_2}{T_1} T_0 + (j\lambda)^2 \left(T_2 T_0 - \frac{T_0^2}{4} \right) \right]}{j\lambda (1 + j\lambda T_1)} \quad (5)$$

Thế các giá trị số cho:

$$W(j\lambda) = \frac{\left[1 + j0,004\lambda - 0,015(j\lambda)^2 \right]}{j\lambda (1 + j0,25\lambda)} \approx \frac{1 + 0,015\lambda^2}{j\lambda (1 + j0,25\lambda)} = \frac{(1 + j0,122\lambda)(1 - j0,122\lambda)}{j\lambda (1 + j0,25\lambda)}$$

Các Đ.B.L và Đ.P.L tiệm cận được biểu diễn trên hình 207.

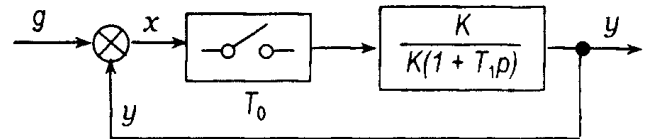
362. Hệ điều chỉnh xung (hình 208) tương ứng với hàm truyền của hệ hở (xem bài 360).

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K (1-d)}{(z-1)(z-d)} = \frac{0,11}{(z-1)(z-0,78)} \quad (1)$$

ở đây $K = 100 \text{ s}^{-1}$, $T_0 = 0,05 \text{ s}$, $T_1 = 0,2 \text{ s}$,

$\gamma = 0,1$ và $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-0,25} = 0,78$.

Hãy xác định hàm truyền của hệ kín và hàm truyền đối với sai số.



Hình 208. Hệ điều khiển xung.

Đáp số:

Hàm truyền của hệ kín

$$\Phi(z) = \frac{W(z)}{1 + W(z)} = \frac{\gamma T_0 K (1-d)}{(z-1)(z-d) + \gamma T_0 K (1-d)}$$

$$= \frac{0,11}{(z-1)(z-0,78) + 0,11} \quad (2)$$

Hàm truyền theo sai số:

$$\Phi_x(z) = \frac{1}{1 + W(z)} = \frac{(z-1)(z-d)}{(z-1)(z-d) + \gamma T_0 K (1-d)}$$

$$= \frac{(z-1)(z-0,78)}{(z-1)(z-d) + 0,11} \quad (3)$$

363. Hàm truyền của hệ xung kín (xem hình 208):

$$\Phi(z) = \frac{0,11}{(z-1)(z-0,78)+0,11}$$

Ở đầu vào của hệ có hàm tăng $g(t) = g_0 1(t)$. Hãy tìm biến đổi z của đại lượng đầu ra $Y(z)$ và sai số $X(z)$.

Bài giải. Biểu diễn đại lượng đầu vào tương ứng với phụ lục 2 sẽ bằng:

$$G(z) = \frac{g_0 z}{z-1}$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra:

$$Y(z) = \Phi_x(z) G(z) = \frac{0,11 g_0 z}{[(z-1)(z-0,78)+0,11](z-1)}$$

Biểu diễn sai số:

$$X(z) = \Phi_x(z) G(z) = [1 - \Phi(z)] G(z) = \frac{g_0(z-0,78)z}{(z-1)(z-0,78)+0,11}$$

364. Hãy tìm phương trình hiệu số liên quan các đại lượng đầu vào và ra của hệ điều chỉnh xung (xem hình 208).

Hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(z) = \frac{0,11}{(z-1)(z-0,78)+0,11}$$

Bài giải. Các biểu diễn đại lượng đầu vào và ra được liên hệ bởi hàm truyền:

$$\begin{aligned} Y(z) &= \Phi(z) G(z) = \frac{0,11 G(z)}{(z-1)(z-0,78)+0,11} \\ &= \frac{0,11 G(z)}{z^2 - 1,78z + 0,89} = \frac{0,11 z^{-2} G(z)}{1 - 1,78z^{-1} + 0,89z^{-2}} \end{aligned}$$

Ta viết lại công thức này ở dạng khác:

$$(1 - 1,78z^{-1} + 0,89z^{-2}) Y(z) = 0,11 z^{-2} G(z)$$

Từ đó có thể thu được phương trình hiệu số:

$$y[n] - 1,78y[n-1] + 0,89y[n-2] = 0,11g[n-2]$$

10.2. ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ CHẤT LƯỢNG CÁC HỆ XUNG

365. Hàm truyền của hệ điều chỉnh xung kín:

$$\Phi(z) = \frac{0,11}{z^2 - 17,8 + 0,89}$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Phương trình đặc trưng của hệ:

$$z^2 - 1,78z + 0,89 = 0$$

Ta tìm được các nghiệm:

$$z_{1,2} = 0,89 \pm \sqrt{0,89^2 - 0,89} = 0,89 \pm j 0,346$$

Môđun của các nghiệm:

$$|z_{1,2}| = \sqrt{0,89^2 + 0,346^2} = 0,96 < 1$$

Hệ ổn định.

366. Hãy xác định giá trị lớn nhất của hệ số khuếch đại chung đối với hệ điều chỉnh xung được nghiên cứu trong bài 362, tương ứng với giới hạn độ ổn định.

Bài giải. Phương trình đặc trưng của hệ có thể thu được từ công thức (2) của bài 362:

$$\begin{aligned} (z - 1)(z - d) + \gamma T_0 K (1 - d) &= \\ &= z^2 - (1 + d)z + \gamma T_0 K (1 - d) + d = 0 \end{aligned}$$

Ta chuyển tới biến đổi ω bằng thế $z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega}$. Ở kết quả ta thu được phương trình đặc trưng ở dạng khác:

$$\begin{aligned} [2 - d + \gamma T_0 K (1 - d)]\omega^2 + 2[1 - \gamma T_0 K (1 - d)]\omega + \\ + \gamma T_0 K (1 - d) = 0 \end{aligned}$$

Các điều kiện ổn định:

$$2 - d + \gamma T_0 K (1 - d) > 0 \quad (1)$$

$$\gamma T_0 K (1 - d) < 1 \quad (2)$$

$$\gamma T_0 K (1 - d) > 0 \quad (3)$$

Giá trị tới hạn của hệ số khuếch đại có thể xác định từ công thức (2):

$$K_{kp} = \frac{1}{\gamma T_0 (1 - d)} = \frac{1}{0,1 \cdot 0,05 \cdot 0,22} = 910 \text{ s}^{-1}$$

367. Phương trình đặc trưng của hệ điều chỉnh xung:

$$5z^3 + 2z^2 + 3z + 1 = 0$$

Hãy xác định độ ổn định của hệ.

Bài giải. Ta sử dụng thế $z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega}$. Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} 5(1 + \omega)^3 + 2(1 + \omega)^2 (1 - \omega) + \\ + 3(1 + \omega)(1 - \omega)^2 + (1 - \omega)^3 = 0 \end{aligned}$$

Quy đổi các số hạng tương tự cho:

$$5\omega^3 + 13\omega^2 + 11\omega + 11 = 0$$

Ta sử dụng tiêu chuẩn Gurbinx:

$$13 \cdot 11 - 5 \cdot 11 = 88 > 0$$

Hệ ổn định.

368. Hãy xác định độ ổn định của hệ, mà phương trình đặc trưng của nó:

$$z^2 + z^2 + z + 1 = 0$$

Đáp số: Hệ không ổn định.

369. Hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(z) = \frac{0,1}{z^2 - 1,5z + 0,6}$$

Hãy xác định các hệ số đầu của sai số c_0 và c_1 ở $T_0 = 0,1$ s.

Bài giải. Ta tìm được hàm truyền đối với sai số:

$$\Phi_x(z) = 1 - \Phi(z) = \frac{z^2 - 1,5z + 0,5}{z^2 - 1,5z + 0,6}$$

Nếu ở biểu thức cuối cùng thay $z = 1$, điều đó tương ứng $p = 0$, ta có:

$$c_0 = \Phi_x(1) = 0$$

Để tìm hệ số sai số c_1 ta vi phân hàm truyền $\Phi_x(e^{pT_0})$:

$$\frac{d\Phi_x(e^{pT_0})}{dp} = \frac{(2T_0z - 1,5T_0)0,1}{(z^2 - 1,5z + 0,6)^2}$$

Khi thế vào biểu thức cuối cùng $z = 1$ ta có:

$$c_1 = \frac{(2T_0 - 1,5T_0)0,1}{(1 - 1,5 + 0,6)^2} = 5T_0 = 0,5 \text{ s}$$

370. Ở hệ điều chỉnh xung các hệ số sai số bằng $c_0 = 0$, $c_1 = 0,01$ s và $c_2 = 0,05$ s².

Hãy xác định sai số ở các thời điểm phân tán $t = nT_0$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) khi ở đầu vào hệ có tín hiệu $g(t) = a_0t + a_1t^2$, ở đây $a_0 = 5$ s⁻¹ và $a_1 = 2$ s⁻².

Đáp số: Giá trị sai số ở các thời điểm phân tán bằng:

$$\begin{aligned} x(nT_0) &= c_1 \dot{g}(nT_0) + \frac{c_2}{2} \ddot{g}(nT_0) \\ &= c_1(a_0 + 2a_1nT_0) + \frac{c_2}{2} \cdot 2a_1 \\ &= 0,01(5 + 4nT_0) + 0,05 \cdot 2 = 0,15 + 0,04nT_0 \end{aligned}$$

371. Hãy xác định độ dự trữ ổn định theo môđun và theo pha, cũng như chỉ số dao động của hệ điều chỉnh xung, mà hàm truyền của nó ở trạng thái hở có trong bài 362:

$$W(z) = \frac{\gamma T_0 K(1-d)}{(z-1)(z-d)}$$

ở đây $\gamma = 0,1$, $T_0 = 0,05$ s, $K = 100$ s⁻¹, $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-0,25} = 0,78$, $T_1 = 0,2$ s.

Bài giải. Ta chuyển sang hàm truyền tần số bằng thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$, còn sau đó $\omega = j\sqrt{\frac{T_0}{2}}$

(xem bài 360):

$$W(j\lambda) = \frac{10[1 + 0,025^2 \lambda^2]}{j\lambda(1 + j0,217\lambda)} \quad (1)$$

Ta xác định tần số cắt đối với hàm truyền (1) từ đẳng thức:

$$\frac{10[1 + 0,025^2 \lambda_{cp}^2]}{\lambda_{cp} \sqrt{1 + 0,217^2 \lambda_{cp}^2}} \quad (2)$$

Nghiệm gần đúng (2) cho:

$$\lambda_{cp} \approx \sqrt{\frac{10}{0,217}} = 6,8 \text{ s}^{-1}$$

Độ dự trữ theo pha đối với (1) bằng:

$$\mu = 180^\circ + \psi = 90^\circ - \arctg 0,217\lambda$$

Độ dự trữ ổn định theo pha ở $\lambda = \lambda_{cp}$ bằng:

$$\mu_1 = 90^\circ - \arctg 0,217 \cdot 6,8 = 34^\circ$$

Sự dịch chuyển của pha đạt tới giá trị $\psi = -180^\circ$ khi $\lambda \rightarrow \infty$. Vì vậy độ dự trữ ổn định theo môđun:

$$\beta = \frac{1}{|W(j\infty)|} = \frac{0,217}{10 \cdot 0,025^2} \approx 35$$

Để xác định chỉ số dao động ta tìm hàm truyền tần số của hệ kín:

$$\Phi(j\lambda) = \frac{W(j\lambda)}{1 + W(j\lambda)} = \frac{10(1 + 0,025^2 \lambda^2)}{-0,217\lambda^2 + j\lambda + 10}$$

Môđun của biểu thức cuối cùng bằng:

$$A(\lambda) = \frac{10(1 + 0,025\lambda^2)}{\sqrt{(10 - 0,217\lambda^2)^2 + \lambda^2}} \quad (3)$$

Nghiên cứu về cực đại của biểu thức (3) cho giá trị của chỉ số dao động $A_{\max} = M = 1,56$.

372. Ở đầu vào hệ xung với hàm truyền ở trạng thái kín:

$$\Phi(z) = \frac{0,1}{z^2 - 1,3z + 0,4}$$

có hàm tăng duy nhất $g(t) = 1(t)$. Hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp đối với đại lượng đầu ra $y(nT)$ và hãy xác định quá trình chuyển tiếp chu kỳ phân tán $T_0 = 1 \text{ s}$.

Bài giải. Biểu diễn đại lượng đầu vào bằng:

$$G(z) = \frac{z}{z-1} \quad (1)$$

Biểu diễn đại lượng đầu ra có dạng:

$$Y(z) = \Phi(z)G(z) = \frac{0,1z}{(z-1)(z^2 - 1,3z + 0,4)} \quad (2)$$

Ta tìm các nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$z^2 - 1,3z + 0,4 = 0$$

Kết quả cho $z_1 = 0,8$ và $z_2 = 0,5$.

Ta biểu diễn biểu thức (2) ở dạng:

$$Y(z) = \left(\frac{A}{z-1} + \frac{B}{z-0,8} + \frac{C}{z-0,5} \right)$$

Tìm các hệ số phân tích ra các phân số đơn giản cho $A = 1$, $B = -1,67$ và $C = 0,67$. Ở kết quả ta có:

$$Y(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{1,67z}{z-0,8} + \frac{0,67z}{z-0,5} \quad (3)$$

Để đưa (3) về dạng bảng số (xem phụ lục 2) ta đặt $d_1 = e^{-\alpha_1 T_0} = z_1 = 0,8$ và $d_2 = e^{-\alpha_2 T_0} = z_2 = 0,5$. Từ đó ta tìm được:

$$\alpha_1 = \frac{1}{T_0} \ln \frac{1}{0,8} = 1 \times 0,223 = 0,223 \text{ s}^{-1}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{T_0} \ln \frac{1}{0,5} = 1 \times 0,693 = 0,693 \text{ s}^{-1}$$

Bảng 1

n	$-1,67 \cdot 0,8^n$	$0,67 \cdot 0,5^n$	$y(nT_0)$	n	$-1,67 \cdot 0,8^n$	$0,67 \cdot 0,5^n$	$y(nT_0)$
0	-1,67	0,68	0	9	-0,22	0	0,78
1	-1,33	0,33	0	10	-0,18	0	0,82
2	-1,06	0,16	0,1	11	-0,14	0	0,86
3	-0,85	0,08	0,23	12	-0,11	0	0,89
4	-0,68	0,04	0,36	13	-0,09	0	0,91
5	-0,54	0,02	0,48	14	-0,07	0	0,93
6	-0,43	0,01	0,58	15	-0,06	0	0,94
7	-0,35	0	0,65	16	-0,05	0	0,95
8	-0,28	0	0,72				

Tương ứng với phụ lục 2 ta có hàm thời gian phân tán cần tìm:

$$\begin{aligned} y(nT_0) &= 1 - 1,67e^{-\alpha_1 n T_0} + 0,67e^{-\alpha_2 n T_0} \\ &= 1 - 0,67z_1^n + 0,67z_2^n = 1 - 1,67 \cdot 0,8^n + 0,67 \times 0,5^n \end{aligned} \quad (4)$$

Để xây dựng quá trình chuyển tiếp sử dụng thuận tiện bảng 1.

Tính $y(nT_0)$ thực hiện ở bảng tới khi sai số không bằng 5%. Thời gian của quá trình chuyển tiếp khi đó bằng $t_n = 16T_0 = 16$ s.

373. Giải bài toán trước bằng cách phân tích biểu thức ra chuỗi Loran.

Bài giải. Biểu thức cần tìm của đại lượng đầu ra (2) được phân tích thành chuỗi Loran bằng cách chia tử số cho mẫu số

$$\begin{array}{r} 0,1z \\ \hline 0,1z - 0,23 + 0,17z^{-1} - 0,04z^{-2} \\ \hline 0,23 - 0,17z^{-1} + 0,04z^{-2} \\ \hline 0,23 - 0,53z^{-1} + 0,39z^{-2} - 0,092z^{-3} \\ \hline 0,36z^{-1} - 0,35z^{-2} + 0,092z^{-3} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} z^3 - 2,3z^2 + 1,7z - 0,4 \\ \hline 0,1z^2 + 0,23z^{-3} + 0,36z^{-4} + \dots \end{array} \right.$$

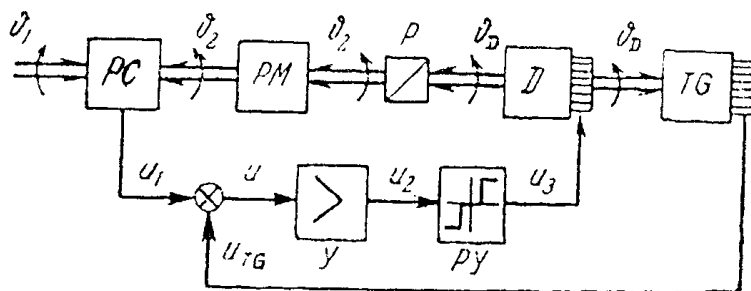
Các hệ số ở z^{-n} trường hợp riêng là giá trị của các đại lượng đầu ra $y(nT_0)$. Do đó ở $n = 0$ và $n = 1$ ta có $y(0) = y(T_0) = 0$. Tiếp theo ta có $y(2T_0) = 0,1$, $y(3T_0) = 0,23$, $y(4T_0) = 0,36$. Nếu tiến hành chia tiếp theo ta thu được các số trùng với các giá trị trong bảng 1.

PHẦN II
**CÁC HỆ KHÔNG TUYẾN TÍNH CỦA
 HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG**

Chương 11
**LẬP CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA
 CÁC HỆ KHÔNG TUYẾN TÍNH**

11.1. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA CÁC HỆ THEO DÕI KHÔNG TUYẾN TÍNH

374. Hãy lập các phương trình vi phân và sơ đồ cấu trúc của hệ theo dõi điện cơ, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 209. Trên sơ đồ ta ký hiệu: ϑ_1, ϑ_2 - các góc quay của các trục chỉ huy và thừa hành, $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ - không ăn khớp (sai số), PC - phân tử nhạy cảm (đầu đo góc không ăn khớp), Y - bộ khuếch đại tuyến tính, PY - bộ khuếch đại role, D - động cơ, P - bộ truyền động, TG - máy phát đo tốc độ, PM - cơ cấu làm việc (đối tượng).



Hình 209. Hệ theo dõi điện cơ.

Các số liệu ban đầu hồ dẫn đặc tính của phân tử nhạy cảm $k_1 = 1 \text{ V/độ} = 57,3 \text{ V/độ}$, hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại tuyến tính $k_2 = 2,5$, hằng số thời gian của bộ khuếch đại tuyến tính $T_1 = 0,05 \text{ s}$, điện áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại role $U_{3\max} = c = 110 \text{ V}$, độ hồ dẫn đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ $k_4 = 10^{-2} \frac{\text{V.s}}{\text{rad}}$, tỷ số truyền của bộ dẫn động $i = 1000$, tốc độ không tải của động cơ $n_0 = 6000 \text{ V/ph}$, thời điểm khởi động của động cơ $M_0 = 100 \text{ G.cm}$, mômen quán tính của tất cả các tần số quay tới trục của động cơ; $J = 0,008 \text{ G.cm.s}^2$. Bỏ qua ảnh hưởng mômen tĩnh của phụ tải và của các quá trình chuyển tiếp trong mạch phản ứng của động cơ. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại role được biểu diễn trên hình 210. Vùng không nhạy cảm $b = 0,25 \text{ V}$.

Bài giải. Theo sơ đồ nguyên lý đã cho ta lập các phương trình các khâu vi phân của hệ.

1. Phương trình phân tử độ nhạy:

$$u_1 = k_1 \vartheta, \quad \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \quad (1)$$

ở đây u_1 - điện áp ở đầu ra của phân tử nhạy cảm.

2. Phương trình khuếch đại role:

$$(T_1 p + 1) u_2 = k_2 u, \quad u = u_1 + u_{TG} \quad (2)$$

ở đây u_2 - điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại, u_{TG} - điện áp của máy phát đo tốc độ, $p = \frac{d}{dt}$.

3. Phương trình bộ khuếch đại role được viết ở dạng sau:

$$u_3 = F(u_2) \quad (3)$$

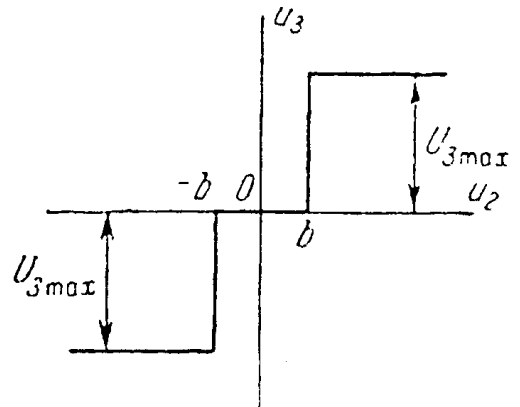
ở đây u_3 - điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại, $F(u_2)$ - hàm không tuyến tính cho bởi đặc tính tĩnh (xem hình 210).

4. Phương trình động cơ thừa hành:

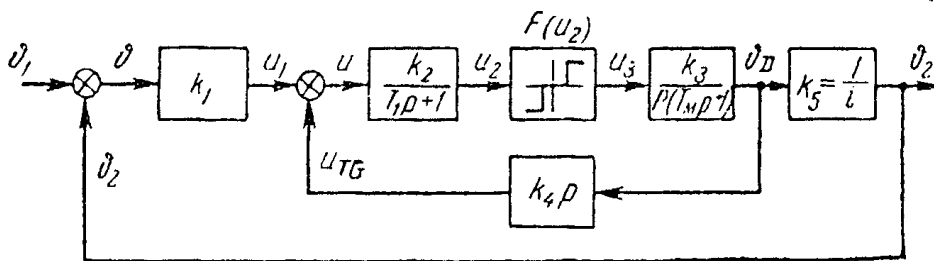
Theo số liệu ban đầu có thể bỏ qua ảnh hưởng mômen phụ tải tĩnh và các quá trình chuyển tiếp trong mạch phân cảm của động cơ. Vì vậy phương trình vi phân của động cơ (xem chương 1) có thể viết ở dạng:

$$(T_M p + 1) p \vartheta_D = k_3 u_3 \quad (4)$$

ở đây ϑ_D - góc quay của trục động cơ, T_M - hằng số điện cơ của thời gian, k_3 - hệ số truyền của động cơ.



Hình 210. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại role.



Hình 211. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi.

Hằng số thời gian điện cơ của động cơ điện (xem chương 1):

$$T_M = J \frac{\Omega_0}{M_0} = J \frac{\pi n_0}{30 M_0} = 0,008 \frac{3,14 \cdot 6000}{30 \cdot 100} \approx 0,05 \text{ s}$$

Hệ số truyền của động cơ:

xây dựng quy luật điều khiển logic (hình 213) sử dụng điện áp u_1 tỷ lệ với sai số của hệ ϑ và điện áp u_{TG} tỷ lệ tốc độ quay của trục thừa hành $\dot{\vartheta}_2$.

Các số liệu ban đầu: mômen quay của động cơ dẫn động tới trục thừa hành $M_0 = 10$ G.cm, mômen quán tính của tất cả các phần quay tới chính trục này $J = 100$ G.cm.s², các thông số của thiết bị logic (được tính toán theo góc không ăn khớp và vận tốc góc) $b_1 = 0,2^0$, $b_2 = 0,1$ độ/s. Có thể bỏ qua mômen phụ tải tĩnh và ảnh hưởng của các quá trình chuyển tiếp ở các khớp nối điện từ.

Bài giải. Ta viết định luật cân bằng các mômen tới các trục thừa hành (ta bỏ qua mômen phụ tải tĩnh):

$$J \frac{d^2 \vartheta_2}{dt^2} = M \quad (1)$$

ở đây, M - mômen quay.

Phương trình thiết bị điều khiển có phần tử nhạy cảm, máy phát đo tốc độ, thiết bị logic và các khớp nối điện từ ma sát có dạng:

$$M = M_0 \Phi(\vartheta, \dot{\vartheta}_2) \quad (2)$$

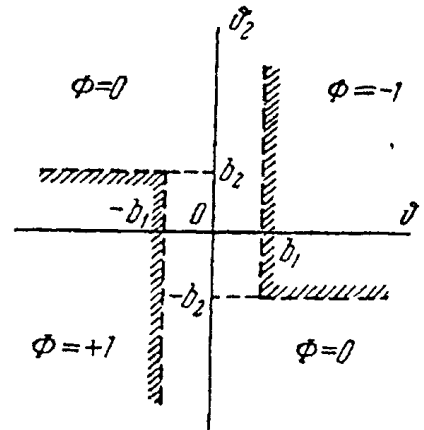
Ở đây $\Phi(\vartheta, \dot{\vartheta}_2)$ - quy luật logic không tuyến tính được thực hiện trong thiết bị điều khiển và biểu diễn bằng đồ thị trên hình 213. Từ các phương trình (1) và (2) và hình 213 suy ra:

$$\frac{d^2 \vartheta_2}{dt^2} = \begin{cases} M_0 & \text{ở } \vartheta < -b_1, \quad \dot{\vartheta}_2 < b_2 \\ -M_0 & \text{ở } \vartheta > b_1, \quad \dot{\vartheta}_2 > -b_2 \\ 0 & \text{ở các trường hợp còn lại} \end{cases} \quad (3)$$

Ở phương trình (3) ta thế các giá trị số các thông số của hệ. Ta thu được các phương trình vi phân chuyển động của hệ:

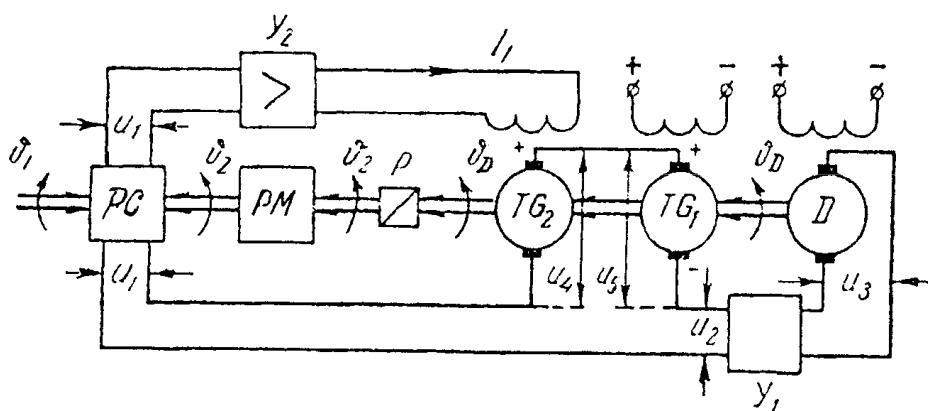
$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = \begin{cases} 0,1 & \text{ở } \vartheta < -0,2^0, \quad \dot{\vartheta}_2 < 0,1 \text{ độ/s} \\ -0,1 & \text{ở } \vartheta > 0,2^0, \quad \dot{\vartheta}_2 > -0,1 \text{ độ/s} \\ 0 & \text{trong các trường hợp còn lại} \end{cases} \quad (4)$$

376. Hãy lập các phương trình vi phân và sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi có cuộn cảm thay đổi (hình 214). Trên sơ đồ ký hiệu: ϑ_1, ϑ_2 - các góc quay của các trục (chỉ huy và thừa hành), $\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2$ - góc không ăn khớp (sai số), PC - phần tử cảm ứng (đầu đo góc không ăn khớp), PM - cơ cấu làm việc, Y_1, Y_2 - các bộ khuếch đại, TG_1, TG_2 - các máy phát đo tốc độ, D - động cơ, P - bộ dẫn động.



Hình 213. Đặc tính tĩnh của thiết bị logic.

Mối liên hệ ngược cục bộ ở hệ này được tạo bởi các máy phát đo tốc độ TG_1 và TG_2 được mắc nối tiếp và ngược nhau. Độ lệch các điện áp của các máy phát đo tốc độ $u_4 - u_5$ được cộng với điện áp u_1 được ăn khớp lớn ở điện áp $u_4 > u_5$, bởi vì dòng điện trong cuộn dây kích của máy phát đo tốc độ TG_2 tỷ lệ với góc ϑ . Vì vậy tín hiệu tổng ở đầu vào của bộ khuếch đại Y_1 $u_2 > u_1$, điều đó đảm bảo tốc độ tăng lớn của quá trình. Ở góc lệch pha nhỏ $u_4 < u_5$ và điện áp ở đầu vào bộ khuếch đại Y_1 $u_2 < u_1$. Vì vậy hệ làm việc với tốc độ giảm, điều đó loại bỏ điều chỉnh lại. Khi lập các phương trình của hệ có thể bỏ qua mômen phụ tải tĩnh và ảnh hưởng của các quá trình chuyển tiếp trong mạch cảm ứng của động cơ và trong cuộn dây kích của máy phát đo tốc độ TG_2 . Các bộ khuếch đại Y_1 và Y_2 coi là không quán tính.



Hình 214. Hệ thống theo dõi có cuộn cảm thay đổi.

Bài giải. Ta lập phương trình vi phân các khâu của hệ.

1. Phương trình phần tử nhạy cảm:

$$u_1 = k_1 \vartheta, \quad \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \quad (1)$$

ở đây k_1 - độ hở dẫn đặc tính tĩnh của phần tử nhạy cảm.

2. Phương trình khuếch đại Y_1 :

$$u_3 = k_2 u_2, \quad u_2 = u_1 + u_4 - u_5 \quad (2)$$

ở đây u_3 - điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại, k_2 - hệ số khuếch đại.

3. Phương trình động cơ:

$$(T_M p + 1) p \vartheta_D = k_3 u_3 \quad (3)$$

ở đây ϑ_D - góc quay của trục động cơ, T_M và k_3 - hằng số thời gian điện cơ và hệ số truyền của động cơ.

4. Phương trình mạch có mối liên hệ ngược không tuyến tính bao gồm máy phát đo tốc độ TG_2 và bộ khuếch đại Y_2 :

$$u_4 = k_4 p u_1 \vartheta_D \quad (4)$$

ở đây k_4 - hệ số tỷ lệ.

5. Phương trình máy phát đo tốc độ TG₁:

$$u_5 = k_5 p \vartheta_D \quad (5)$$

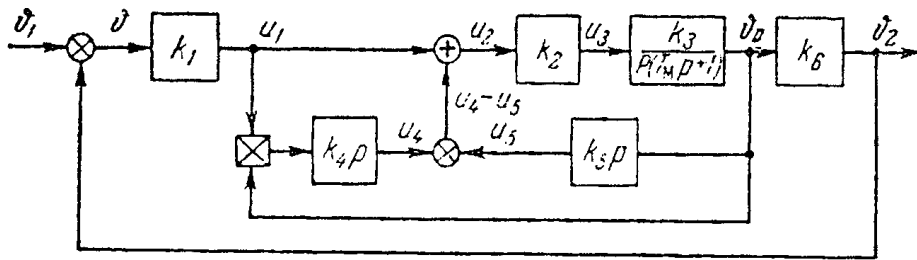
ở đây k₅ - độ hở dẫn đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ.

6. Phương trình bộ dẫn động:

$$\vartheta_2 = k_6 \vartheta_D \quad (6)$$

ở đây k₆ - hệ số truyền của bộ dẫn động.

Theo các phương trình (1) - (6) ta lập sơ đồ cấu tạo của hệ (hình 215). Ở sơ đồ này dấu \otimes ta ký hiệu thiết bị nhân thực hiện chức năng nhân của hai biến theo phương trình (4).



Hình 215. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi có cuộn cảm thay đổi.

Tương ứng với sơ đồ cấu trúc phương trình vi phân không tuyến tính của toàn hệ có dạng

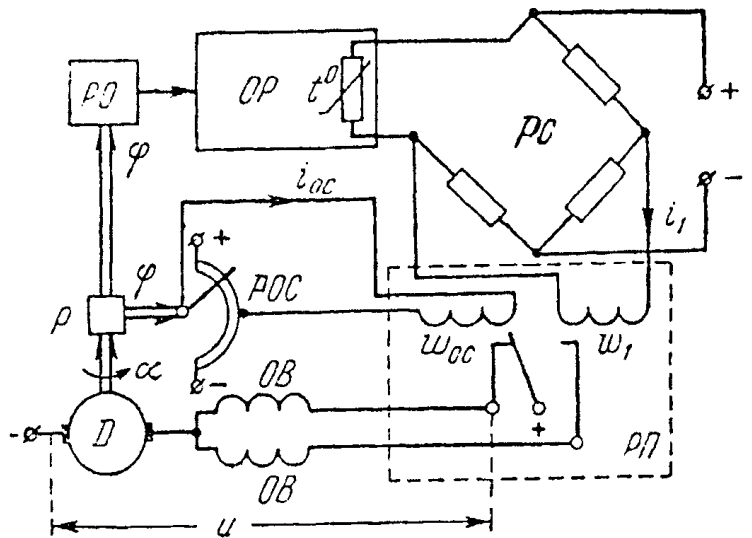
$$[T_{MP}^2 + (1 + k_2 k_3 k_5) p + k_1 k_2 k_3 k_6] \vartheta_2 - k_1 k_2 k_3 k_4 p (\vartheta_1 - \vartheta_2) \vartheta_2 = k_1 k_2 k_3 k_6 \vartheta_1 \quad (7)$$

11.2. CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA HỆ ỔN ĐỊNH KHÔNG TUYẾN TÍNH

377. Hãy lập các phương trình vi phân và sơ đồ cấu trúc của hệ điều chỉnh nhiệt độ tự động, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 216.

Trên sơ đồ ta ký hiệu: OP - đối tượng điều chỉnh, PC - phân tử nhạy cảm (cầu có trở nhiệt), PП - Rơle phân cực (bộ khuếch đại), D - động cơ, OB - các cuộn kích của động cơ, P - bộ dẫn động, PO - bộ điều chỉnh (van trượt), POC - thế điện kế có mối liên hệ ngược.

Các số liệu ban đầu: đối tượng là khâu không chu kỳ bậc nhất có hằng số thời gian $T_0 = 10$ s, hệ số truyền của đối tượng và bộ



Hình 216. Sơ đồ điều chỉnh nhiệt độ tự động.

điều chỉnh $k_0 = 10$ độ/rad, hệ số truyền phân tử nhạy cảm $k_1 = 0,25$ A-V/độ, hệ số truyền của động cơ $k_2 = 2$ rad/Vs, tỷ số truyền của bộ dẫn động $i = 1000$, hệ số truyền của mạch có liên hệ ngược $k_{oc} = 2,5$ A-V/rad. Đặc tính tĩnh của role cực hoá được biểu diễn trên hình 217. Các vòng dây ampe của role $a\omega_{cp} = 0,5$ A-V, điện áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại role $U_{max} = 110$ V. Có thể bỏ qua ảnh hưởng mômen phụ tải tĩnh của các quá trình chuyển tiếp ở các cuộn role cực hoá và các hằng số thời gian của động cơ T_A và T_M .

Bài giải. Theo sơ đồ nguyên lý đã cho ta lập các phương trình vi phân các khâu của hệ.

1. Phương trình của đối tượng điều chỉnh:

$$(T_0 p + 1) \vartheta_2 = k_0 \varphi \quad (1)$$

ở đây ϑ_2 - giá trị thực của nhiệt độ đối tượng, φ - góc quay của thiết bị điều chỉnh.

2. Phương trình của phân tử nhạy cảm:

$$a\omega_1 = k_1 \vartheta, \quad \vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \quad (2)$$

ở đây ϑ_1 - giá trị đã cho của nhiệt độ đối tượng, ϑ - sai số của hệ.

3. Phương trình của bộ khuếch đại role:

$$u = F(a\omega), \quad a\omega = a\omega_1 - a\omega_{oc} \quad (3)$$

ở đây $F(a\omega)$ - hàm không tuyến tính cho đặc tính tĩnh (xem hình 217).

4. Phương trình động cơ có dòng điện không đổi:

$$p\alpha = k_2 u \quad (4)$$

ở đây α - góc quay của trục động cơ.

5. Phương trình của bộ truyền động:

$$\varphi = k_3 \alpha \quad (5)$$

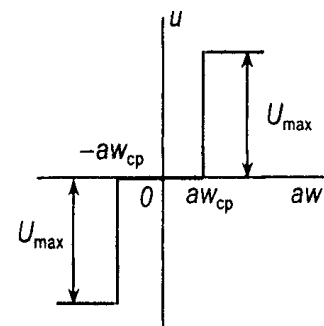
ở đây $k_3 = \frac{1}{i}$ - hệ số truyền của bộ dẫn động.

6. Phương trình mạch có mối liên hệ ngược:

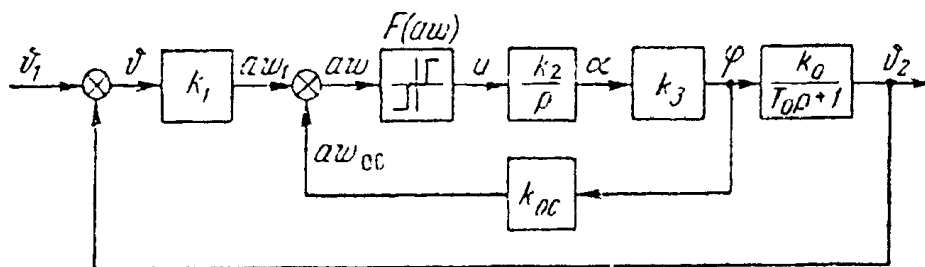
$$a\omega_{oc} = k_{oc} \varphi \quad (6)$$

ở đây $a\omega_{oc}$ - các vòng dây ampe của cuộn dây có mối liên hệ ngược.

Sơ đồ cấu trúc của hệ được biểu diễn trên hình 218.



Hình 217. Đặc tính tĩnh của role cực hoá.



Hình 218. Sơ đồ cấu tạo của hệ điều chỉnh tự động nhiệt độ.

Tương ứng với sơ đồ cấu tạo phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ có thể viết ở dạng sau:

$$(T_0 p + 1) p a \omega = k_1 p \vartheta_1 - k_2 k_3 [k_{oc}(T_0 p + 1) + k_0 k_1] u \quad (7)$$

Ta thế các giá trị số của các thông số vào phương trình (7). Ta có

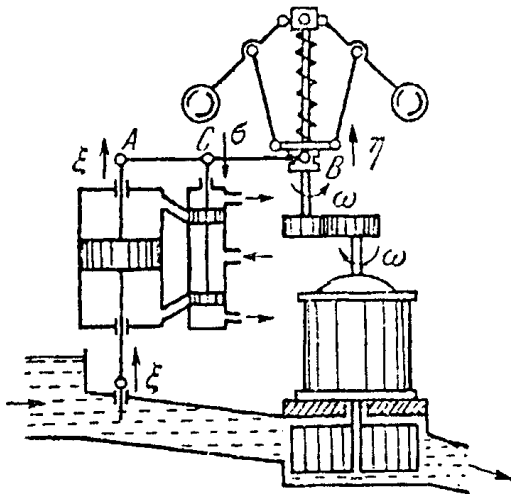
$$(10 p^2 + p) a \omega = 0,25 p \vartheta_1 - (0,05 p + 0,015) u \quad (8)$$

Phương trình phần tuyến tính (7) được bổ sung bằng phương trình khâu không tuyến tính (3):

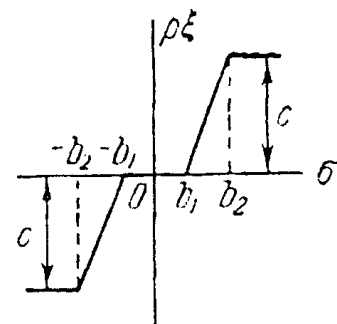
$$u = F(a\omega)$$

378. Hãy lập các phương trình vi phân của hệ điều chỉnh tốc độ quay của máy phát tuabin (hình 219). Trên sơ đồ ta ký hiệu: ω - độ lệch tốc độ góc quay trục máy phát tuabin với giá trị định mức, η - toạ độ vị trí khớp nối của cơ cấu ly tâm, σ - sự dịch chuyển thanh nối ngấn kéo, ξ - sự dịch chuyển xy lanh của động thuỷ lực và van trượt liên hệ với nó.

Các số liệu ban đầu: đối tượng (máy phát tuabin) có thể xem như khâu không chu kỳ bậc đầu có hệ số truyền k_0 và hằng số thời gian T_0 . Phần tử nhạy cảm là khâu không chu kỳ bậc hai có hệ số truyền k_1 và các hằng số thời gian T_1 và T_2 , $k_2 = \frac{AC}{AB}$, $k_3 = \frac{BC}{AB}$, đặc tính tĩnh của động cơ thuỷ lực cho bằng đồ thị (hình 220).



Hình 219. Hệ điều chỉnh tốc độ quay của máy phát tuabin.



Hình 220. Đặc tính tĩnh của động cơ thuỷ lực.

Bài giải. Ta viết các phương trình vi phân các khâu của hệ:

1. Phương trình điều chỉnh đối tượng (máy phát tuabin):

$$(T_0 p + 1) \omega = k_0 \xi \quad (1)$$

2. Phương trình phần tử nhạy cảm (cơ cấu ly tâm):

$$(T_1 p + 1) (T_2 p + 1) \eta = k_1 \omega \quad (2)$$

3. Phương trình ngăn kéo:

Để lập phương trình ngăn kéo ta cho hướng tính toán của tất cả các tọa độ như chỉ ra trên hình 219. Ở dịch chuyển bất kỳ của các điểm A, B và C ta có:

$$\sigma = -k_2\eta - k_3\xi \quad (3)$$

4. Phương trình động cơ thủy lực được viết ở dạng sau:

$$p\xi = F(\sigma) \quad (4)$$

ở đây $F(\sigma)$ - hàm không tuyến tính cho bởi đặc tính tĩnh (hình 220).

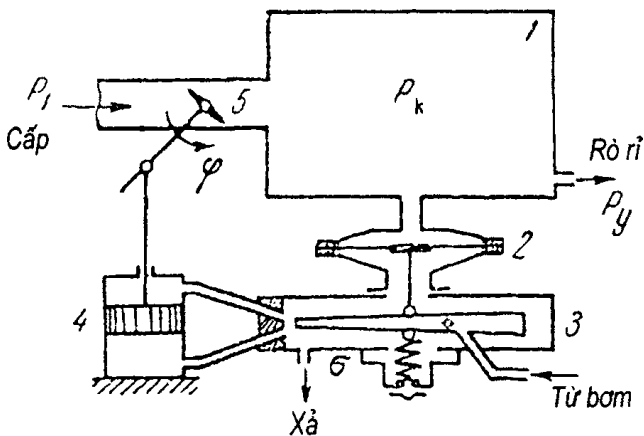
Theo các phương trình (1) - (4) ta xác định phương trình vi phân tuyến tính của hệ:

$$(T_0p + 1)(T_1p + 1)(T_2p + 1)\sigma = -(k_0k_1k_2 + k_3)\xi \quad (5)$$

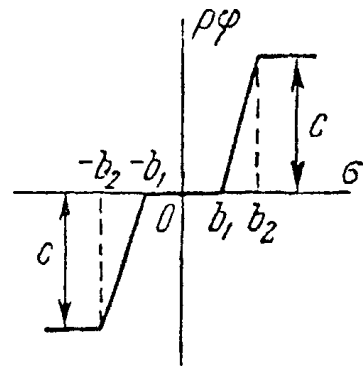
Phương trình này được bổ sung bằng phương trình của khâu không tuyến tính (4):

$$p\xi = F(\sigma) \quad (6)$$

379. Hãy lập các phương trình vi phân của hệ điều chỉnh áp suất tự động (hình 221).



Hình 221. Hệ thống điều chỉnh tự động của áp suất.



Hình 222. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại tia và động cơ thủy lực.

Trên sơ đồ ta ký hiệu: 1- đối tượng; 2- bộ đo áp suất kiểu màng (phần tử nhạy cảm); 3- bộ khuếch đại tia; 4- động cơ thủy lực; 5- van trượt (van điều chỉnh).

Các số liệu ban đầu.

1. Phương trình đối tượng điều chỉnh:

$$(T_0p + 1) p_k = k_0\varphi$$

ở đây p_k - độ lệch áp suất, φ - góc quay của van trượt.

2. Phương trình của phần tử độ nhạy:

$$(T_0^2 p^2 + T_2 p + 1)\sigma = -k_1 p_k$$

3. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại tia và động cơ thủy lực được biểu diễn trên hình 222.

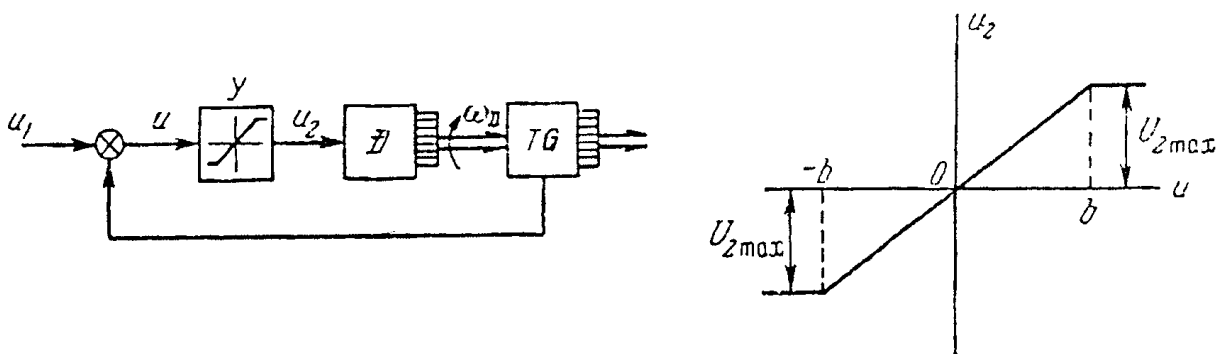
Đáp số: Phương trình vi phân phân tuyến tính của hệ:

$$(T_0 p + 1) (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1) \sigma = -k_0 k_1 \varphi$$

Phương trình của khâu không tuyến tính:

$$p\varphi = F(\sigma)$$

380. Hãy lập các phương trình vi phân của dẫn động tích phân (hình 223) khi tính toán độ không tuyến tính bão hoà trong bộ khuếch đại (hình 224).



Hình 223. Dẫn động tích phân.

Hình 224. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại.

Trên sơ đồ ta ký hiệu: Y- bộ khuếch đại; Đ- động cơ; TG- máy phát đo tốc độ.

Các số liệu ban đầu: hệ số truyền của động cơ $k_2 = 4 \text{ rad/V.s}$, hằng số thời gian điện cơ của động cơ $T_M = 0,1 \text{ s}$, độ hở dẫn đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ $k_{TG} = 10^{-2} \text{ V.s/rad}$, điện áp cực đại ở đầu ra bộ khuếch đại $U_{2\max} = 120 \text{ V}$, bề rộng vùng tuyến tính của đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại $b = 0,1 \text{ V}$.

Đáp số: Phương trình vi phân phân tuyến tính của hệ:

$$(0,1p + 1)u = (0,1p + 1)u_1 - 0,04u_2$$

Phương trình của khâu không tuyến tính:

$$u_2 = F(u).$$

Chương 12

CÁC PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU CHÍNH XÁC ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ TỰ DAO ĐỘNG

12.1. PHƯƠNG PHÁP CÁC QUỸ ĐẠO PHA

381. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ theo dõi điện cơ có khớp nối ma sát điện từ và thiết bị logic không tuyến tính (xem hình 212) ở chế độ ổn định. Các số liệu ban đầu là số liệu của bài 375.

Bài giải. Ở chế độ ổn định góc quay của trục chỉ huy $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = -\vartheta$. Khi đó phương trình của toàn hệ có thể viết ở dạng sau (xem bài 375):

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \begin{cases} 0,1 & \text{ở } \vartheta < -0,2^0, \dot{\vartheta} < 0,1 \text{ độ/s} & (1) \\ -0,1 & \text{ở } \vartheta < -0,2^0, \dot{\vartheta} < -0,1 \text{ độ/s} & (2) \\ 0 & \text{ở các trường hợp còn lại} & (3) \end{cases}$$

Hãy tìm phương trình quỹ đạo pha đối với vùng I (hình 225). Vì vậy ta đưa vào các biến mới $x = \vartheta$ và $y = \frac{d\vartheta}{dt}$ và phương trình (1) được viết ở dạng:

$$\frac{dy}{dt} = 0,1 \quad (4)$$

Để loại thời gian t ta chia phương trình này cho $\frac{dx}{dt} = y$. Ta có:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{0,1}{y} \quad (5)$$

hay

$$y \, dy = 0,1 \, dx \quad (6)$$

Nếu tích phân phương trình (6) ta thu được phương trình quỹ đạo các pha:

$$y^2 = 0,05x + C_1 \quad (7)$$

Ở đây C_1 - hằng số tùy ý.

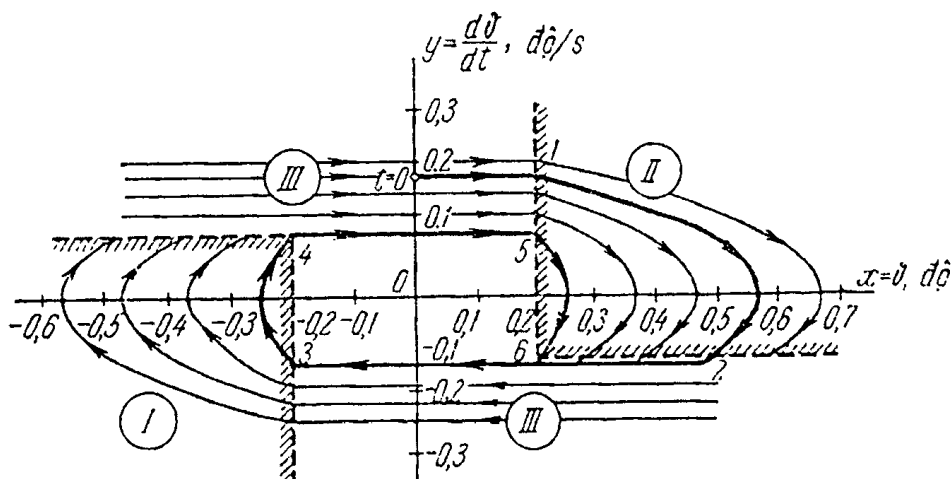
Phương trình các quỹ đạo pha đối với các vùng II và III thu được bằng cách tương tự:

$$y^2 = -0,05x + C_2 \quad (8)$$

và:

$$y = C_3 \quad (9)$$

Các phương trình (7) và (8) là các phương trình parabol đối xứng với trục x , mà thông số của chúng $p = 0,025$.

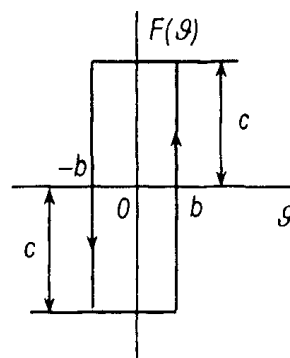


Hình 225. Các quỹ đạo pha của hệ theo dõi cho bài 381.

Phương trình (9) là phương trình các đường thẳng song song với trục x . Dạng các quỹ đạo pha được biểu diễn trên hình 225.

Ta cho các điều kiện ban đầu của quá trình. Giả sử ở $t = 0$, $x = \theta = 0$, $y = \dot{\theta} = 0,2$ độ/s. Theo dạng quỹ đạo pha đối với các độ lệch ban đầu đã cho có thể xác định quá trình chuyển tiếp kết thúc sớm hơn sau một chu kỳ, vì vậy trong hệ ta xác định được tự dao động. Biên độ các dao động góc $a_{\theta} \approx 0,25^0$ và biên độ dao động của tốc độ $a_{\dot{\theta}} = 0,1$ độ/s xác định dễ dàng theo chu kỳ giới hạn.

382. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ theo dõi điện cơ có các khớp ma sát điện từ được nghiên cứu ở bài 375, ở điều kiện thay thế thiết bị logic không tuyến tính trong hệ bằng bộ khuếch đại role. Đặc tính tĩnh $F(\theta)$ của bộ khuếch đại này được biểu diễn trên hình 226. Các giá trị các thông số của bộ khuếch đại role: $b = 0,2^0$, $c = 1$.



Hình 226. Đặc tính tĩnh của khâu không tuyến tính cho bài 382.

Đáp số: Các quỹ đạo pha của hệ là các parabol, mà các phương trình của chúng:

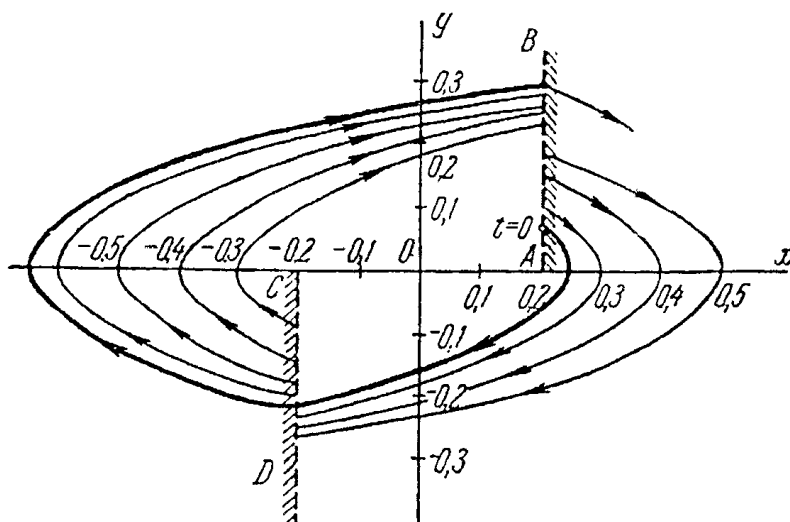
$$y^2 = 0,05x + C_1$$

$$y^2 = -0,05x + C_2$$

Các đường thẳng dẫn động giao nhau là các đường AB và CD (hình 227). Ở các điều kiện ban đầu bất kỳ điểm biểu diễn cách xa gốc tọa độ. Do đó, hệ không ổn định.

383. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ điều chỉnh nhiệt độ (xem hình 216) ở mỗi liên hệ cục bộ ngược bị ngắt ra.

Các số liệu ban đầu là các số liệu của bài 377.



Hình 227. Các quỹ đạo pha của hệ theo dõi cho bài 382.

Bài giải. Ở chế độ ổn định các nhiệt độ có thể lấy $\vartheta_1 = 0$, $\vartheta_2 = -\vartheta$. Khi đó các phương trình các khâu của hệ có thể viết ở dạng sau (xem bài 377):

1. Phương trình đối tượng điều chỉnh:

$$(T_{0p} + 1) \vartheta = -k_0 \varphi \quad (1)$$

2. Phương trình phần tử nhạy cảm:

$$a\omega_1 = k_1 \vartheta \quad (2)$$

3. Phương trình bộ khuếch đại (ở $k_{o,c} = 0$):

$$u = F(a\omega_1) \quad (3)$$

4. Phương trình động cơ có dòng điện không đổi:

$$p\alpha = k_2 u \quad (4)$$

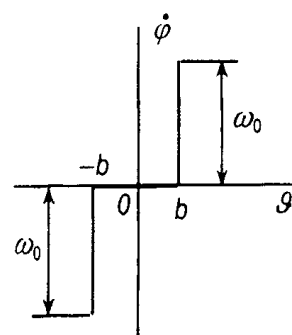
5. Phương trình của bộ dẫn động:

$$\varphi = k_3 \alpha \quad (5)$$

Nếu cho rằng dòng điện trong cuộn dây của rơle phân cực tỷ lệ với độ lệch nhiệt độ ϑ , còn tốc độ lệch của thiết bị điều chỉnh $\frac{d\varphi}{dt}$ tỷ lệ với điện áp u , đại lượng đầu vào của khâu không tuyến tính (rơle phân cực) có thể lấy ϑ , còn đầu ra là $-\frac{d\varphi}{dt}$ (hình 228).

Trên hình vẽ này $b = \frac{a\omega_{cp}}{k_1} = \frac{0,5}{0,25} = 2^0$,

$$\omega_0 = \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_{\max} = k_2 k_3 U_{\max} = 0,22 \text{ rad/s.}$$



Hình 228. Đặc tính tĩn khâu không tuyến tính cho bài 383.

Tương ứng với phương trình đối tượng điều chỉnh (1) và đặc tính tĩnh của khâu không tuyến tính (xem hình 228), phương trình của toàn hệ có thể viết ở dạng sau:

$$(T_0 p + 1) \vartheta = -k_0 \varphi \quad (6)$$

$$p\varphi = \begin{cases} +\omega_0 & \text{ở } \vartheta > +b \\ 0 & \text{ở } |\vartheta| < b \\ -\omega_0 & \text{ở } \vartheta < -b \end{cases} \quad (7)$$

Nếu giải các phương trình (6) và (7) đồng thời, ta thu được:

$$(T_0 p + 1) p\vartheta = -k_0 \omega_0 \quad \text{ở } \vartheta > +b \quad (8)$$

$$(T_0 p + 1) p\vartheta = k_0 \omega_0 \quad \text{ở } \vartheta < -b \quad (9)$$

$$(T_0 p + 1) p\vartheta = 0 \quad \text{ở } |\vartheta| < b \quad (10)$$

Ta nghiên cứu phương trình (8):

$$T_0 \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + \frac{d\vartheta}{dt} = -k_0 \omega_0 \quad (11)$$

Ta đưa vào các ký hiệu $x = \vartheta$, $\frac{dx}{dt} = y$ và phương trình (11) được viết lại như sau:

$$T_0 \frac{dy}{dt} + y = -k_0 \omega_0 \quad (12)$$

Để loại thời gian từ phương trình (12) ta chia nó cho $\frac{dx}{dt} = y$. Ta có:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{T_0} - \frac{k_0 \omega_0}{T_0 y}$$

hay sau khi chia các biến:

$$dx = -T_0 dy - \frac{T_0 k_0 \omega_0}{y + k_0 \omega_0} dy \quad (13)$$

Nếu tích phân phương trình (13), ta thu được phương trình các quỹ đạo pha:

$$x = -T_0 y + T_0 k_0 \omega_0 \ln(y + k_0 \omega_0) + C_1 \quad \text{ở } x > +b \quad (14)$$

Sau khi biến đổi tương tự với các phương trình (9) và (10), đối với chúng ta có:

$$x = -T_0 y - T_0 k_0 \omega_0 \ln(y - k_0 \omega_0) + C_2 \quad \text{ở } x < -b \quad (15)$$

$$x = -T_0 y + C_3 \quad \text{ở } |x| < b \quad (16)$$

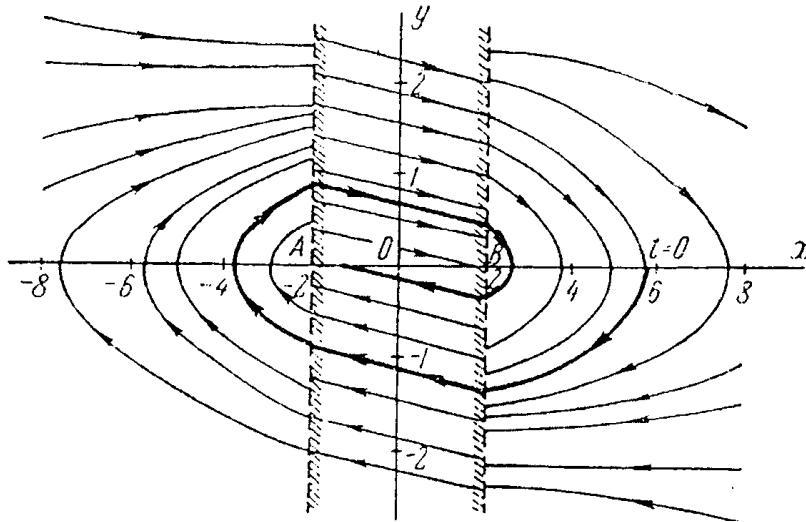
Sau khi thế vào các phương trình (14) - (16) các giá trị của các thông số, ta có:

$$x = -10y + 22 \ln(2,2 + y) + C_1 \quad \text{ở } x > +b \quad (17)$$

$$x = -10y - 22 \ln(2,2 - y) + C_2 \quad \text{ở } x < -b \quad (18)$$

$$x = -10y + C_3 \quad \text{ở } |x| < b \quad (19)$$

Theo các phương trình (17) - (19) trên hình 229 ta xây dựng hình ảnh pha của toàn hệ. Chính ở đây ta tách ra quỹ đạo pha tương ứng với các điều kiện ban đầu.



Hình 229. Các quỹ đạo pha của hệ điều chỉnh nhiệt độ cho bài 383.

Ở $t = 0$, $\vartheta = 5,7^0$, $\dot{\vartheta} = 0$. Theo dạng quỹ đạo pha có thể xác định quá trình trong hệ kết thúc lớn hơn một chút sau một chu kỳ dao động. Quá trình chuyển tiếp trong hệ có thể kết thúc ở điểm bất kỳ đoạn AB.

384. Hãy nghiên cứu các quá trình trong hệ điều chỉnh nhiệt độ được nghiên cứu trong bài 383, ở điều kiện rơle phân cực có đặc tính tĩnh được biểu diễn trên hình 230.

Các giá trị số của các thông số: $b = 2^0$, $\omega_0 = 0,22 \text{ rad/s}$.

Đáp số: Các phương trình quỹ đạo pha trong vùng I và ở vùng II (hình 231) như sau:

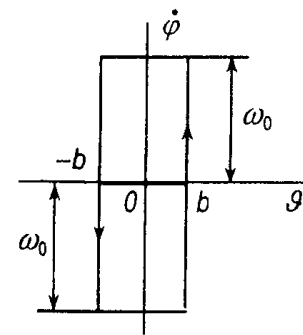
$$x = -10y + 22 \ln(2,2 + y) + C_1$$

$$x = -10y - 22 \ln(2,2 - y) + C_2$$

Chuyển mạch dẫn động xảy ra trên các đoạn thẳng AB và CD. Trong hệ ở các điều kiện ban đầu bất kỳ xác định các dao động tự phát. Biên độ dao động nhiệt độ $a_\vartheta \approx 5^0$, biên độ dao động tốc độ thay đổi nhiệt độ $a_{\dot{\vartheta}} \approx 1,2 \text{ độ/s}$.

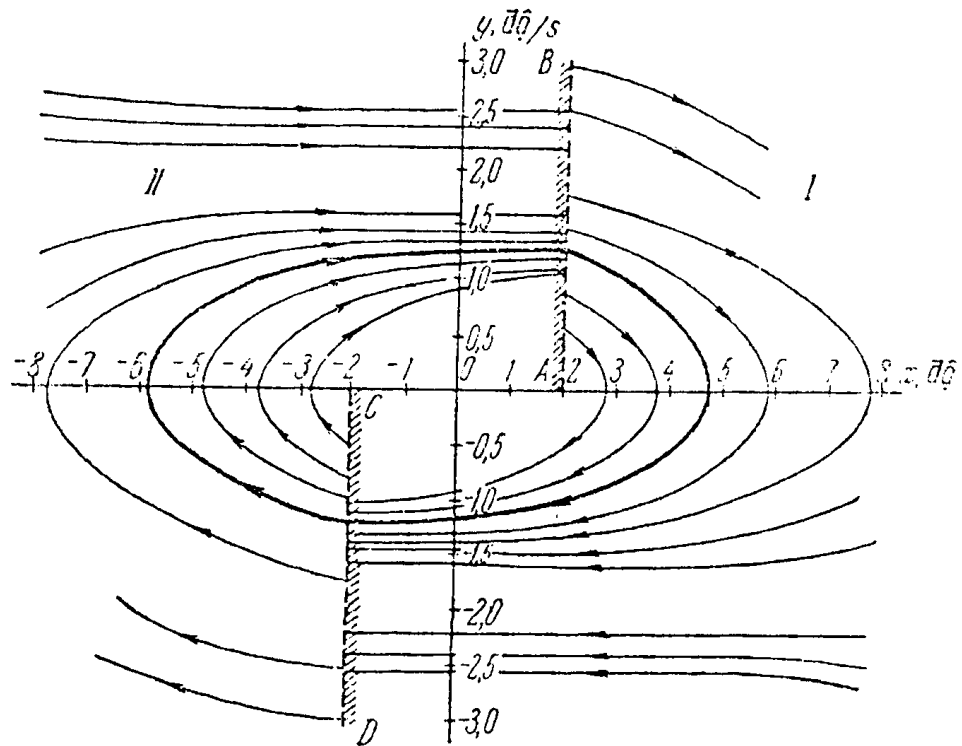
385. Nghiên cứu độ bền vững của mức ổn định vệ tinh nhân tạo trái đất (VND) mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 232a, b.

Trên sơ đồ ta ký hiệu: PO - đối tượng điều chỉnh (VTĐ), PC_1 và PC_2 - các phần tử nhạy cảm (các đầu đo góc không ăn khớp ϑ và tốc độ góc $\dot{\vartheta}$), YO - thiết bị điều khiển (cùng với cơ cấu thừa hành), M - mômen ổn định từ phía cơ cấu thừa hành, u_1 và u_2 - các điện áp ở đầu ra các phần tử độ nhạy.

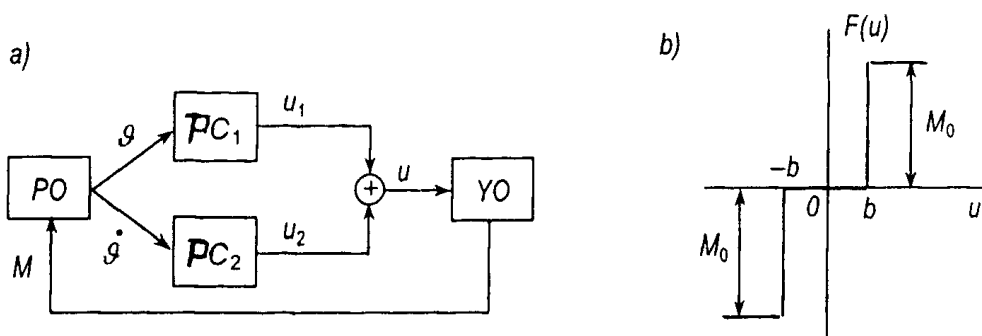


Hình 230. Đặc tính tĩnh của khâu không tuyến tính cho bài 384.

Các số liệu ban đầu: mômen quán tính VTĐ $J = 5000 \text{ G.cm.s}^2$, giá trị cực đại của mômen ổn định $M_0 = 500 \text{ G.cm}$, hệ số truyền của đầu đo góc không ăn khớp $k_1 = 1 \text{ V/độ}$, hệ số truyền của đầu đo tốc độ $k_2 = 1 \text{ V.s/độ}$, bề rộng không nhạy cảm của thiết bị điều khiển $b = 0,2 \text{ V}$, bề rộng vùng không ổn định PC₂ (hình 233) $d = 0,1 \text{ độ/s}$, độ trễ ở thiết bị điều khiển $\tau = 0,3 \text{ s}$. Có thể bỏ qua trở lực môi trường quay của VTĐ.



Hình 231. Các quỹ đạo pha của hệ điều chỉnh nhiệt độ cho bài 384.



Hình 232. Hệ tự dao động VND và đặc tính tĩnh của thiết bị tự điều khiển cho bài 385.

Bài giải. Điều khiển đối tượng được viết ở dạng:

$$J \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = -M \quad (1)$$

Phương trình thiết bị điều khiển:

$$M = F(u) \quad (2)$$

ở đây $F(u)$ - hàm phi tuyến cho bởi đặc tính tĩnh (xem hình 232b).

Tín hiệu tổng ở đầu ra của các phân tử nhạy cảm PC_1 và PC_2 :

$$u = u_1 + u_2 = k_1 \vartheta + F_1(\dot{\vartheta}) \quad (3)$$

ở đây $F(\dot{\vartheta})$ - hàm phi tuyến, mà đặc tính tĩnh của nó được biểu diễn trên hình 233. Tương ứng với hình 233 biểu thức (3) có thể viết ở dạng sau:

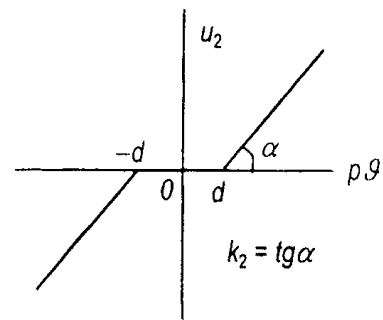
$$u = \begin{cases} k_1 \vartheta & \text{ở } |\dot{\vartheta}| \leq d \\ k_1 \vartheta + k_2(\dot{\vartheta} - d) & \text{ở } \dot{\vartheta} \geq d \\ k_1 \vartheta + k_2(\dot{\vartheta} + d) & \text{ở } \dot{\vartheta} \leq -d \end{cases} \quad (4)$$

Chuyển mạch thiết bị thừa hành khi không có độ trễ ($\tau = 0$) theo hình 232b xảy ra ở $u = +b$ và $u = -b$, hay có tính đến (4):

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \frac{b}{k_1} \\ \vartheta &= -\frac{b}{k_1} \end{aligned} \right\} \text{ở } |\dot{\vartheta}| \leq d \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} - d)}{k_1} \\ \vartheta &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} - d)}{k_1} \end{aligned} \right\} \text{ở } |\dot{\vartheta}| \geq d \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} + d)}{k_1} \\ \vartheta &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(\dot{\vartheta} + d)}{k_1} \end{aligned} \right\} \text{ở } |\dot{\vartheta}| \leq -d \quad (7)$$



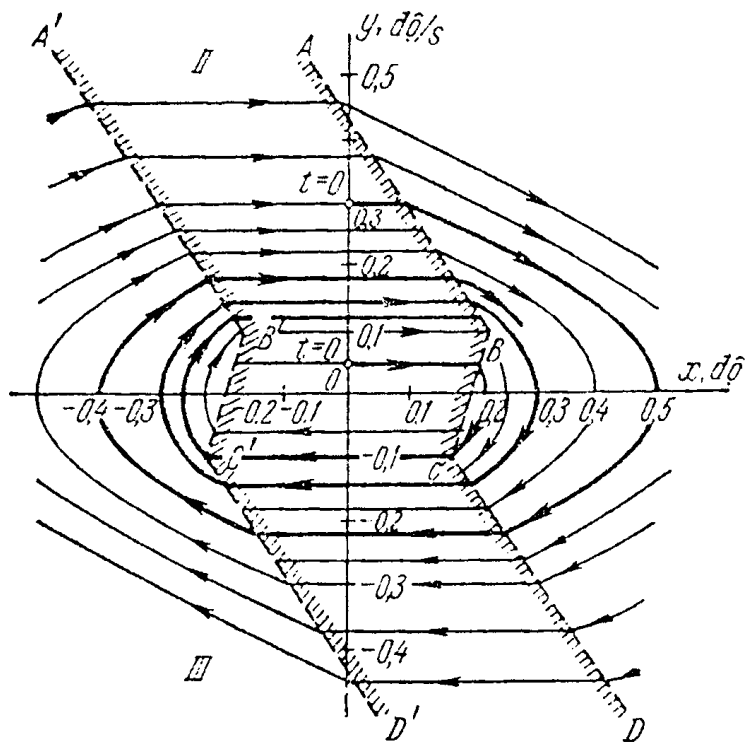
Hình 233. Đặc tính tĩnh phân tử nhạy cảm cho bài 385.

Nếu cho rằng trong khoảng thời gian τ chuyển động VNĐ thực hiện với vận tốc không đổi và ký hiệu $x = \vartheta$, $y = \dot{\vartheta}$, các điều kiện chuyển mạch của thiết bị thừa hành có thể viết:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{b}{k_1} + \tau y = 0,2 + 0,3y \\ x &= -\frac{b}{k_1} + \tau y = 0,2 - 0,3y \end{aligned} \right\} \text{ở } |y| \leq d = 0,1 \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y - d)}{k_1} + \tau y = 0,3 - 0,7y \\ x &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y - d)}{k_1} + \tau y = -0,1 - 0,7y \end{aligned} \right\} \text{ở } y \geq d = 0,1 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y + d)}{k_1} + \tau y = 0,1 - 0,7y \\ x &= -\frac{b}{k_1} - \frac{k_2(y + d)}{k_1} + \tau y = -0,3 - 0,7y \end{aligned} \right\} \text{ở } y \leq -d = -0,1 \quad (10)$$



Hình 234. Các quỹ đạo pha của hệ ổn định cho bài 385.

Theo các công thức (8) - (10) trên hình 234 ta xây dựng các đường chuyển mạch (các đường gấp khúc ABCD và A'B'C'D') phân chia mặt phẳng pha thành ba vùng. Theo (1), (2) và hình 232b các phương trình của toàn hệ sẽ bằng:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \begin{cases} -\frac{M_0}{J} = -0,1 & \text{đối với vùng I} \\ 0 & \text{đối với vùng II} \\ +\frac{M_0}{J} = 0,1 & \text{đối với vùng III} \end{cases} \quad (11)$$

Sau khi thế $x = \vartheta$, $y = \frac{d\vartheta}{dt}$ ta chia các phương trình (11) cho $\frac{dx}{dt} = y$. Ta có

$$\begin{aligned} y \, dy &= -0,1 \, dx && \text{đối với vùng I} \\ dy &= 0 && \text{đối với vùng II} \\ y \, dy &= +0,1 \, dx && \text{đối với vùng III} \end{aligned}$$

Sau khi tích phân từ đó ta tìm được các phương trình quỹ đạo pha:

$$\left. \begin{aligned} y^2 + 0,2x &= C_1 && \text{đối với vùng I} \\ y &= C_2 && \text{đối với vùng II} \\ y^2 - 0,2x &= C_3 && \text{đối với vùng III} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Các phương trình thứ nhất và thứ (3) của (12) là các phương trình parabol, mà các trục của chúng trùng với trục x. Phương trình thứ hai (12) là phương trình đường thẳng. Hình ảnh

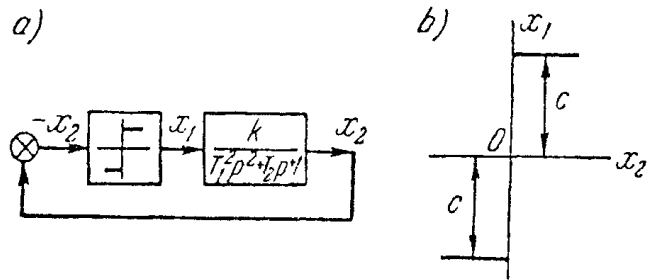
pha của hệ được biểu diễn trên hình 234. Quá trình trong hệ là phân tán ở các điều kiện ban đầu nhỏ và là tắt dần ở các điều kiện ban đầu lớn. Các quỹ đạo pha được hội tụ theo chu kỳ giới hạn minh chứng cho sự tồn tại trong hệ tự dao động. Biên độ các dao động góc $a_g \approx 0,3^0$, biên độ các dao động tốc độ $a_v \approx 0,14$ độ/s.

386. Đối với hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 235a và b, hãy xây dựng hình ảnh pha bằng phương pháp đường đẳng nghiêng.

Các số liệu ban đầu:

$$T_1^2 = 0,5 \text{ s}^2, T_2 = 1 \text{ s}, k = 1, c = 2.$$

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo của phương trình của hệ phi tuyến kín có thể được viết ở dạng sau:



Hình 235. Sơ đồ cấu tạo và đặc tính tĩnh của hệ phi tuyến cho bài 386.

$$\left. \begin{aligned} (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)x_2 &= -kc \text{ ở } x_2 > 0 \\ (T_1^2 p^2 + T_2 p + 1)x_2 &= +kc \text{ ở } x_2 < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ta đưa vào các ký hiệu $x = x_2$, $y = \frac{dx}{dt} = \frac{dx_2}{dt}$ và đồng thời thế các giá trị của các thông số. Ta có:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -2y - 2x - 4 \text{ ở } x > 0, \\ \frac{dy}{dt} &= -2y - 2x + 4 \text{ ở } x < 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Để loại thời gian ta chia các phương trình (2) cho $\frac{dx}{dt} = y$. Ở kết quả ta có:

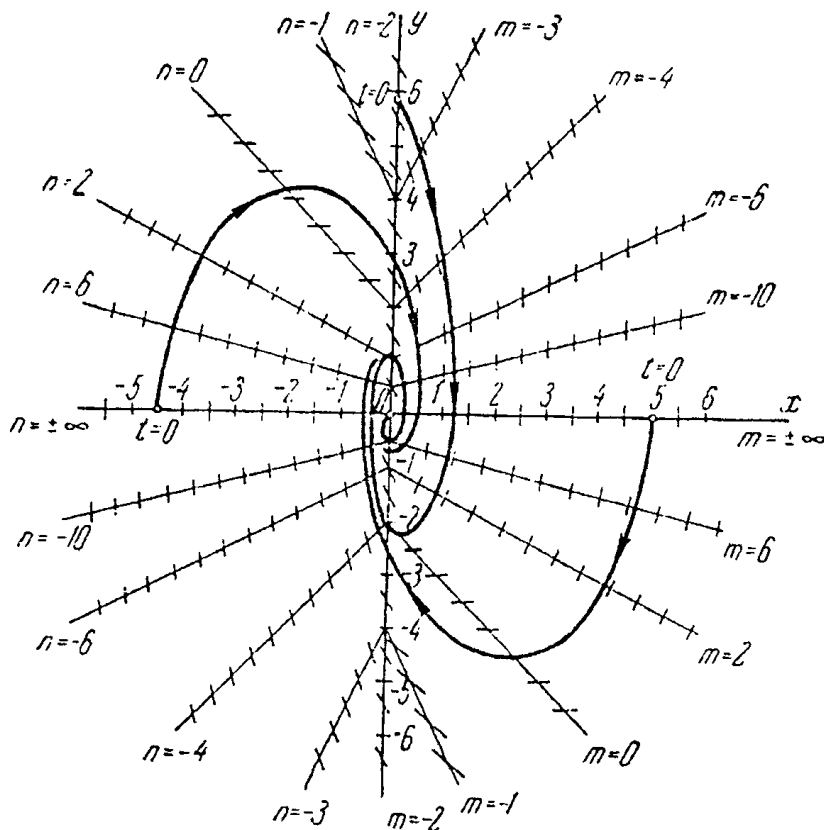
$$\left. \begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= -\frac{2y + 2x + 4}{y} \text{ ở } x > 0, \\ \frac{dy}{dx} &= -\frac{2y + 2x - 4}{y} \text{ ở } x < 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Ở phương trình đầu của (3) ta đặt $\frac{dy}{dx} = m$, còn ở thứ hai $\frac{dy}{dx} = n$, và ta tìm các phương trình đường đẳng nghiêng:

$$\left. \begin{aligned} y &= -\frac{2x + 4}{m + 2} \text{ ở } x > 0, \\ y &= -\frac{2x - 4}{n + 2} \text{ ở } x < 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Theo các phương trình (4) đối với các giá trị m và n khác nhau ta xây dựng đường đẳng nghiêng (hình 236). Độ nghiêng của quỹ đạo pha với trục hoành đối với mỗi đường đẳng nghiêng trên hình 236 được thể hiện bằng các đoạn thẳng được vạch tương ứng dưới các góc $\arctg m$ và $\arctg n$. Các đoạn này là các tiếp tuyến với quỹ đạo pha.

Như thấy rõ từ hình 236, ở các điều kiện ban đầu khác nhau điểm biểu diễn hướng tới trục tọa độ. Do đó hệ nghiên cứu được ổn định.



Hình 236. Các đường đẳng nghiêng và các quỹ đạo pha cho bài 386.

387. Nhờ phương pháp đường đẳng nghiêng ta xây dựng các quỹ đạo pha và nghiên cứu độ ổn định của hệ phi tuyến, mà chuyển động tự do của nó được biểu diễn bằng phương pháp vi phân:

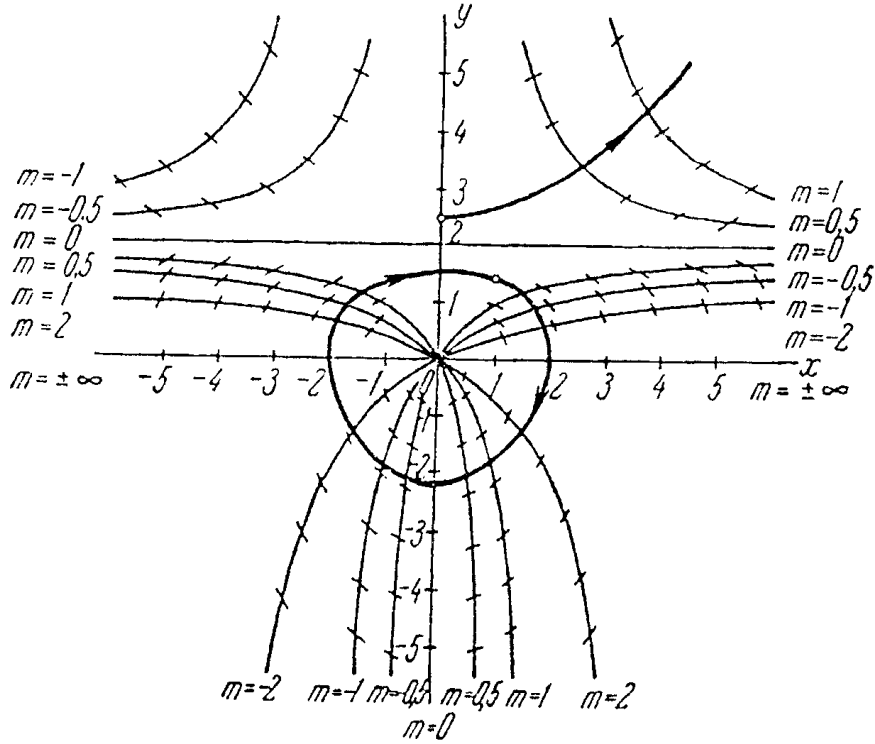
$$\frac{d^2x}{dt^2} - 0,5x \frac{dx}{dt} + x = 0$$

Các điều kiện ban đầu của quá trình: ở $t = 0$, $x = 0$, $\frac{dx}{dt} = 2,5$.

Đáp số. Hệ không ổn định. Phương trình đường đẳng nghiêng:

$$y = - \frac{x}{m - 0,5x}$$

Các quỹ đạo pha được biểu diễn trên hình 237.



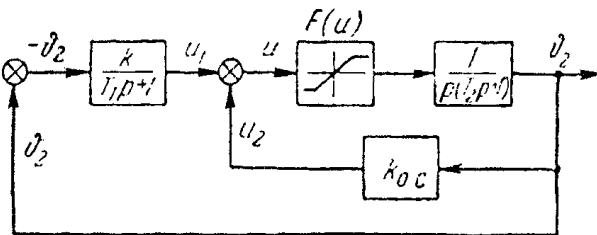
Hình 237. Các đường đẳng nghiêng và các quỹ đạo pha cho bài 387.

12.2. PHƯƠNG PHÁP A. M. LIAPUNOV - A. I. LURIE

388. Hãy nghiên cứu độ ổn định của hệ tự động phi tuyến, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 238.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu trúc hệ được mô tả bởi các phương trình vi phân sau:

$$\left. \begin{aligned} T_1 \dot{u}_1 + u_1 &= -k\vartheta_2 \\ T_2 \dot{\vartheta}_2 + \vartheta_2 &= F(u) \\ u &= u_1 - k_{oc}\vartheta_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$



Hình 238. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 388.

Ta đưa các phương trình (1) về dạng tiêu chuẩn. Do đó ta đưa vào các ký hiệu:

$$\eta_1 = u_1, \quad \eta_2 = \dot{\vartheta}_2, \quad \eta_3 = \vartheta_2, \quad \sigma = u, \quad F(u) = f(\sigma)$$

Ta có:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\eta}_1 &= -\frac{1}{T_1} - \frac{k}{T_1} \eta_3 \\ \dot{\eta}_2 &= -\frac{1}{T_2} \eta_2 + \frac{1}{T_2} f(\sigma) \\ \dot{\eta}_3 &= \eta_2 \\ \sigma &= \eta_1 - k_{oc} \eta_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Hệ các phương trình (2) trùng với dạng loại hai (xem mục 6 của phụ lục 23) ở $n = 3$ và $a_{11} = -\frac{1}{T_1}$, $a_{12} = 0$, $a_{13} = -\frac{1}{T_2}$, $a_{21} = 0$, $a_{22} = -\frac{1}{T_2}$, $a_{23} = 0$, $a_{31} = 0$, $a_{32} = 1$, $a_{33} = 0$, $b_1 = 0$, $b_2 = \frac{1}{T_2}$, $b_3 = 0$, $c_1 = 1$, $c_2 = 0$, $c_3 = -k_{0c}$.

Ta viết các phương trình (2) ở dạng kiểu mẫu (xem phụ lục 23). Vì vậy từ các hệ số của phương trình ta lập định thức:

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_1} - \lambda & 0 & -\frac{k}{T_1} \\ 0 & -\frac{1}{T_2} - \lambda & 0 \\ 0 & 1 & -\lambda \end{vmatrix} = -\lambda \left(\lambda + \frac{1}{T_1} \right) \left(\lambda + \frac{1}{T_2} \right) \quad (3)$$

và ta xác định các nghiệm của phương trình đặc trưng $D(\lambda) = 0$:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}, \quad \lambda_2 = -\frac{1}{T_2}, \quad \lambda_3 = 0$$

Do đó ở phương trình đặc trưng có một nghiệm không, các phương trình chuẩn tắc được viết ở dạng sau:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ \dot{x}_2 &= \lambda_2 x_2 + f(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - r f(\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Ta xác định các hằng số r , β_1 và β_2 :

$$r = -(c_1 b_1 + c_2 b_2 + c_3 b_3) = 0$$

bởi vì $b_1 = 0$, $c_2 = 0$, $b_3 = 0$.

Các hằng số β_1 và β_2 được xác định theo các công thức (mục 10) của phụ lục 23.

Bởi vì trong trường hợp của chúng ta $\dot{c}_2 = 0$, nên theo công thức (mục 11) của phụ lục 23 yêu cầu chỉ xác định $N_1(\lambda)$ và $N_3(\lambda)$ theo công thức (mục 12) phụ lục 23:

$$N_1(\lambda) = b_2 D_{21}(\lambda) = -\frac{1}{T_2} \begin{vmatrix} 0 & -\frac{k}{T_1} \\ 1 & -\lambda \end{vmatrix} = -\frac{k}{T_1 T_2} \quad (5)$$

$$N_3(\lambda) = b_2 D_{23}(\lambda) = -\frac{1}{T_2} \begin{vmatrix} -\frac{1}{T_1} - \lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{T_2} \left(\lambda + \frac{1}{T_1} \right) \quad (6)$$

Ta xác định $D'(\lambda)$:

$$D'(\lambda) = \frac{d}{d\lambda} D(\lambda) = 3\lambda^2 + 2\lambda \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) + \frac{1}{T_1 T_2} \quad (7)$$

Theo công thức (mục 11) của phụ lục 23 ta có:

$$\gamma_1 = -\frac{c_1 N_1(\lambda_1) + c_3 N_3(\lambda_1)}{D'(\lambda_1)} = -\frac{k T_1}{T_2 - T_1},$$

$$\gamma_2 = -\frac{c_1 N_1(\lambda_2) + c_3 N_3(\lambda_2)}{D'(\lambda_2)} = \frac{k T_2 + k_{oc}(T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}$$

và xác định

$$\beta_1 = \lambda_1 \gamma_1 = \frac{k}{T_2 - T_1}$$

$$\beta_2 = \lambda_2 \gamma_2 = -\frac{1}{T_2} \cdot \frac{k T_2 + k_{oc}(T_2 - T_1)}{T_2 - T_1}$$

Đối với lớp các hệ phi tuyến, mà đối với nó có hệ đang nghiên cứu, các điều kiện đủ của ổn định có dạng (xem phụ lục 24):

$$G^2 > 0 \quad (8)$$

và:

$$G^2 > -4\theta \quad (9)$$

ở đây:

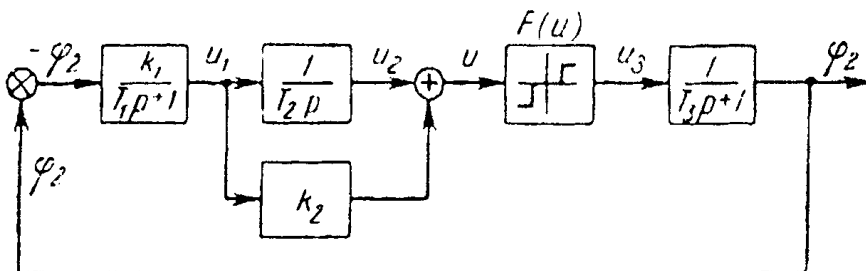
$$G^2 = \frac{\beta_1}{\lambda_1} + \frac{\beta_2}{\lambda_2} = k + k_{oc}$$

$$\theta = \frac{(\beta_1 - \beta_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}{4\lambda_1 \lambda_2} = -\frac{2k T_2 + k_{oc}(T_2 - T_1)}{4T_2}$$

Điều kiện (9) dẫn tới điều kiện ổn định đủ của hệ đang nghiên cứu như sau:

$$k_{oc} T_1 > k T_2 \quad (10)$$

389. Hãy nghiên cứu độ ổn định của hệ tự động phi tuyến, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 239.



Hình 239. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 389.

Đáp số: Các phương trình vi phân của hệ ở dạng chính tắc có dạng sau:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ \dot{x}_2 &= \lambda_2 x_2 + f(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \end{aligned} \right\}$$

ở đây $\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{T_3}$, còn các hệ số β_1 và β_2 bằng:

$$\beta_1 = \frac{k_1(k_2 T_2 - T_1)}{T_1 T_2 (T_1 - T_3)}, \quad \beta_2 = \frac{k_1(T_2 k_1 - T_3)}{T_2 T_3 (T_3 - T_1)}$$

Điều kiện ổn định của hệ $G^2 > -4\theta$ (phụ lục 24) có thể viết ở dạng sau:

$$k_2 > \frac{T_1 T_3}{T_2 (T_1 + T_3)}$$

390. Hãy nghiên cứu độ ổn định của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 240.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo các phương trình vi phân của hệ có dạng sau:

$$\left. \begin{aligned} T_1 \ddot{u}_1 + \dot{u}_1 &= -k_1 \delta, \\ \delta &= F(u), \\ u &= k_2 u_1 + k_3 \dot{u}_1 - k_{oc} \delta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ta biến đổi hệ các phương trình (1) về dạng chính tắc. Do đó ta ký hiệu:

$$\eta = u_1, \quad \xi = \delta, \quad \sigma = u, \quad f(\sigma) = F(u)$$

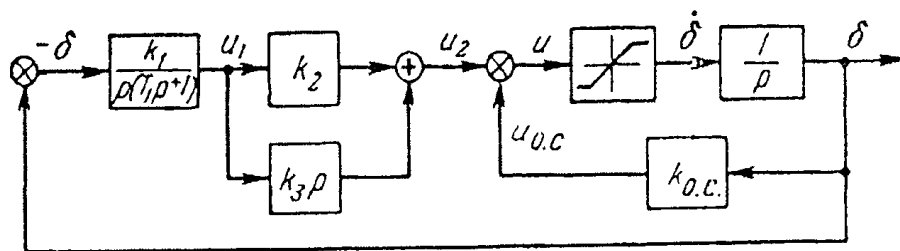
và ta viết các phương trình (1) ở dạng:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\eta} + \frac{1}{T_1} \dot{\eta} &= -\frac{k_1}{T_1} \xi \\ \sigma &= k_2 \eta + k_3 \dot{\eta} - k_{oc} \xi \\ \dot{\xi} &= f(\sigma) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Các phương trình (2) thu được có dạng (mục 12) của phụ lục 24:

$$n = 3, \quad a_1 = \frac{1}{T_1}, \quad d = \frac{k_1}{T_1}, \quad c_0 = k_2, \quad c_1 = k_3, \quad r = k_{oc}$$

và khi tất cả các hệ số còn lại bằng 0.



Hình 240. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 390.

Ta xác định các nghiệm của đa thức:

$$D(\lambda) = \lambda^2 + a_1\lambda = \lambda^2 + \frac{1}{T_1}\lambda$$

Các nghiệm này bằng $\lambda_1 = -\frac{1}{T_1}$, $\lambda_2 = 0$.

Các hệ số β_1 và β_2 được xác định theo các công thức (mục 17) của phụ lục 24. Do đó ta xác định bổ sung:

$$\Delta(\lambda) = c_0 + c_1\lambda = k_2 + k_3\lambda,$$

$$D_1(\lambda) = \lambda + a_1 = \lambda + \frac{1}{T_1}$$

$$D'_1(\lambda) = 1$$

Có tính đến các biểu thức này:

$$\beta_1 = -d \frac{\Delta(\lambda_1)}{\lambda_1 D'_1(\lambda_1)} = -\frac{k_1}{T_1} \cdot \frac{k_2 - \frac{k_3}{T_1}}{-\frac{1}{T_1}} = \frac{k_1}{T_1} (k_2 T_1 - k_3)$$

$$\beta_2 = -d \frac{c_0}{a_{n-2}} = -\frac{k_1}{T_1} \cdot \frac{k_2}{-\frac{1}{T_1}} = k_1 k_2$$

Các phương trình của hệ ở dạng chính tắc có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ \dot{x}_2 &= f(\sigma) \\ \dot{\sigma} &= \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 - r \end{aligned} \right\}$$

Các điều kiện ổn định đủ (1) và (2) của phụ lục 24 ở trường hợp đã cho có dạng sau:

$$G^2 = \frac{\beta_1}{\lambda_1} + r > 0$$

hay:

$$G^2 = -k_1(k_2 T_1 - k_3) + k_{oc} > 0$$

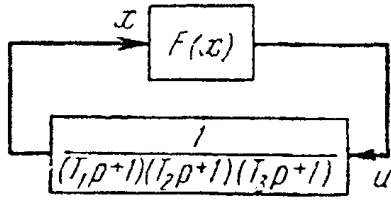
Cuối cùng từ biểu thức này ta thu được điều kiện ổn định đủ ở dạng:

$$k_{oc} > k_1(k_2 T_1 - k_3) \quad \text{ở } k_2 T_1 > k_3.$$

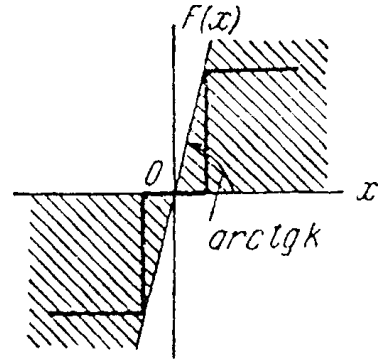
12.3. PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ B. M. POPOV

391. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự động phi tuyến được biểu diễn trên hình 241. Hệ số truyền phân tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến $k = k_L k_H$ quy ước lấy cho khâu phi tuyến.

Hãy xác định ở các giá trị k nào hệ sẽ ổn định tuyệt đối, nếu đặc tính của khâu phi tuyến được phân bố ở vùng $(0, k)$ (hình 242).



Hình 241. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 391.



Hình 242. Đặc tính tần phi tuyến cho bài 391.

Các số liệu ban đầu: các hằng số thời gian phân tuyến tính của hệ $T_1 = 0,5$ s, $T_2 = 0,2$ s, $T_3 = 0,1$ s.

Bài giải. Hàm số truyền tần số phân tuyến tính của hệ có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)} \quad (1)$$

Phần thực và phần ảo của nó tương ứng bằng:

$$U(\omega) = \text{Re } W(j\omega) = \frac{1 - \omega^2(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)} \quad (2)$$

$$V(\omega) = \text{Im } W(j\omega) = \frac{-\omega(T_1 + T_2 + T_3) + \omega^3 T_1 T_2 T_3}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)} \quad (3)$$

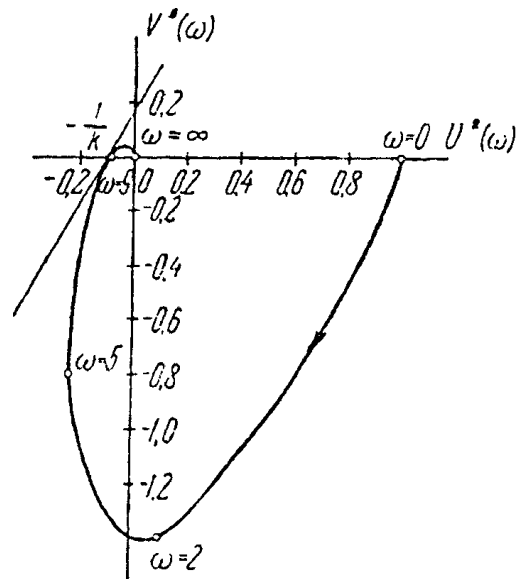
Ta đưa vào một vài hàm số $U^*(j\omega)$ và $V^*(j\omega)$ có dạng sau:

$$\begin{aligned} U^*(\omega) &= \text{Re } W(j\omega) = \\ &= \frac{1 - \omega^2(T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V^*(\omega) &= \omega \text{Im } W(j\omega) = \\ &= \frac{-\omega^2(T_1 + T_2 + T_3) + \omega^4 T_1 T_2 T_3}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)} \quad (5) \end{aligned}$$

Theo các biểu thức (4) và (5) ta xây dựng đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ (hình 243) và qua điểm $(-\frac{1}{k}, j0)$ ta đưa vào đường thẳng Popov sao cho đặc tính được xây dựng nằm hoàn toàn về phần bên phải từ đường thẳng này.

Theo hình 243, $\frac{1}{k} \approx 0,08$. Vì vậy hệ ổn



Hình 243. Đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ cho bài 391.

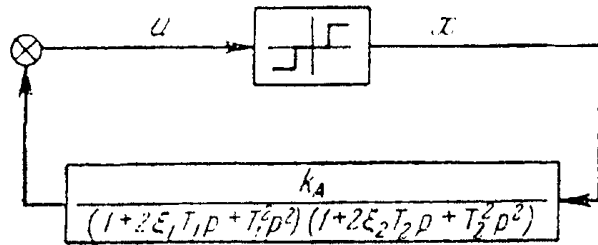
định tuyệt đối đối với tất cả đặc tính phi tuyến nằm ở vùng:

$$0 < k < 12,5 \quad (6)$$

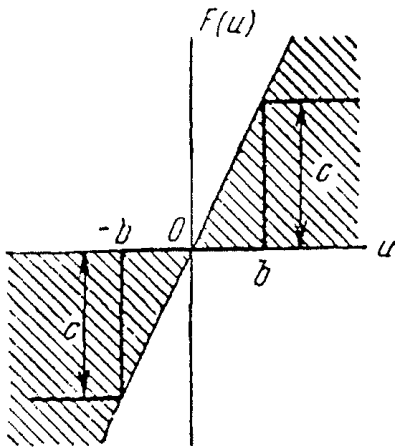
và trong trường hợp riêng, đối với đặc tính loại role được biểu diễn trên hình 242.

Do đó, điều kiện ổn định tuyệt đối đủ của hệ phi tuyến kín được đưa vào trong trường hợp đã cho thực hiện điều kiện cần và đủ ổn định của hệ tuyến tính kín ở trạng thái hở có hệ số truyền bằng k.

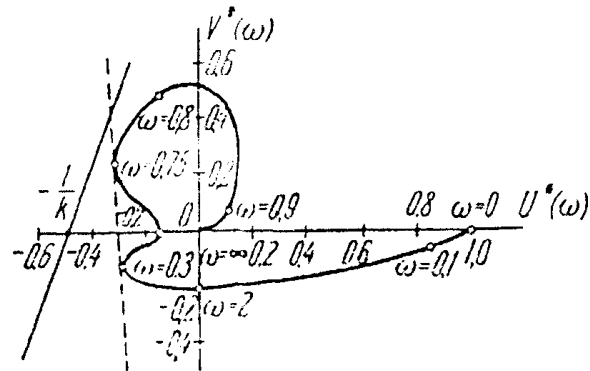
392. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự động phi tuyến được biểu diễn trên hình 244. Hãy kiểm tra thực hiện điều kiện đủ ổn định tuyệt đối của hệ ở các giá trị thông số của hệ như sau: $T_1 = 5$ s, $T_2 = 1,25$ s, $\xi_1 = 0,5$; $\xi_2 = 0,05$, hệ số truyền phân tuyến tính của hệ $k_L = 4$, hệ số khuếch đại của khâu phi tuyến $k_H = \frac{c}{b} = 0,5$ (hình 245).



Hình 244. Sơ đồ cấu trúc của hệ cho bài 392.



Hình 245. Đặc tính phi tuyến cho bài 392.



Hình 246. Đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ cho bài 392.

Bài giải. Hệ số truyền của hệ hở:

$$k = k_L k_H = 4 \cdot 0,5 = 2$$

lấy cho khâu phi tuyến. Khi đó hàm truyền tần số của hệ hở cho:

$$W_L(j\omega) = \frac{1}{(1 - T_1^2 \omega^2 + 2j\xi_1 T_1 \omega)(1 - T_2^2 \omega^2 + 2j\xi_2 T_2 \omega)} \quad (1)$$

Ta xác định các hàm:

$$\begin{aligned} U^*(\omega) &= \operatorname{Re} W_L(j\omega) \\ &= \frac{(1 - T_1^2 \omega^2)(1 - T_2^2 \omega^2) - 4\xi_1 \xi_2 T_1 T_2 \omega^2}{\left[(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + 4\xi_1^2 T_1^2 \omega^2 \right] \left[(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + 4\xi_2^2 T_2^2 \omega^2 \right]} \end{aligned} \quad (2)$$

$$V^*(\omega) = \omega \operatorname{Im} W_L(j\omega) = \frac{-2\omega^2 \left[(1 - T_1^2 \omega^2) \xi_2 T_2 + (1 - T_2^2 \omega^2) \xi_1 T_1 \right]}{\left[(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + 4\xi_1^2 T_1^2 \omega^2 \right] \left[(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + 4\xi_2^2 T_2^2 \omega^2 \right]} \quad (3)$$

Theo các biểu thức (2) và (3) ta xây dựng đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ (hình 246). Trên trục thực ta đặt điểm có các tọa độ $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$. Qua điểm này có thể vạch đường thẳng Popov sao cho toàn bộ đặc tính được xây dựng sẽ phân bố bên phải từ nó. Do đó, hệ đã cho sẽ ổn định tuyệt đối ở $k = 2$ đã cho, nếu đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được phân bố hoàn toàn ở vùng $(0, k)$. Vùng này được gạch trên hình 245.

393. Đối với hệ phi tuyến được nghiên cứu trong bài 392, hãy xác định giá trị biên của hệ số $k = k_L k_H$.

Đáp số: Giá trị biên của hệ số truyền:

$$k = \frac{1}{0,3} \approx 3,34$$

394. Hàm truyền phân tuyến tính của hệ:

$$W(p) = \frac{k_L}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Hãy xác định các điều kiện ổn định tuyệt đối.

Đáp số:

Đặc tính $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ phân bố hoàn toàn ở nửa mặt phẳng dưới. Qua điểm $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ ở $0 < k < \infty$ bất kỳ có thể vạch đường thẳng Popov sao cho toàn bộ đặc tính được phân bố bên phải nó. Vì vậy hệ ổn định tuyệt đối ở tất cả $k = k_L k_H$ và đối với tất cả các khâu phi tuyến, mà các đặc tính tĩnh của chúng thuộc vùng $(0, \infty)$, có nghĩa nằm ở góc phần tư thứ I và thứ III.

12.4. PHƯƠNG PHÁP RÁP LẠI

395. Hãy nghiên cứu quá trình chuyển tiếp trong hệ, mà cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 247a, b.

Các số liệu ban đầu: $k = 2 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,5$, $c = 5$.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo phương trình vi phân của hệ phi tuyến kín có dạng sau:

$$\dot{x}_2 + kF(x_2) = 0 \quad (1)$$

ở đây $F(x_2)$ - hàm phi tuyến cho đặc tính tĩnh (xem hình 247b), ngoài ra:

$$F(x_2) = +c \begin{cases} \text{ở } x_2 > +b \\ \text{ở } -b < x_2 < +b, \text{ khi } \dot{x}_2 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$F(x_2) = -c \begin{cases} \text{ở} & x_2 < -b \\ \text{ở} & -b < x_2 < +b, \text{ khi } \dot{x}_2 > 0 \end{cases} \quad (3)$$

Phương trình phi tuyến (1) bên trong các đoạn (2) và (3) được thay thế bằng hai phương trình tuyến tính:

$$x_2 + kc = 0 \quad (4)$$

$$x_2 - kc = 0 \quad (5)$$

hay, có tính đến các giá trị của các thông số:

$$x_2 + 10 = 0 \quad (6)$$

$$x_2 - 10 = 0 \quad (7)$$

Các nghiệm của các phương trình (6) và (7) có dạng:

$$x_2 = -10t + C_1 \quad (8)$$

$$x_2 = 10t + C_2 \quad (9)$$

ở đây C_1 và C_2 - các hằng số tích phân.

Để xác định hằng số C_1 trên đoạn đầu của quá trình ta cho các điều kiện ban đầu: ở $t = 0$, $x_2(t) = x_2(0)$. Từ phương trình (8) ta có:

$$C_1 = C_{11} = x_2(0)$$

và nghiệm (8) đối với đoạn đầu cuối cùng có dạng:

$$x_{21} = -10t + x_2(0) \quad (10)$$

Hằng số tích phân C_2 được tìm từ các điều kiện đẳng thức giá trị ban đầu của quá trình ở đoạn thứ hai và giá trị cuối cùng của quá trình trên đoạn thứ nhất. Khi đó ta cho rằng tốc độ trên đoạn thứ nhất $\dot{x}_{21} = -10 < 0$ và theo (2) chuyển sang đoạn thứ hai. Xảy ra khi $x_{21} = -b - 0,5$ ở thời điểm $t = t_1$, ngoài ra từ (10):

$$t_1 = \frac{x_2(0) + 0,5}{10} \quad (11)$$

Vì vậy từ điều kiện ráp lại ở điểm $t = t_1$ có thể viết

$$x_{21}(t_1) = -0,5 = x_{22}(t_1) \quad (12)$$

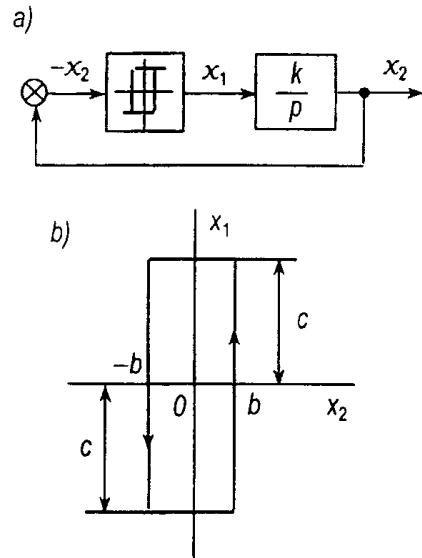
Từ phương trình (9) có kể đến (12) ta tìm hằng số C_2 đối với đoạn thứ hai của quá trình:

$$C_2 = C_{22} = -0,5 - 10t_1$$

và biểu thức cuối cùng cho nghiệm trên đoạn thứ hai:

$$x_{22} = 10(t - t_1) - 0,5, \quad t \geq t_1 \quad (13)$$

Trên đoạn này tốc độ $x_{22} = 10 > 0$. Vì vậy theo (3) ở $x_{22} = +b$ ở thời điểm $t = t_2$ thực hiện chuyển tới đoạn thứ ba, mà đối với nó quá trình được mô tả bằng phương trình (8), nhưng ở giá trị mới của hằng số $C_1 = C_{13}$. Từ các phương trình (13):



Hình 247. Sơ đồ cấu trúc của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 382.

$$t_2 = \frac{10t_1 + 1}{10} = \frac{x_2(0) + 1,5}{10}$$

Điều kiện rập lại ở điểm $t = t_2$ có dạng:

$$x_{22}(t_2) = 0,5 = x_{23}(t_2) \quad (14)$$

ở đây x_{23} có nghĩa là nghiệm của (8) đối với đoạn thứ ba của quá trình.

Từ phương trình (8) có kể đến (14) ta tìm được hằng số C_1 cho đoạn thứ ba:

$$C_{13} = 0,5 + 10t_2$$

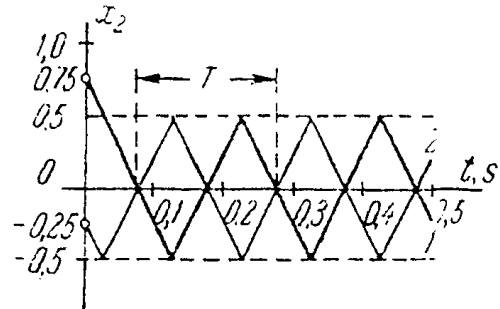
và biểu thức cuối cùng để giải trên đoạn này của quá trình:

$$x_{23} = -10(t - t_2) + 0,5t \geq t_2 \quad (15)$$

Xây dựng tiếp theo đường cong chuyển tiếp được thực hiện tương tự.

Quá trình chuyển tiếp đối với hai giá trị của các điều kiện ban đầu $x_2(0) = 0,75$ và $x_2(0) = -0,25$ được xây dựng trên hình 248.

Như thấy rõ từ hình này, trong hệ ta xác định tự dao động có biên độ $A = b = 0,5$ và tần số $\Omega = \frac{2\pi}{T} \approx 31,4 \text{ s}^{-1}$.



Hình 248. Đường cong của quá trình chuyển tiếp cho bài 395.

396. Đối với bài toán trước hãy xác định biên độ và tần số tự dao động, nếu:

- 1) $k = 1 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,5$, $c = 5$
- 2) $k = 1 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,25$, $c = 5$
- 3) $k = 1 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,25$, $c = 10$.

Đáp số:

- 1) $A = 0,5$, $\Omega \approx 15,7 \text{ s}^{-1}$
- 2) $A = 0,25$, $\Omega \approx 31,4 \text{ s}^{-1}$
- 1) $A = 0,25$, $\Omega \approx 62,8 \text{ s}^{-1}$

397. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 395, hãy tìm các điều kiện tồn tại sự tự dao động và các biểu thức giải tích đối với tần số và biên độ của nó.

Bài giải. Phương trình vi phân của hệ phi tuyến tính kín (xem hình 247):

$$\dot{x}_2 + kF(x_2) = 0 \quad (1)$$

$$F(x_2) = +c \begin{cases} ở & x_2 > +b \\ ở & -b < x_2 < +b, \text{ khi } \dot{x}_2 < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$F(x_2) = -c \begin{cases} ở & x_2 < -b \\ ở & -b < x_2 < +b, \text{ khi } \dot{x}_2 > 0 \end{cases} \quad (3)$$

bên trong các đoạn (2) và (3) ta thay hai phương trình vi phân tuyến tính:

$$\dot{x}_2 + kc = 0 \quad (4)$$

$$\dot{x}_2 - kc = 0 \quad (5)$$

Ta tìm các nghiệm của các phương trình (4) và (5):

$$x_{21} = -kct + C_1 \quad (6)$$

$$x_{22} = kct + C_2 \quad (7)$$

Thời gian t ở đoạn đầu yêu cầu tính từ điểm, mà ở nó $x_{21} = +b$. Khi đó điều kiện ban đầu đối với đoạn đầu bằng:

$$x_{21} = +b \quad \text{ở} \quad t = 0$$

Nếu sử dụng nó, ta tìm được hằng số tích phân $C_1 = +b$. Từ đó trên đoạn thứ nhất:

$$x_{21} = -kct + b \quad (8)$$

Đối với đoạn thứ hai của quá trình thời gian t sẽ được tính điểm, mà ở nó $x_{22} = -b$. Điều kiện ban đầu đối với đoạn thứ hai sẽ là:

$$x_{22} = -b \quad \text{ở} \quad t = 0 \quad (9)$$

Để trong hệ có nghiệm tuần hoàn ổn định (tự dao động) có chu kỳ T , cần yêu cầu thực hiện điều kiện duy nhất (bởi vì ta nghiên cứu hệ bậc nhất, còn đặc tính $F(x_2)$ đối xứng đối với gốc toạ độ):

$$x_{21}\left(\frac{T}{2}\right) = x_{22}(0) \quad (10)$$

Ta thế vào (10) các giá trị các biến từ (8) và (9). Ta có:

$$-\frac{kcT}{2} + b = -b \quad (11)$$

Từ (11) ta có:

$$T = \frac{4b}{kc}, \quad \Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi kc}{2b} \quad (12)$$

Biên độ dao động A được xác định như giá trị cực đại của đại lượng x_{21} thu được từ phương trình (8) trong nửa chu kỳ dao động. Từ (8) rõ ràng rằng:

$$A = |x_{21}|_{\max} = \left| -\frac{kcT}{2} + b \right| = b$$

Chương 13

CÁC PHƯƠNG PHÁP GẦN ĐÚNG NGHIÊN CỨU ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ SỰ TỰ DAO ĐỘNG

13.1. CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐẠI SỐ XÁC ĐỊNH ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ SỰ TỰ DAO ĐỘNG

398. Hãy nghiên cứu tích độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ theo dõi điện cơ, mà sơ đồ nguyên lý và cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 209 và 211, ở các giá trị thông số của hệ như sau: $k_1 = 1 \text{ V/độ} = 57,3 \text{ V/rad}$; $k_2 = 2,5$; $k_3 = 5,73 \text{ rad/V.s}$; $k_4 = 0$ (không có liên hệ ngược tốc độ); $k_5 = 0,001$; $T_1 = 0,05 \text{ s}$; $T_M = 0,05 \text{ s}$. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 210. Bề rộng của vùng nhạy cảm $b = 0,25 \text{ V}$, $U_{3 \max} = c = 110 \text{ V}$.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo (xem hình 211) ta xác định phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ (xem bài 374) ở $\vartheta_1(t) = 0$:

$$[T_1 T_M p^2 + (T_1 + T_M)p + 1] p u_2 = -k_1 k_2 k_3 k_5 u_3 \quad (1)$$

Đối với khâu phi tuyến ta viết biểu thức tuyến tính điều hoà:

$$u_3 = \left[q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \right] u_2 \quad (2)$$

ở đây theo phụ lục 28 đối với tính phi tuyến (xem hình 210):

$$q(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad a \geq b \quad (3)$$

$$q'(a) = 0$$

Thế giá trị u_3 từ phương trình (2) vào phương trình (1) ta thế được phương trình tuyến tính của hệ phi tuyến:

$$[T_1 T_M p^3 + (T_1 + T_M)p^2 + p + kq(a)] u_2 = 0 \quad (4)$$

ở đây $k = k_1 k_2 k_3 k_5 = 0,82 \text{ s}^{-1}$ - hệ số truyền phần tuyến tính của hệ.

Phương trình vi phân này tương ứng phương trình đặc trưng:

$$T_1 T_M p^3 + (T_1 + T_M)p^2 + p + kq(a) = 0 \quad (5)$$

Các điều kiện tồn tại ở phương trình (4) của nghiệm chu kỳ:

$$u_2 = A \sin \Omega t \quad (6)$$

Ta sẽ tìm được nhờ tiêu chuẩn Mikhailov.

Vì vậy ở đa thức đặc trưng:

$$L(p) = T_1 T_M p^3 + (T_1 + T_M)p^2 + p + kq(a) \quad (7)$$

ta đặt $p = j\omega$ chia phần thực và ảo, sau đó cho chúng bằng 0:

$$\left. \begin{aligned} X(\omega, a) &= kq(a) - (T_1 + T_M)\omega^2 = 0, \\ Y(\omega) &= \omega(1 - T_1 T_M \omega^2) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Từ phương trình thứ hai của (8) ta tìm được tần số cần tìm của nghiệm chu kỳ:

$$\omega = \Omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_M}} = \frac{1}{\sqrt{0,05 \cdot 0,05}} = 20 \text{ s}^{-1} \quad (9)$$

Thế giá trị này vào phương trình thứ nhất (8) và tìm được biểu thức liên hệ biên độ nghiệm chu kỳ $a = A$ với các thông số của hệ:

$$q(A) = \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} = \frac{T_1 + T_M}{k T_1 T_M} \quad (10)$$

hoặc, sau khi thế các giá trị số:

$$\frac{4 \cdot 110}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{0,25^2}{A^2}} = 48,8$$

Nghiệm của phương trình này cho hai giá trị của biên độ $A_1 = 0,257 \text{ V}$ và $A_2 = 2,86 \text{ V}$.

Để nghiên cứu độ ổn định của nghiệm chu kỳ thu được ta sử dụng điều kiện giải tích gần đúng, mà theo nó nghiệm chu kỳ ổn định, nếu thực hiện bất đẳng thức:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a} \right)^* \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^* - \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^* \left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^* > 0 \quad (11)$$

Từ các biểu thức (8) ta tìm được:

$$\frac{\partial X}{\partial a} = \frac{k \partial q(a)}{\partial a} = \frac{4kc}{\pi} \frac{2b^2 - a^2}{a^3 \sqrt{a^2 - b^2}}, \quad a \geq b$$

$$\frac{\partial X}{\partial \omega} = -2(T_1 + T_M)\omega$$

$$\frac{\partial Y}{\partial a} = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial \omega} = 1 - 3T_1 T_M \omega^2$$

Thế các biểu thức đối với các đạo hàm riêng vào (11) và đồng thời thay thế $\omega = \Omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_M}}$. Ta thu được điều kiện ổn định của nghiệm chu kỳ ở dạng:

$$\frac{4kc}{\pi} - \frac{2b^2 - a^2}{a^3 \sqrt{a^2 - b^2}} (1 - 3) > 0$$

hay:

$$a > b\sqrt{2} \quad (12)$$

Do đó, từ hai giá trị thu được các biên độ của nghiệm có chu kỳ $A_1 = 0,257 \text{ V}$ và $A_2 = 2,86 \text{ V}$ biên độ A_2 tương ứng nghiệm ổn định có chu kỳ, có nghĩa là biên độ tự dao động.

Ta hãy xác định biên độ và tần số trục thừa hành của hệ. Tần số tự dao động giống nhau đối với hệ biến đổi bất kỳ, trong số này thậm trí đối với góc ϑ_2 , và bằng $\Omega = 20 \text{ s}^{-1}$. Biên độ dao động A_g theo sơ đồ cấu tạo (xem hình 211) bằng:

$$A_g = \frac{A_2}{k_1 k_2} = \frac{2,86}{1,2,5} = 1,14^0$$

Ta xác định sự phụ thuộc biên độ và tần số tự dao động vào các thông số của hệ. Từ biểu thức (9) và (10) suy ra rằng tần số tự dao động Ω chỉ phụ thuộc vào các hằng số thời gian T_1 và T_M , còn biên độ tự dao động, ngoài ra vào hệ số truyền phần tuyến tính của hệ k và bề rộng vùng không nhạy cảm của phần tử phi tuyến b , ngoài ra từ (10):

$$k = \frac{T_1 + T_M}{T_1 T_M q(a)} \quad (13)$$

Từ công thức (13) có tính đến (12) ta thu được giá trị tới hạn của hệ số truyền phần tuyến tính của hệ:

$$k_{KP} = \frac{\pi b (T_1 + T_M)}{2c T_1 T_M} \quad (14)$$

Đối với các giá trị đã cho của các thông số:

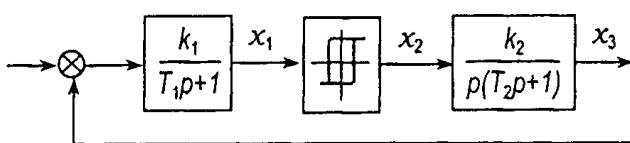
$$k_{KP} = \frac{\pi \cdot 0,25 (0,05 + 0,05)}{2 \cdot 110 \cdot 0,05^2} \approx 0,0057 \text{ s}^{-1}$$

399. Hãy nghiên cứu hệ theo dõi được nghiên cứu trong bài 398, khi tồn tại mối liên hệ ngược. Hệ số liên hệ ngược $k_4 = 10^{-2} \text{ V.s/độ}$ (xem hình 211). Các thông số còn lại của hệ không thay đổi.

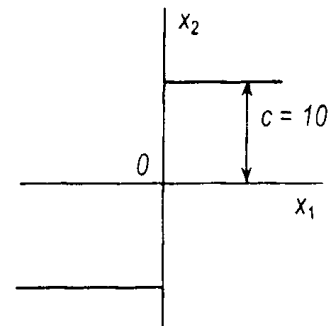
Đáp số: Trạng thái cân bằng của hệ ổn định không có sự tự dao động.

400. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 249. Nếu ở hệ có sự tự dao động, thì xác định biên độ và tần số của chúng đối với biến x_1 .

Các số liệu ban đầu: $T_1 = 1 \text{ s}$, $T_2 = 0,01 \text{ s}$, $k_1 = 10$, $k_2 = 5 \text{ s}^{-1}$, đặc tính tính của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 250.



Hình 249. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 400.



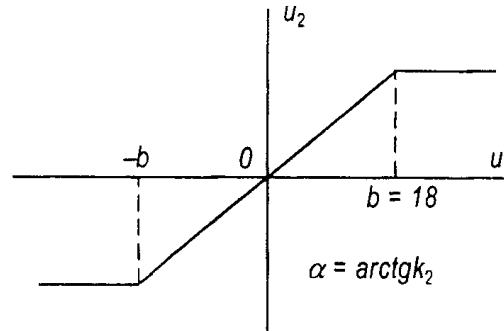
Hình 250. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 400.

Đáp số: Trong hệ có những sự tự dao động với biên độ $A \approx 6,3$ và tần số $\Omega = 10 \text{ s}^{-1}$

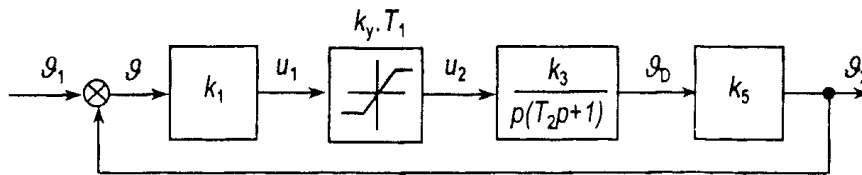
$$x_1 = 6,3 \sin 10t$$

401. Hãy tìm vùng trạng thái ổn định cân bằng và vùng tự dao động và xác định biên độ và tần số tự dao động đối với hệ theo dõi, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 209, khi tính toán độ không tuyến tính kiểu bão hoà trong bộ khuếch đại rơle và mối liên hệ ngược theo điện áp của máy phát đo tốc độ.

Các số liệu ban đầu: hằng số thời gian của bộ khuếch đại $T_1 = 0,1 \text{ s}$, hằng số thời gian điện cơ của động cơ $T_2 = 1 \text{ s}$, hệ số truyền chung phần tuyến tính của hệ $k_L = 20 \text{ s}^{-1}$, hệ số truyền của phần tử độ nhạy $k_1 = 50 \text{ V/rad}$, đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại được biểu diễn trên hình 251. Nghiên cứu thực hiện đối với $k_2 = 1$ và $k_2 = 2$.



Hình 251. Đặc tính tĩnh bộ khuếch đại của hệ theo dõi cho bài 401.



Hình 252. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi cho bài toán 401.

Bài giải. Ta lập sơ đồ cấu tạo của hệ (hình 252). Theo sơ đồ này phương trình vi phân phần tuyến tính của hệ ở $\vartheta_1(t) = 0$ được viết ở dạng:

$$(T_2 p + 1) p u_1 = -k_L u_2 \quad (1)$$

ở đây $k = k_1 k_3 k_5$.

Phương trình vi phân của khâu phi tuyến có dạng:

$$(T_1 p + 1) u_2 = k_y u_1 \quad (2)$$

Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại k_y là hàm phi tuyến tính cho bằng đồ thị hình 251).

Vì vậy theo phương pháp tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với nó ta viết biểu thức tuyến tính hoá điều hoà:

$$k_y = q(a) + \frac{q'(a)}{\omega} p \quad (3)$$

ở đây các hệ số tuyến tính hoá điều hoà đối với đặc tính có bão hoà có các giá trị (xem phụ lục 28):

$$\begin{aligned} q(a) &= k_2 & \text{ở } a \leq b, \\ q(a) &= \frac{2k^2}{\pi} \left(\arcsin \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right) & \text{ở } a \geq b \\ q'(a) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Từ các phương trình (1) ÷ (3) ta thu được phương trình tuyến tính hoá của hệ phi tuyến kín:

$$[(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)p + k_L q(a)]u_1 = 0 \quad (5)$$

mà nó tương ứng với phương trình đặc trưng:

$$T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k_L q(a) = 0 \quad (6)$$

Để tìm các điều kiện tồn tại của nghiệm điều hoà:

$$u_1 = A \sin \Omega t \quad (7)$$

Từ đa thức đặc trưng sau khi thế $p = j\omega$ ta chia các phần thực và ảo cho nó bằng 0:

$$\begin{aligned} X(\omega) &= k_L q(a) + (T_1 + T_2)\omega^2 = 0 \\ Y(\omega) &= \omega (1 - T_1 T_2 \omega^2) \end{aligned} \quad (8)$$

Tần số của nghiệm chu kỳ được tìm từ phương trình thứ hai (8):

$$\omega = \Omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}} = \frac{1}{\sqrt{1.0,1}} \approx 3,16 \text{ s}^{-1} \quad (9)$$

Từ phương trình thứ nhất của (8) có kể đến (9) ta thu được công thức liên quan biên độ nghiệm chu kỳ với các thông số của hệ

$$\frac{2k_L k_2}{\pi} \left(\arcsin \frac{b}{A} + \frac{b}{A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} \right) = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \quad (10)$$

Để nghiên cứu độ ổn định của nghiệm có chu kỳ ta tìm các đạo hàm riêng theo các biểu thức (8):

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial X}{\partial a} \right)^* &= k_L \frac{\partial q(A)}{\partial A}, \\ \left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^* &= -2\Omega(T_1 + T_2) = -2 \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2}} = -0,695 \\ \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^* &= 0, \\ \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^* &= 1 - 3T_1 T_2 \Omega^2 = 1 - 3 = -2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Đối với độ ổn định của nghiệm có chu kỳ (7) yêu cầu thực hiện bất đẳng thức:

$$\left(\frac{\partial X}{\partial a} \right)^* \left(\frac{\partial Y}{\partial \omega} \right)^* - \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^* \left(\frac{\partial X}{\partial \omega} \right)^* > 0 \quad (12)$$

hay có tính đến các biểu thức (11):

$$-\frac{\partial q(A)}{\partial A} > 0 \quad (13)$$

có nghĩa đạo hàm riêng $\frac{\partial q(A)}{\partial A}$ cần là âm.

Để xác định dấu của đạo hàm này theo biểu thức (4) đối với $q(A)$ ta xây dựng đồ thị (hình 253), mà theo nó:

$$\frac{\partial q(A)}{\partial A} < 0 \quad A > b \quad (14)$$

Do đó biên độ nghiệm tuần hoàn (7) sẽ là biên độ tự dao động chỉ khi thực hiện điều kiện $A > b$ ở $A < b$ tự dao động trong hệ không có điều đó được hiểu như vậy, bởi vì khi đó theo hình 251 hệ phi tuyến tính biến thành tuyến tính (dễ thấy) là ổn định.

Ta xác định biên độ tự dao động phương trình (10) liên hệ nó với các thông số của hệ là phương trình siêu việt. Vì vậy ta giải phương trình (10) đối với $k = k_L k_2$:

$$k = \frac{\pi(T_1 + T_2)}{2T_1 T_2 \left(\arcsin \frac{b}{A} + \frac{b}{A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}} \right)} \quad (15)$$

Và xây dựng đồ thị $k = k(A_0)$, hình 254 ở đây $A_0 = \frac{A}{k_1}$ - biên độ các dao động trực thực

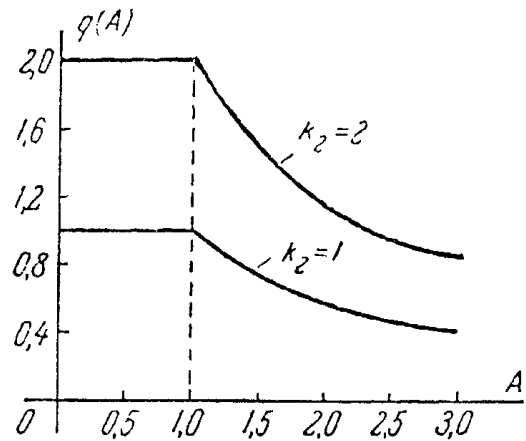
hành của hệ (xem hình 252). Đường này tiếp xúc với tần số tự dao động Ω thì nó không thay đổi đối với hệ thay đổi bất kỳ và theo biểu thức (9) không phụ thuộc vào hệ số k .

Hệ số truyền biên của hệ k được xác định từ biểu thức (15) ở $A = b$ và bằng:

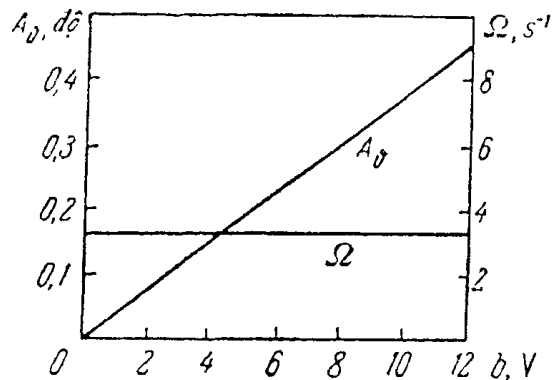
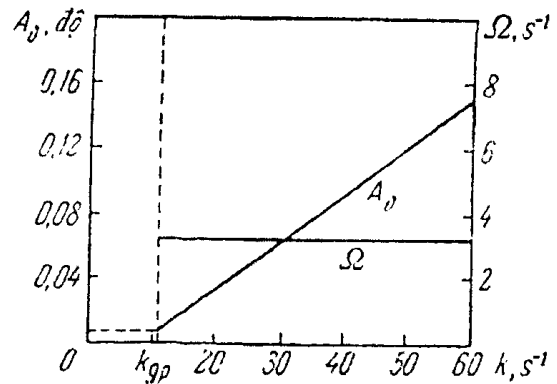
$$k = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = \frac{1 + 0,1}{0,1} = 11 \quad (16)$$

Tự dao động trong hệ chỉ xuất hiện khi $k > k_0$.

Dễ thấy rằng hệ số biến (16) trùng với hệ số truyền tìm được từ điều kiện biến ổn định của hệ tuyến tính. Nhưng khác với hệ tuyến tính, mà ở đó sau vùng độ ổn định có vùng không ổn định, mà ở hệ có tính phi tuyến loại bão hòa sau vùng



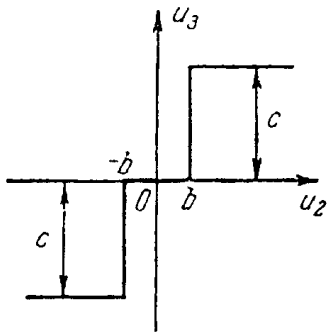
Hình 253. Sự phụ thuộc hệ số tuyến tính hoá dải động điều hoà vào biên độ dao động cho bài 401.



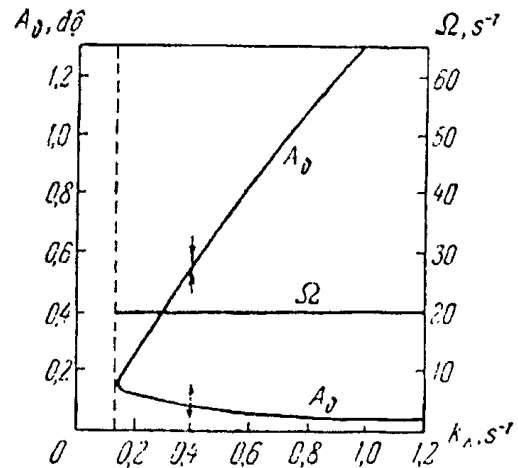
Hình 254. Phụ thuộc sự thay đổi biên độ và tần số tự dao động vào các thông số của hệ cho bài 401.

ổn định có vùng tự dao động, có nghĩa các dao động chu kỳ bền vững với biên độ và tần số hoàn toàn xác định.

Trên hình 254, cũng được biểu hiện các đồ thị liên hệ các biên độ và tần số tự dao động có bề rộng vùng tuyến tính đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến b ở $k_2 = 1$.



Hình 255. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 402.



Hình 256. Các sự phụ thuộc của thay đổi biên độ và tần số tự dao động vào các thông số của hệ cho bài 402.

Đối với các giá trị thông số đã cho của hệ theo đồ thị (hình 254a) ta xác định tần số và biên độ tự dao động:

$$\Omega = 3,16 \text{ s}^{-1}, \quad A_0 \approx 0,022 \text{ rad ở } k_2 = 1;$$

$$\Omega = 3,16 \text{ s}^{-1}, \quad A_0 \approx 0,0244 \text{ rad ở } k_2 = 2;$$

402. Hãy tìm vùng trạng thái ổn định cân bằng và vùng tự dao động đối với hệ theo dõi được nghiên cứu ở bài 398, nếu đặc tính tĩnh gần đúng có dạng như chỉ ra trên hình 255 ở $b = 0,25 \text{ V}$, $c = 110 \text{ V}$.

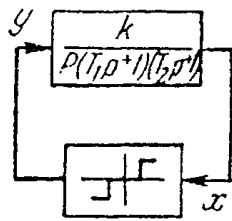
Đáp số: Vùng ổn định của trạng thái cân bằng, vùng tự dao động phụ thuộc biên độ và tần số tự dao động vào hệ số truyền phần tuyến tính của hệ được chỉ ra trên hình 256.

13.2. PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ XÁC ĐỊNH TỰ DAO ĐỘNG

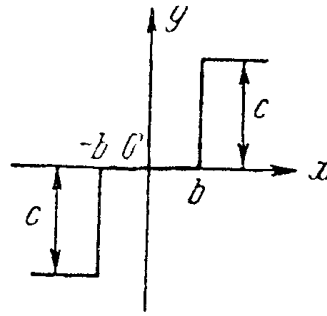
403. Nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ phi tuyến, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 257, nếu cho các thông số phân tuyến tính của hệ $k = 0,82, \text{ s}^{-1}$, $T_1 = T_2 = 0,05 \text{ s}$ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (hình 258) mà đối với nó $b = 0,25$, $c = 110$.

Bài giải. Hãy xây dựng đặc tính tần số biên độ - pha phân phi tuyến của hệ $W_{L(j\omega)}$ và đường mút tia của khâu phi tuyến được tuyến tính hao dao động điều hoà:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)}$$



Hình 257. Sơ đồ cấu trúc của hệ phi tuyến.



Hình 258. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến.

Theo sơ đồ cấu trúc hàm truyền tần số phân tuyến tính của hệ:

$$W_{L(j\omega)} = \frac{k}{j\omega(1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega)}$$

Môđun của nó:

$$|W_{L(j\omega)}| = \frac{k}{\omega(1 + T_1 \omega)(1 + T_2 \omega)}$$

và pha:

$$\psi(\omega) = -90^\circ - \arctg \omega T_1 - \arctg \omega T_2$$

Sau khi thế các giá trị của các thông số:

$$\left| W_{L(j\omega)} = \frac{0,82}{\omega(1 + 0,0025\omega^2)} \right| \quad (1)$$

$$\psi(\omega) = -90^\circ - 2 \arctg 0,05\omega \quad (2)$$

Ta cho các giá trị ω từ 0 tới ∞ và theo các công thức (1) và (2) ta xây dựng đặc tính biên độ - pha phân tuyến tính của hệ $W_{L(j\omega)}$ hình 259.

$$W_H(a) = \frac{4c}{\pi a} \cdot \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}, \quad a \geq b$$

Suy ra:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_H(a)} = -\frac{\pi a^2}{4c} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}$$

Sau khi thế các giá trị các thông số của khâu phi tuyến ta có:

$$-Z(a) = -\frac{\pi a^2}{440} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0,0625}} \quad (3)$$

Ta cho các giá trị a từ $a = b = 0,25$ tức ∞ và xây dựng đường nút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ hình 259 ở trường hợp đã cho đường nút tia trùng với nửa trục thực âm và có hai nhánh giá trị tối thiểu môđun của hàm số $-Z(a)$.

$$|Z(a)|_{\min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi \cdot 0,25}{2 \cdot 110} \approx 0,0036$$

Đạt được ở $a = b\sqrt{2} \approx 0,352$.

Các đường nút tia $W_{L(j\omega)}$ và $-Z(a)$ giao nhau ở hai điểm. Điều đó có nghĩa phương trình.

$$W_{L(j\omega)} = -\frac{1}{W_H(a)} = -Z(a)$$

Có hai nghiệm có chu kỳ:

$$\left. \begin{aligned} X &= A_1 \sin \Omega t \\ X &= A_2 \sin \Omega t \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Ở đây tương ứng với hình 259, $\Omega = 20 \text{ s}^{-1}$,

$A_1 = 0,257$, $A_2 = 2,86$.

Để ổn định nghiệm chu kỳ yêu cầu đặc tính biên độ - pha phân phi tuyến của hệ $W_H(j\omega)$ bao phần nút tia.

Tương ứng các biên độ nhỏ nhất. Vì vậy nghiệm đầu trong các nghiệm (4) là không ổn định, còn thứ hai là ổn định. Do đó trong hệ có tự dao động với biên độ $A = 2,86$ và tần số $\Omega = 20 \text{ s}^{-1}$.

$$x = 2,86 \sin 20t$$

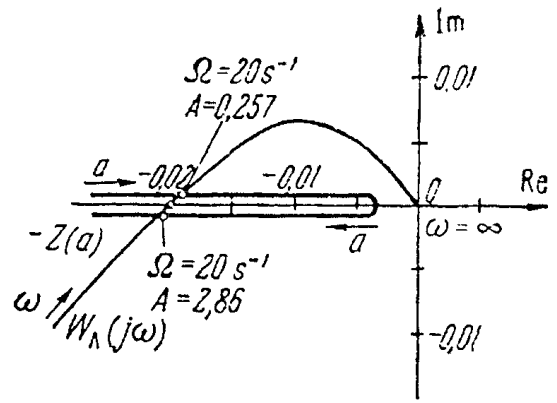
404. Hãy giải bài toán trước, nếu:

- 1) $k = 2 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,05$, $T_2 = 0,02 \text{ s}$, $b = 0,25$, $c = 110$
- 2) $k = 4 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,04 \text{ s}$, $T_2 = 0,08 \text{ s}$, $b = 0,25$, $c = 110$
- 3) $k = 0,5 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,1 \text{ s}$, $T_2 = 0,01 \text{ s}$, $b = 0,5$, $c = 110$
- 4) $k = 2 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,05 \text{ s}$, $T_2 = 0,05 \text{ s}$, $b = 0,1$, $c = 40$
- 5) $k = 2 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,05 \text{ s}$, $T_2 = 0,02 \text{ s}$, $b = 0,25$, $c = 11$.

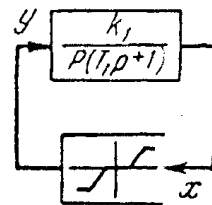
Đáp số:

- 1) $A \approx 4$, $\Omega \approx 31,6 \text{ s}^{-1}$;
- 2) $A \approx 5$, $\Omega \approx 35,3 \text{ s}^{-1}$;
- 3) Hệ số ổn định không có tự dao động;
- 4) $A \approx 2,55$, $\Omega \approx 20 \text{ s}^{-1}$;
- 5) Hệ ổn định không có sự tự dao động.

405. Hãy nghiên cứu độ tự ổn định trạng thái cân bằng của hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 260, nếu cho các thông số phần tuyến tính của hệ khâu phi $k = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,1 \text{ s}$ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (hình 261, mà đối với nó $b_1 = 0,1$, $b_2 = 0,3$, $k = \text{tga} = 5$).



Hình 259. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 403.

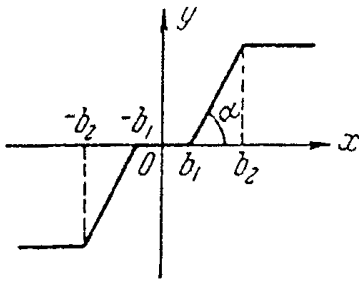


Hình 260. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 405.

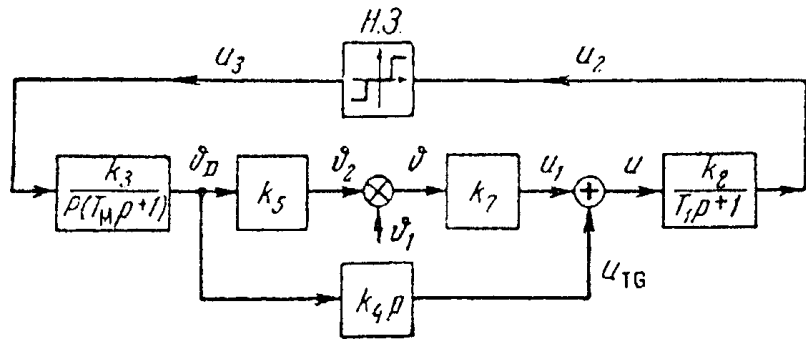
Đáp số: Các đường nút tia $W_L(j\omega)$ và $-Z(a)$ không giao nhau do đó trạng thái cân bằng của nó được biểu diễn trên hình 211, nếu cho các thông số của các khâu tuyến tính: $k_1 = 57,3$ V/rad, $k_2 = 2,5$, $k_3 = 5,73$ rad/Vs, $k_4 = 10^{-2}$ V.s/rad, $k_5 = 0,001$, $T_1 = 0,05$ s, $T_M = 0,05$ s và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (xem hình 210 mà đối với nó $b = 0,25$ V.

$$U_{3\max} = c = 110 \text{ V}$$

Bài giải: Theo sơ đồ cấu trúc đã cho ta xác định hàm truyền phân tuyến tính của hệ $W_L(p)$ và hàm truyền được tuyến tính hoá dao động.



Hình 261. Đặc tính của khâu phi tuyến.



Hình 262. Sơ đồ cấu trúc biến đổi cho bài 406.

Điều hoà của khâu phi tuyến $W_H(a)$. Do đó ta biểu diễn sơ đồ cấu tạo của hệ phi tuyến ở dạng nối tiếp khâu phi tuyến và phân tuyến tính của hệ (hình 262):

$$W_L(p) = \frac{k_2 k_3 (k_4 p + k_1 k_5)}{p(T_1 p + 1)(T_M p + 1)} = \frac{k(\tau p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_M p + 1)} \quad (1)$$

Ở đây $k = k_1 k_2 k_3 k_5$ - hệ số truyền phân tuyến tính của hệ $\tau = \frac{k_4}{k_1 k_5}$ - hằng số thời gian.

gian.

Hàm truyền được tuyến tính hoá dao động điều hoà của khâu phi tuyến có đặc tính đơn vị có thể viết ở dạng:

$$W_n(a) = q(a) \quad (2)$$

$$\text{Ở đây } q(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{c^2}} \text{ (xem phụ lục 28).}$$

Theo hàm truyền (1) ta xác định hàm truyền tần số:

$$W_L(j\omega) = \frac{k(1 + j\omega\tau)}{j\omega(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_M)} = \frac{0,82(1 + 0,174j\omega)}{j\omega(1 + 0,05j\omega)^2} \quad (3)$$

Môđun của nó:

$$|W_L(j\omega)| = \frac{0,82 \sqrt{1 + 0,03005 \omega^2}}{\omega(1 + 0,05j\omega)^2} \quad (4)$$

$$\text{Và pha } \psi(\omega) = -90^0 + \arctg 0,174\omega - 2 \arctg 0,05\omega \quad (5)$$

Theo các công thức (4) và (5) ta xây dựng đặc tính biên độ - pha phân tuyến tính của hệ (hình 263) và đường nút tia của khâu phi tuyến:

$$\begin{aligned} -Z(a) &= -\frac{1}{W_H(a)} \\ &= -\frac{\pi a^2}{4c} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \\ &= \frac{\pi a^2}{440} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0,0625}} \quad (6) \end{aligned}$$

Ở các giá trị biên độ $b < a < \infty$. B ở trường hợp đã cho đường nút tia trùng với nửa trục thực phần âm và có hai nhánh giá trị tối thiểu của môđun hàm số $-Z(a)$:

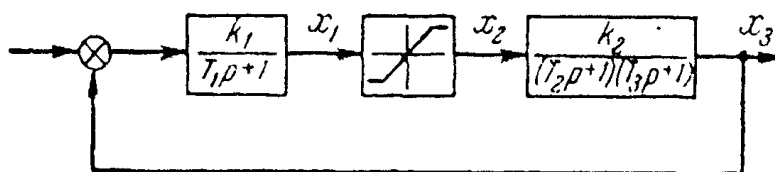
$$|-Z(a)|_{\min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi \cdot 0,25}{2 \cdot 110} \approx 0,0036$$

đạt được ở $a = b\sqrt{2} \approx 0,352$ v.

Như thấy rõ từ hình 263, đường nút tia $W_L(j\omega)$ và $-Z(a)$ không có các giao điểm chung do đó trạng thái cân bằng hệ đang nghiên cứu ổn định.

407. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 264. Các thông số phân tuyến tính của hệ:

$$T_1 = 1,0 \text{ s}, T_2 = 0,9 \text{ s}, T_3 = 1,1 \text{ s}, k_1 = 0,5, k_2 = 5.$$



Hình 264. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 401.

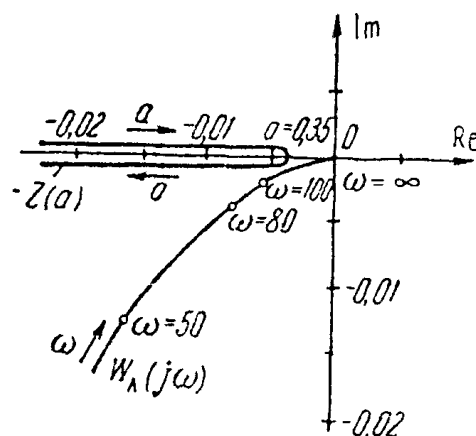
Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 265, ở đây $b = 1, k_3 = 4$.

Đáp số: trong hệ có các từ dao động.

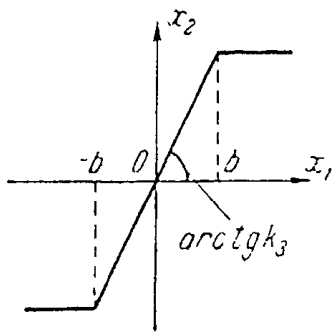
$$x_1 = A \sin \Omega t,$$

Ở đây $A = 1,8, \Omega \approx 1,7 \text{ s}^{-1}$. Đặc tính biên độ - pha phân tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$ và đường nút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ được chỉ ra trên hình 266.

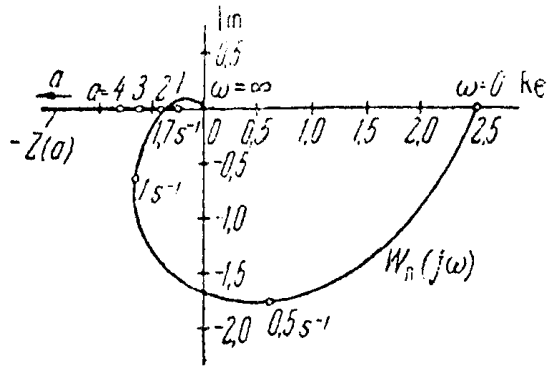
408. Hãy nghiên cứu độ ổn định của trạng thái cân bằng của hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 267. Các thông số phân phi tuyến của hệ $k_1 = 2; k_2 = 10 \text{ s}^{-1}, T = 0,02 \text{ s}, \xi = 0,15$. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến được biểu diễn trên hình 258.



Hình 263. Đặc tính biên độ pha cho bài 406.



Hình 265. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 407.

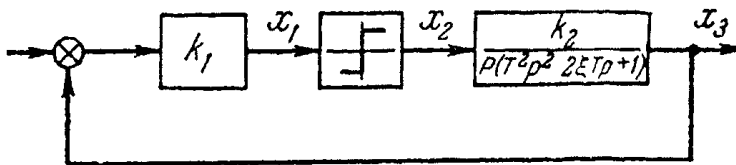


Hình 266. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 407.

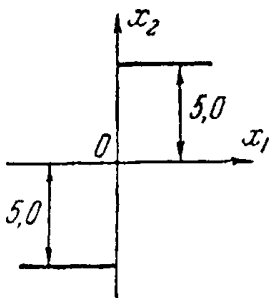
Đáp số: Trong hệ có các sự tự dao động:

$$x_1 = A \sin \Omega t,$$

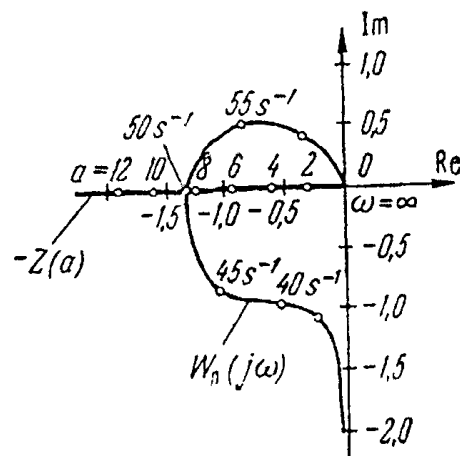
Ở đây $A \approx 8,5$, $\Omega \approx 50 \text{ s}^{-1}$. Đặc tính biên độ - pha phần tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$ và đường nút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ được biểu diễn trên hình 269.



Hình 267. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 408.



Hình 268. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 408.



Hình 269. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 408.

409. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ theo dõi điện - cơ được nghiên cứu trong bài 406, nếu đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến có nhánh từ (hình 270).

Bài giải. Theo sơ đồ cấu trúc (xem hình 262) hàm truyền phần tuyến tính của hệ ở các số liệu ban đầu bài 406 bằng:

$$W_L(p) = \frac{k(\tau p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_M p + 1)} = \frac{0,82(0,174p + 1)}{p(0,05p + 1)^2} \quad (1)$$

Hàm truyền tần số của khâu phi tuyến có đặc tính tĩnh không đơn vị có thể được biểu diễn ở dạng:

$$W_{(H)}(a) = q(a) + jp'(a), \quad (2)$$

ở đây đối với đặc tính so le có nhánh hệ từ (hình 270) tương ứng với phụ lục 28.

$$\left. \begin{aligned} q(a) &= \frac{4a}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} & a \geq b, \\ q'(a) &= -\frac{4cb}{\pi a^2} & a \geq b. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

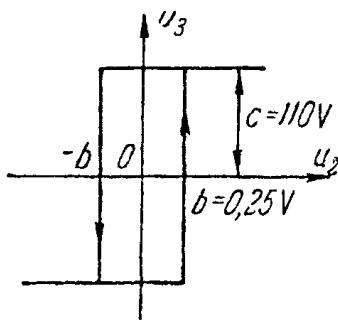
Đường mút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ được xây dựng theo biểu diễn:

$$-Z(a) = -\frac{1}{W_n(a)} = -\left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + j \frac{b}{a} \right), \quad (4)$$

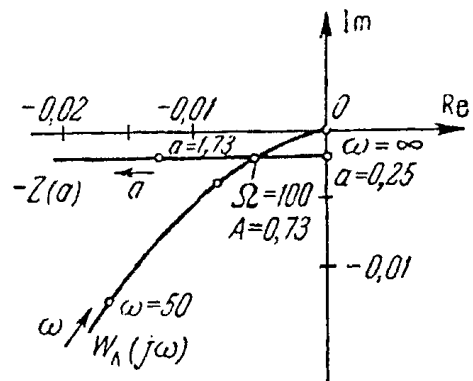
Được biểu diễn trên hình 271. Trên chính hình vẽ này ta xây dựng đặc tính biên độ - pha phân tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$, nó hoàn toàn trùng với đặc tính được xây dựng trên hình 263:

$$u_2 = A \sin \Omega t, \quad (5)$$

Ở đây $A \approx 0,73 \text{ V}$, $\Omega \approx 100 \text{ s}^{-1}$. Theo hình 271 nghiệm chu kỳ tìm được là ổn định có nghĩa và là biên độ và tần số tự dao động.



Hình 270. Đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 409.

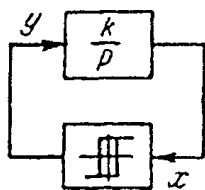


Hình 271. Các đặc tính tần số phân tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 409.

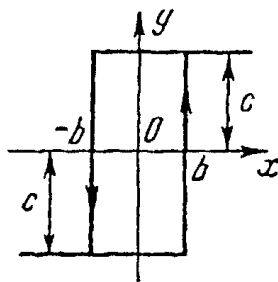
410. Hãy nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng của hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 272, nếu cho hệ số truyền phân tuyến tính của hệ $k = 10 \text{ s}^{-1}$ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến (hình 273) mà đối với nó $b = 0,5$, $c = 10$.

Đáp số: Trong hệ có tự dao động với biên độ $A = b = 0,5$ và tần số $\Omega = 255 \text{ s}^{-1}$.

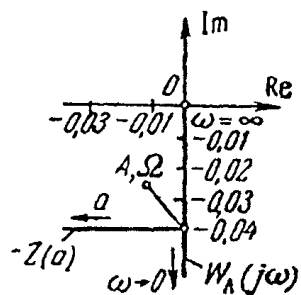
Đặc tính biên độ - pha của phân tuyến tính của hệ $W_L(j\omega)$ và tương mút tia của khâu phi tuyến $-Z(a)$ được biểu diễn trên hình 274.



Hình 272. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 409.



Hình 273. Đặc tính tần số của khâu phi tuyến cho bài 410.



Hình 274. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 410.

411. Hãy giải chính bài này, nếu:

- 1) $k = 2 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,5$, $c = 5$;
- 2) $k = 1 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,25$, $c = 5$;
- 3) $k = 1 \text{ s}^{-1}$, $b = 0,5$, $c = 5$.

Đáp số:

- 1) $A = 0,5$, $\Omega = 25,5 \text{ s}^{-1}$;
- 2) $A = 0,25$, $\Omega = 25,5 \text{ s}^{-1}$;
- 3) $A = 0,5$, $\Omega = 63,7 \text{ s}^{-1}$.

Chương 14

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CÁC HỆ PHI TUYẾN

14.1. NGHIÊN CỨU CÁC QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG CHUYỂN TIẾP BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH

412. Đối với hệ theo dõi diện cơ mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 211, hãy xây dựng đồ thị chuyển tiếp theo hệ số truyền của hệ hở $k = k_1 k_2 k_3 k_5$ ở mối liên hệ ngược tốc độ cục bộ được cắt ($k_4 = 0$).

Các số liệu ban đầu: $T_1 = 0,05$ s, $T_M = 0,1$ s, bề rộng vùng không nhạy cảm của bộ khuếch đại so le (xem hình 210) $b = 1$ V, điểm áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại so le $U_{3\max} = c = 100$ V.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu trúc hình 211 hàm số truyền của hệ hở được tuyến tính hoá dao động điều hoà bằng:

$$W(p, a) = \frac{kq(aq)}{p(T_1 p + 1)(T_M p + 1)}, \quad (1)$$

Ở đây $q(a) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ - hệ số tuyến tính điều hoà đối với đặc tính so le có vùng

không nhạy cảm (xem phụ lục 28). Theo hàm số truyền (1) ta xác định đa thức đặc trưng của hệ phi tuyến kín:

$$D(p, a) = T_1 T_M p^3 + (T_1 + T_M) p^2 + p + kq(a) \quad (2)$$

Để xây dựng đồ thị chất lượng ở đa thức (2) ta thế $p = \xi + j\omega$ (ξ - chỉ số dao động tắt dần). Thế này thực hiện dễ dàng bằng cách phân tích đa thức $D(p, a)$ thành duỗi theo luỹ thừa $j\omega$:

$$D(\xi) + \left(\frac{dD}{dp} \right)_{\xi} j\omega + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 D}{dp^2} \right)_{\xi} (j\omega)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3 D}{dp^3} \right)_{\xi} (j\omega)^3 + \dots \quad (3)$$

Ở đây chỉ số ξ có nghĩa ở biểu thức đối với các đạo hàm cần thiết thế vào p .

Từ (2) ta tìm được.

$$\left. \begin{aligned} D(\xi) &= T_1 T_M \xi^3 + (T_1 + T_M) \xi^2 + \xi + kq(a), \\ \left(\frac{dD}{dp} \right)_{\xi} &= 3T_1 T_M \xi^2 + 2(T_1 + T_M) \xi + 1, \\ \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2 D}{dp^2} \right)_{\xi} &= 3T_1 T_M \xi + (T_1 + T_M), \\ \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3 D}{dp^3} \right)_{\xi} &= T_1 T_M. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Ta thế các biểu thức (4) vào chuỗi (3). Sau đó ta tách phân thức và phần đó và cho chúng bằng 0 ta có:

$$X(\omega, a, \xi) = T_1 T_M \xi^3 + (T_1 + T_M) \xi^2 + \xi + kq(a) - [3T_1 T_M \xi + (T_1 + T_M)] \omega^2 = 0, \quad (5)$$

$$Y(\omega, \xi) = [3T_1 T_M \xi^2 + 2(T_1 + T_M) \xi + 1 - T_1 T_M \omega^2] \omega = 0.$$

Từ các phương trình (5) ta loại tần số dao động ω . Do đó từ phương trình thứ hai của (5) ta tìm được:

$$\omega^2 = \frac{1}{T_1 T_M} [3T_1 T_M \xi^2 + 2(T_1 + T_M) \xi + 1] \quad (6)$$

Ta thế giá trị ω^2 vào phương trình đầu (5). Ta có:

$$\begin{aligned} T_1 T_M \xi^3 + (T_1 + T_M) \xi^2 + \xi + kp(a) &= \\ &= \frac{1}{T_1 T_M} [3T_1 T_M \xi^2 + 2(T_1 + T_M) \xi + 1] [3T_1 T_M \xi + (T_1 + T_M)] \end{aligned} \quad (7)$$

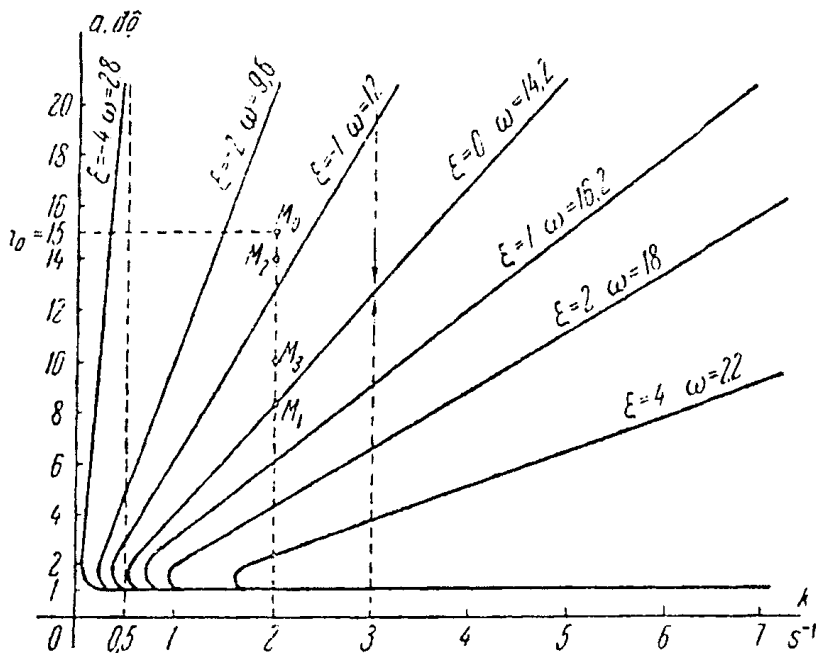
Phương trình (7) ta giải đối với k. Có kết quả ta tìm được:

$$\begin{aligned} k = \frac{1}{q(a)} \left\{ \frac{1}{T_1 T_M} [3T_1 T_M \xi^2 + 2(T_1 + T_M) \xi + 1] \times \right. \\ \left. \times [3T_1 T_M \xi + (T_1 + T_M)] - T_1 T_M \xi^3 - (T_1 + T_M) \xi^2 - \xi \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Ở biểu thức (8) ta thế các giá trị của các thông số ta có:

$$k = \frac{\pi a^2}{400\sqrt{a^2 - 1}} (0,04\xi^3 + 1,2\xi^2 + 11\xi + 30). \quad (9)$$

Ta cho các giá trị khác nhau của biên độ dao động và ở các giá trị không đổi được chọn của hệ số dao động tắt dần ξ ta xây dựng các đường cong $a = a(k)$ (hình 275).



Hình 275. Đồ thị chất lượng quá trình chuyển tiếp cho bài 412.

Theo đồ thị (6) tần số các dao động ω không phụ thuộc vào k và a . Vì vậy các đường cong $\omega = \text{const}$ sẽ trùng với các đường cong $\xi = \text{const}$. Đường cong $\xi = 0$, $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_M}} \approx 142 \text{ s}^{-1}$.

Tương ứng các dao động trong hệ và là sự phụ thuộc biên độ tự dao động $a = A$ vào hệ số truyền của hệ hờ các đường cong $\xi > 0$ tương ứng với các dao động phân kỳ còn các đường cong $\xi < 0$ - các dao động tắt dần. Vùng nằm bên phải của đường thẳng đi qua điểm $k \approx 0,5 \text{ s}^{-1}$, là vùng tồn tại của tự dao động. Vùng nằm bên trái của đường thẳng này là vùng trạng thái cân bằng ổn định của hệ.

413. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 412 nghiên cứu độ ổn định trạng thái cân bằng và xác định biên độ A và tần số Ω tự dao động nếu.

- 1) $k = 0,4 \text{ s}^{-1}$;
- 2) $k = 2 \text{ s}^{-1}$
- 3) $k = 4 \text{ s}^{-1}$.

Đáp số: Theo đồ thị chất lượng (xem hình 275) ta có:

- 1) Trạng thái cân bằng của hệ là ổn định;
- 2) $A \approx 8,3^0$, $\Omega = 14,2 \text{ s}^{-1}$;
- 3) $A \approx 17^0$, $\Omega = 14,2 \text{ s}^{-1}$.

414. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 412 ở $k = 2 \text{ s}^{-1}$ hãy xác định thời gian tắt dần của quá trình chuyển tiếp t_1 số các dao động m ở quá trình chuyển tiếp sau thời gian t_1 đại lượng điều chỉnh lại a_n nếu giá trị ban đầu của biên độ dao động $a_0 = 15^0$.

Bài giải. Từ đồ thị chất lượng của các quá trình chuyển tiếp (xem hình 275) rõ ràng rằng hệ số dao động tắt dần ξ và tần số dao động ω trong thời gian của quá trình chuyển tiếp không là không đổi. Biểu thức đối với biên độ các dao động của hệ có dạng:

$$a = a_0 e^{-\int_0^t \xi dt} \quad (1)$$

Ở đây a_0 - giá trị biên độ dao động xác định bởi các điều kiện ban đầu. Theo hình 275 ở $k = 2 \text{ s}^{-1}$ trong hệ có tự dao động với biên độ $A \approx 8,3$ độ (1) ta xác định thời gian tắt dần của quá trình chuyển tiếp t_1 vào biên độ a_0 tới biên độ A :

$$t_1 = \int_{a_0}^A \frac{da}{a\xi(a)}, \quad (2)$$

Ở đây $\xi(a)$ - phụ thuộc giải tích của hệ số tắt dần ξ vào biên độ dao động ở k đã cho phụ thuộc $\xi(a)$ có dạng phức tạp (xem bài 412) và vì vậy tính chính xác tích phân (2) là khó.

Thời gian tắt dần của quá trình tiếp có thể đánh giá gần đúng như sau: Đánh giá sơ bộ thời gian t_1 thực hiện theo công thức:

$$t_1 \approx \frac{1}{\xi_{cp}} \ln \frac{A}{a_0} \quad (3)$$

Ở đây ξ_{cp} - giá trị trung bình hệ số dao động tắt dần ξ trên không thay đổi biên độ dao động từ $a = a_0$ (điểm M_0 trên hình 275) tới $a = A$ (điểm M_1 trên hình 275).

Nếu cho rằng ở điểm M_0 , $\xi \approx -1,5$ còn ở điểm M_1 , $\xi = 0$ thì:

$$\xi_{cp} = \frac{-1,5 + 0}{2} = -0,75$$

Vì vậy:

$$T_1 \approx \frac{1}{-0,75} \ln \frac{8,3}{15} \approx 0,79 \text{ s.}$$

Để xác định chính xác hơn dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp ta phân đoạn M_0M_1 (hình 275) thành 3 đoạn, M_0M_2 , M_2M_3 , M_3M_1 và ta xác định giá trị ξ bên trong mỗi đoạn: $\xi_1 = \xi_0 = -1,5$, $\xi_2 = -1,0$, $\xi_3 = -0,5$ khi đó:

$$T_1 \approx \frac{1}{\xi_1} \ln \frac{a_2}{a_0} + \frac{1}{\xi_2} \ln \frac{a_3}{a_2} + \frac{1}{\xi_3} \ln \frac{A}{a_3} \quad (5)$$

ở đây a_2 và a_3 - các giá trị biên độ dao động ở các điểm M_2 và M_3 .

Ta thế vào (5) các giá trị của các thông số. Ta có:

$$T_1 \approx \frac{1}{-1,5} \ln \frac{14}{15} + \frac{1}{-1,0} \ln \frac{10}{14} + \frac{1}{-0,5} \ln \frac{8,3}{10} \approx 0,74 \text{ s.}$$

Sai số sơ bộ của điều chỉnh lại được thực hiện theo công thức:

$$\left| \frac{a_{\Pi}}{a_0} \right| \cong e \pi \frac{\xi_{cp}}{\omega_{cp}}, \quad (\xi_{cp} < 0) \quad (6)$$

Ở đây ξ_{cp} và ω_{cp} - các giá trị trung bình các đại lượng ξ và ω trên đoạn M_0M_1 , a_0 - giá trị ban đầu của biên độ dao động.

Theo công thức (6) ta tìm được (nếu đặt $\omega_{cp} = \frac{10,2 + 14,2}{2} = 12,4 \text{ s}^{-1}$).

$$a_{\Pi} = 15e \pi \frac{0,75}{12,4} \approx 12,4^0$$

Sai số sơ bộ của số dao động m , sau thời gian của quá trình chuyển tiếp được tính theo công thức:

$$m \approx \frac{\omega_{cp}}{2\pi\xi_{cp}} \ln \frac{A}{a_0} \quad (7)$$

Suy ra:

$$m \approx \frac{12,4}{2\pi \times 0,75} \ln \frac{8,3}{15} \approx 1,5.$$

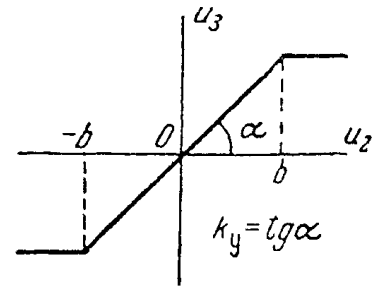
415. Đối với hệ được nghiên cứu trong bài 412 hãy đánh giá sơ bộ thời gian dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp và số dao động sau thời gian quá trình chuyển tiếp, nếu:

- 1) $k = 2 \text{ s}^{-1}$, $a_0 = 2^0$;
- 2) $k = 3 \text{ s}^{-1}$, $a_0 = 15^0$;
- 3) $k = 3 \text{ s}^{-1}$, $a^0 = 1,6$.

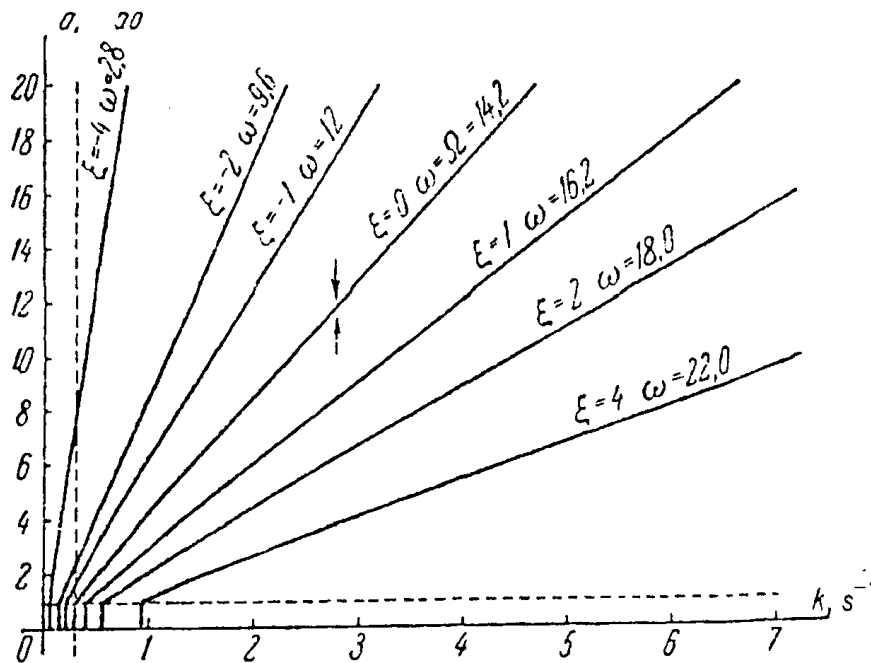
416. Đối với hệ theo dõi điện cơ mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 211, hãy xây dựng đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp theo hệ số truyền của hệ hở $k = k_1 k_2 k_3 k_5$ ở mỗi liên hệ ngược tốc độ của bộ bị ngắt ($k_4 = 0$). Nếu ta thay thế bộ khuếch đại so le bằng bộ khuếch đại có bão hoà. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại được biểu diễn trên hình 276.

Các số liệu ban đầu $T_1 = 0,05 \text{ s}$, $T_M = 0,1 \text{ s}$, bề rộng vùng truyền tính của đặc trưng tĩnh của hệ khuếch đại phi tuyến $b = 1 \text{ v}$, hệ số khuếch đại trên đoạn tuyến tính $k_y = \text{tg} \alpha = 100$.

Đáp số: Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 277. Các đường cong $\xi = \text{const}$ và $\omega = \text{const}$ trùng nhau. Biên vùng trạng thái ổn định cân bằng và tự dao động là đường đứt nét được vạch qua điểm $k \approx 0,3 \text{ s}^{-1}$.



Hình 276. Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại.



Hình 277. Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp cho bài 416.

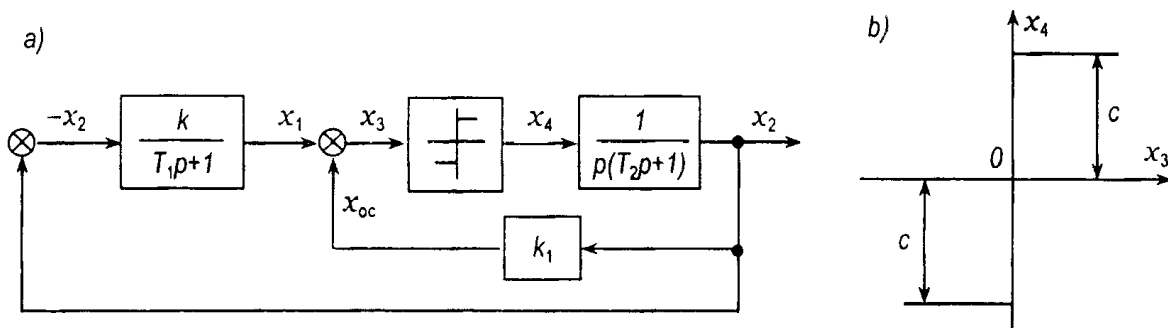
417. Đối với hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 278. Hãy xây dựng đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp theo hệ số truyền k .

Các số liệu ban đầu: $k_{oc} = 5$, $T_1 = T_2 = 0,1 \text{ s}$, $c = 1$.

Bài giải. Theo sơ đồ cấu tạo hàm truyền của hệ hở không tuyến tính được tuyến tính hoá bằng:

$$W(p, a) = \frac{kq(a)}{(T_1 p + 1)[(T_2 p + 1) + k_{oc} q(a)]} \quad (1)$$

Ở đây $q(a) = \frac{4c}{\pi a}$ - hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với đặc tính so le lý tưởng (xem phụ lục 28).



Hình 278. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 417.

Theo hàm truyền (1) ta xác định đa thức đặc trưng của hệ phi tuyến kín:

$$D(q, a) = T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + (1 + k_{oc} q(a) T_1) p + q(a) (k + k_{oc}) \quad (2)$$

Đa thức (2) ta viết ở dạng:

$$D(q, a) = p^3 + A_1 p^2 + A_2 p + A_3 \quad (3)$$

Ở đây:

$$A_1 = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = \frac{0,1 + 0,1}{0,01} = 20,$$

$$A_2 = \frac{1 + k_{oc} T_1 q(a)}{T_1 T_2} = \frac{1 + 0,1 k_{oc} q(a)}{0,01} = 100 + 50 q(a)$$

$$A_3 = \frac{(k + k_{oc}) q(a)}{T_1 T_2} = \frac{(k + 5) q(a)}{T_1 T_2} = (100k + 500) q(a).$$

Đối với hệ bậc ba, đa thức đặc trưng của nó được đưa về dạng (3) các công thức đối với hệ số dao động tắt dần ξ và tần số dao động ω có thể viết ở dạng [39]:

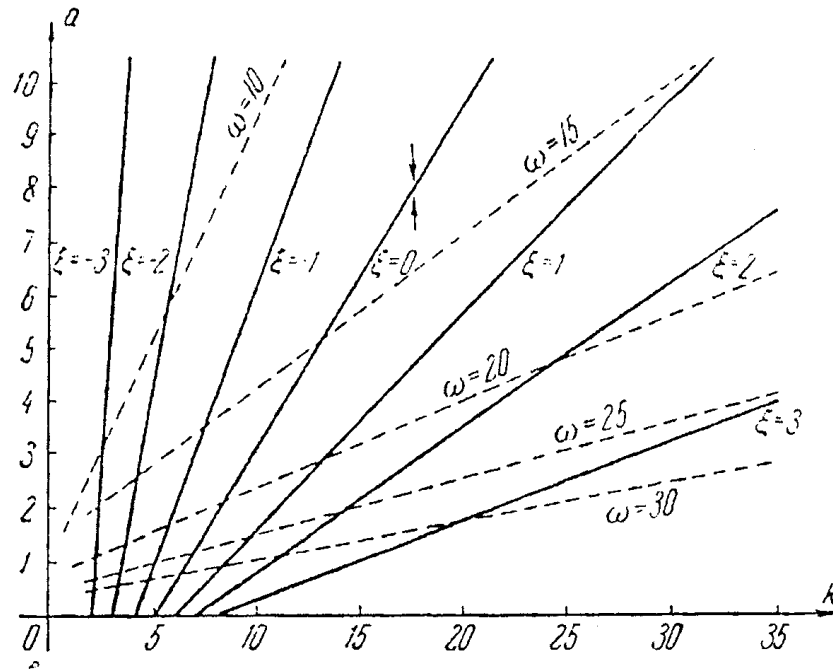
$$\xi = - \frac{A_1 A_2 - A_3}{2[A_2 + (A_1 + 2\xi)]}, \quad (4)$$

$$\omega^2 = |\xi|. \quad (5)$$

Để ξ và ω thu được theo các công thức này chủ yếu ta xác định quá trình chuyển tiếp, thì cần thực hiện điều kiện:

$$A_1 \gg |\xi| \quad (6)$$

Bất đẳng thức (6) xác định các giới hạn trên và dưới đối với các giá trị ξ chung cần được thế vào các công thức (4) và (5).



Hình 279. Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp cho bài 417.

Ta thế vào (4) và (5) các giá trị của các hệ số $A_1, A_2, A_3, q(a)$ và các phương trình thu được cho phép đối với k và ω^2 . Ta có.

$$k = 5 + 0,157a (10 + 5\xi + 0,8\xi^2 + 0,04\xi^3), \quad (7)$$

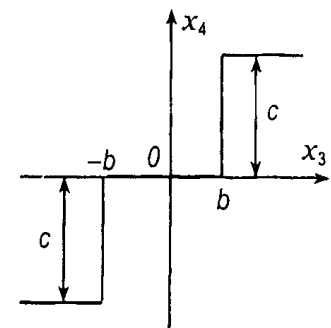
$$\omega^2 = \frac{12,7}{a} \cdot \frac{50k + 250}{10 + \xi} - \xi^2 \quad (8)$$

Ta cho các giá trị không đổi khác nhau của hệ số dao động tắt dần ξ và theo công thức (7) ta xây dựng các đường cong $a = a(k)$ (hình 279). Theo công thức (8) ta xây dựng các đường cong $\omega = \text{const}$ (các đường đứt nét trên hình 279). Với độ chính xác nhỏ hơn, nhưng nhanh hơn nhiều các đường cong này có thể xây dựng theo công thức:

$$\omega^2 \approx \frac{A_3}{A_1} \quad (9)$$

Nó thu được từ (5) khi thực hiện điều kiện (6). Từ hình 279 suy ra rằng trên đồ thị chất lượng các quá trình chuyển tiếp có thể chia ra thành hai vùng: vùng trạng thái cân bằng ổn định khi $k < 5$, ở đây biên độ các dao động tắt dần tới 0, và vùng các dao động khi $k > 5$. Các số liệu này hoàn toàn trùng với số liệu thu được khi nghiên cứu chính hệ này bằng phương pháp chính xác (Liapunov – Lurie) (xem bài 388).

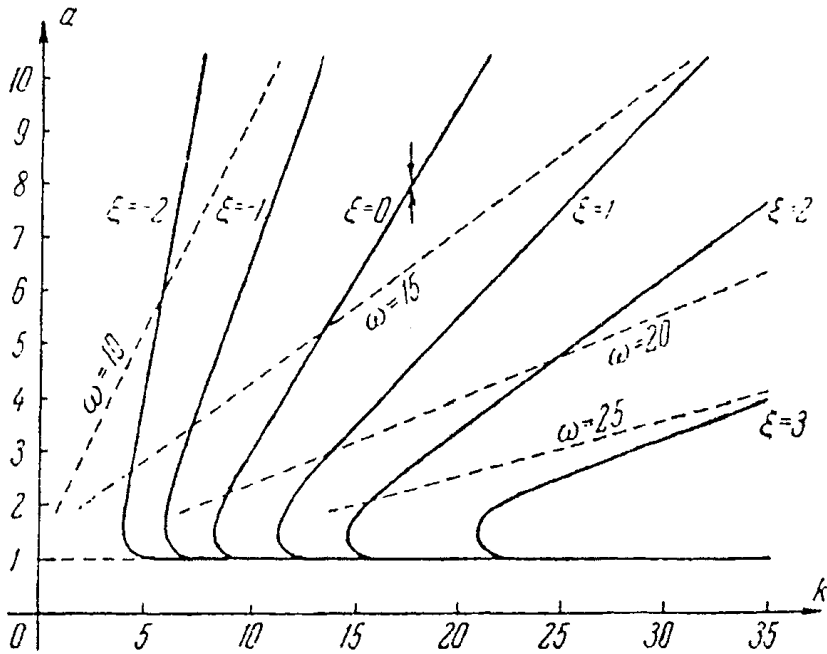
418. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 417, hãy xây dựng chất lượng của quá trình chuyển tiếp nếu khâu phi tuyến (xem hình 278a) có đặc tính so le có vùng khoảng nhạy cảm (hình 280).



Hình 280. Đặc tính tình của khâu phi tuyến cho bài 418.

Các số liệu ban đầu cũng như trong bài 417. Bề rộng của vùng không nhảy cảm $b = 1,0$.

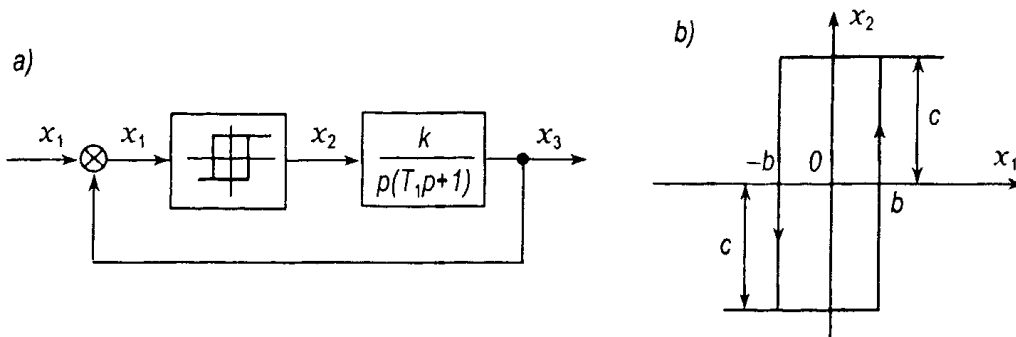
Đáp số: Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 281. Từ đồ thị này rõ ràng sự tồn tại lại vùng không nhảy cảm ở đặc tính role dẫn tới giãn nở nào đó vùng trạng thái cân bằng ổn định tương ứng ($k < 8,25$).



Hình 281. Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp cho bài 418

14.2. NGHIÊN CỨU CÁC QUÁ TRÌNH DAO ĐỘNG CHUYỂN ĐỘNG BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ

419. Đối với hệ, mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 282, hãy xác định chất lượng quá trình chuyển tiếp.



Hình 282. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 419.

Các số liệu ban đầu: $k = 0,5$, $T_1 = 0,1$ s, $b = 1$, $c = 20$ các dao động ω của quá trình chuyển tiếp ở hệ phi tuyến sẽ tìm bằng cách giải phương trình phi tuyến điều hoà.

$$W_L(\xi + j\omega) \cdot W_H(\alpha) = -1 \quad (1)$$

Hay:

$$W_L(\xi + j\omega) = -\frac{1}{W_H(\alpha)} = -Z(\alpha) \quad (2)$$

ở đây $W_L(\xi + j\omega)$ thu được từ hàm truyền phân tuyến tính của hệ $W_L(p)$ bằng thế $p = \xi + j\omega$, còn hàm truyền tuyến tính hoá dao động điều hoà $W_H(\alpha)$ - bằng thế $p = \xi + \xi - j\omega$ vào biểu thức:

$$W_H(\xi, \alpha) = q(\alpha) + \frac{p - \xi}{\omega} q'(\alpha) \quad (3)$$

Mà ở kết quả của nó ta có:

$$W_H(\xi, \alpha) = q(\alpha) + jq'(\alpha) = W_H(\alpha) \quad (4)$$

Phương trình (1) sẽ giải bằng đồ thị. Vì vậy trong hàm truyền phân tuyến tính của hệ:

$$W_L(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)} \quad (5)$$

Ta thế $p = \xi + j\omega$. Ta có:

$$W_L(\xi + j\omega) = \frac{k}{(\xi + j\omega)(1 + T_1 \xi + j\omega T_1)} \quad (6)$$

Môđun của hàm này:

$$A(\xi, \omega) = |W_L(\xi + j\omega)| = \frac{k}{\sqrt{(\xi^2 + \omega^2) \left[(1 + T_1 \xi)^2 + \omega^2 T_1^2 \right]}} \quad (7)$$

Và pha:

$$\psi(\xi, \omega) = -\arctg \frac{\omega}{\xi} - \arctg \frac{\omega T_1}{1 + T_1 \xi} \quad (8)$$

Ta thế vào các biểu thức (7) và (8) các giá trị của các thông số theo số liệu ban đầu và cho các giá trị các hằng số khác nhau của chỉ số dao động tắt dần ξ ta xây dựng loạt các đường cong $W_L(\xi + j\omega)$ như các hàm số theo tần số dao động ω ở $\xi = \text{const}$ (hình 283). Trên chính đồ thị này ta đưa ra đặc tính biên độ - pha ngược của khâu phi tuyến $Z(\alpha) = \frac{1}{W_H(\alpha)}$ ở

các thông số đã cho của khâu b và c. Theo phụ lục 28 đối với đặc tính phi tuyến loại role với nhánh trễ từ ta có:

$$W_H(\alpha) = q(\alpha) + jq'(\alpha) = \frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - j \frac{4cb}{\pi a^2} \quad (9)$$

Suy ra:

$$-Z(\alpha) = -\frac{1}{W_H(\alpha)} = -\frac{\pi a}{4c} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - j \frac{\pi b}{4c} \quad (10)$$

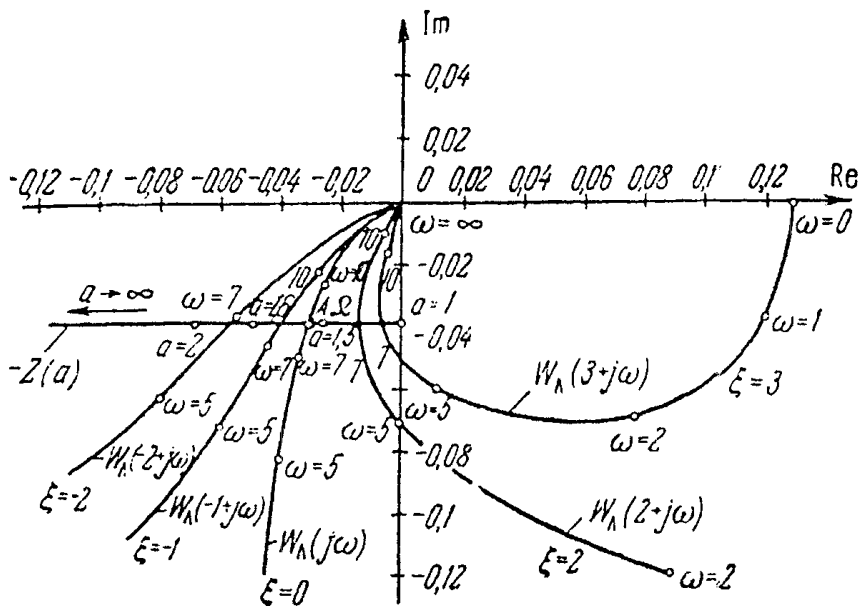
Phần ảo của biểu thức (10) không phụ thuộc vào biên độ α . Vậy đường nút tia $-Z(\alpha)$ là đường thẳng song song trục thực.

Các điểm giao nhau của các đường nút tia $W_K(\xi + j\omega)$ và $-Z(\alpha)$ xác định các nghiệm của phương trình (1) ở các giá trị khác nhau ξ . Đối với mỗi hệ số không đổi của dao động tắt dần ξ theo đường nút tia $-Z(\alpha)$ ta xác định giá trị tương ứng biên độ dao động α còn theo đường nút $W_L(\xi + j\omega)$ - giá trị tần số dao động ω . Biên độ và tần số nghiệm chu kỳ $\alpha = A$ và $\omega = \Omega$ được tìm ở điểm giao nhau các đường nút tia $W_L(\xi + j\omega)$ và $-Z(\alpha)\xi = 0$.

Theo hình 283 ở $k > 0$ bất kỳ trong hệ có các nghiệm chu kỳ tương ứng nước tự dao động ở $k = 0,5$ ta có:

$$A \approx 1,51; \quad \Omega \approx 8 \text{ s}^{-1}$$

Từ hình 283 rõ ràng rằng nghiệm chu kỳ với các thông số này thực tế tương ứng những tự dao động bởi vì tăng bất kỳ biên độ dao động dẫn tới $\xi < 0$ còn sự giảm bất kỳ của nó - cho $\xi > 0$.



Hình 283. Các đặc tính tần số phần tuyến tính của hệ và khâu phi tuyến cho bài 419.

Ta đánh giá sơ bộ các chỉ số chất lượng cơ bản của quá trình chuyển tiếp. Giả sử giá trị ban đầu của biên độ dao động $\alpha = \alpha_0 = 2$. Thời gian của quá trình chuyển tiếp mà suốt quá trình của nó biên độ dao động giảm từ giá trị $\alpha_0 = 2$ tới giá trị $A = 1,51$ đánh giá gần đúng theo công thức

$$t_1 \approx \frac{1}{\xi_{cp}} \ln \frac{A}{\alpha_0} \tag{11}$$

Ở trường hợp đã cho $a = 1,51$; $\alpha_0 = 2$, $\xi_{cp} = -1$. Ta thế các giá trị này vào (11). Ta có:

$$t_1 \approx - \ln \frac{1,51}{2} = 0,28 \text{ s}$$

Đánh giá giá trị điều chỉnh lại thực hiện theo công thức:

$$a_H \approx a_0 e^{\frac{\xi_{cp}}{\omega_{cp}}}$$

ở đây α_n - đại lượng điều chỉnh lại, ω_{cp} - giá trị trung bình của tần số dao động mà theo hình 283 bằng:

$$\omega_{cp} \approx \frac{7+8}{2} = 7,5 \text{ s}^{-1}$$

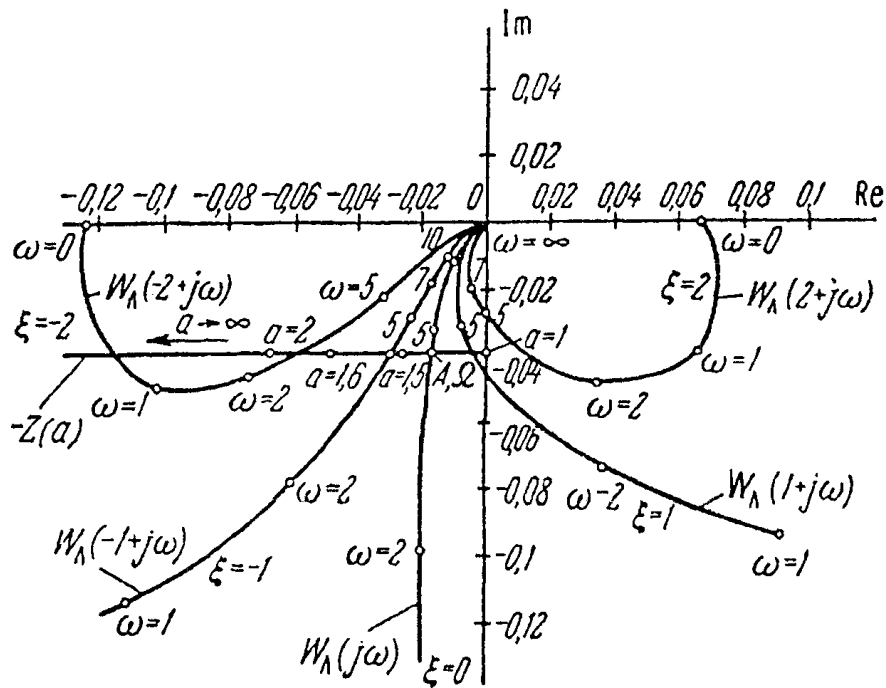
Ta thế vào (12) các giá trị của các thông số ta có:

$$\alpha_H = 2 e^{-\frac{1}{7,5}} = 2,0,65 = 1,3$$

Để đánh giá sơ bộ số các dao động sau thời gian chuyển tiếp ta sử dụng công thức:

$$m \approx \frac{\omega_{cp}}{2\pi\xi_{cp}} \ln \frac{A}{\alpha_0} \approx \frac{7,5}{-2\pi} \ln \frac{1,51}{2} \approx 0,34$$

420. Đối với hệ được nghiên cứu ở bài 419 hãy xây dựng đồ thị chất lượng quá trình chuyển tiếp và xác định các chỉ số chất lượng cơ bản của quá trình nếu $k = 0,2$, còn các thông số còn lại cũng như ở bài 419. Giá trị ban đầu của biên độ dao động $\alpha_0 = 2$.



Hình 284. Đồ thị chất lượng quá trình chuyển tiếp.

Đáp số: Đồ thị chất lượng của quá trình chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 284. Biên độ và tần số những sự tự dao động tương ứng bằng:

$$A \approx 1,54, \quad \Omega \approx 4,5$$

Thời gian dao động tắt dần của quá trình chuyển tiếp từ $\alpha_0 = 2$ tới $A = 1,54$, $t_1 \approx 0,28$ s. Giá trị điều chỉnh lại $\alpha_n \approx 0,88$. Số các dao động sau thời gian của quá trình chuyển tiếp $m \approx 0,17$.

Chương 15

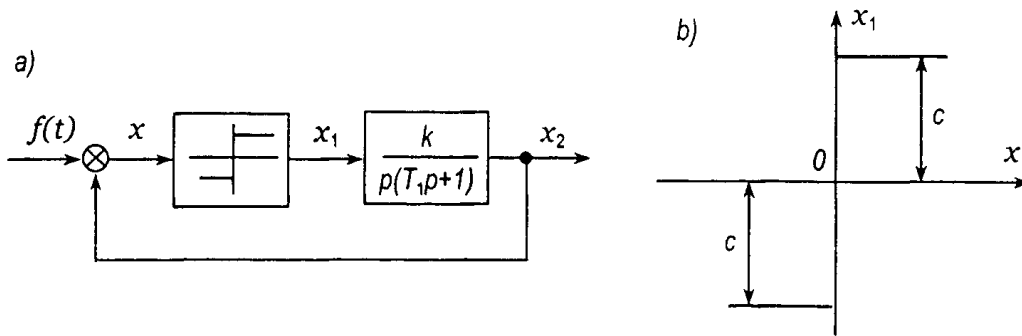
CÁC DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC TRONG CÁC HỆ PHI TUYẾN

15.1. XÁC ĐỊNH CÁC DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC ĐƠN TẦN BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ

421. Hãy xác định các dao động cưỡng bức của hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 285 ở tác dụng bên ngoài hình sin:

$$f(t) = B \sin \omega_B t \tag{1}$$

Các số liệu ban đầu $k = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,1 \text{ s}$, $c = 10$, $B = 20$, $\omega_B = 10 \text{ s}^{-1}$



Hình 285. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến cho bài 421.

Bài giải. Ta lập phương trình vi phân của hệ phi tuyến kín theo sơ đồ cấu tạo phương trình vi phân phân tuyến tính của hệ có dạng:

$$(T_1 p + 1) p x_2 = k x_1 \tag{2}$$

Khâu phi tuyến có thể viết bằng phương trình:

$$x = F(x) \tag{3}$$

Ở đây hàm phi tuyến $F(x)$ được cho bởi đặc tính tĩnh (hình 285b).

Ta thế (3) vào (2) và đồng thời cho rằng:

$$x = f(t) - x$$

Ta có:

$$(T_1 p + 1) p x + k F(x) = (T_1 p + 1) p f(t) \tag{4}$$

Nghiệm đối với các dao động cưỡng bức được thiết lập trong hệ sẽ tìm ở công thức:

$$x = \alpha_B \sin (\omega_B t + \varphi) \tag{5}$$

Ở đây α_B và φ - các biên độ và pha cần tìm của các dao động cưỡng bức.

Phương trình của hệ phi tuyến (4) được viết dưới dạng:

$$Q(p)x + R(p) F(x) = S(p) f(t) \tag{6}$$

Ở đây $Q(p) = S(p) = (T_1 p + 1) p$, $R(p) = k$. Trong phương trình (6) biến $f(t)$ được biểu diễn qua biến x . Vì vậy ta viết:

$$\begin{aligned} f(t) &= B \sin \omega_B t = B \sin [(\omega_B t + \varphi) - \varphi] \\ &= B \cos \varphi \sin(\omega_B t + \varphi) - B \sin \varphi \cos(\omega_B t + \varphi) \end{aligned} \quad (7)$$

Từ (5) ta tìm đạo hàm:

$$p x = a_B \omega_B \cos(\omega_B t + \varphi) \quad (8)$$

Và nếu thế (5) và (8) vào biểu thức (7) cuối cùng ta có:

$$f(t) = \frac{B}{a_B} \left(\cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{\omega_B} p \right) x \quad (9)$$

Ta thế giá trị của hàm $f(t)$ (9) vào phương trình (6). Ta có

$$\left[Q(p) - S(p) \frac{B}{a_B} \left(\cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{\omega_B} p \right) \right] x + R(p) F(x) = 0 \quad (10)$$

Thực hiện tuyến tính hoá dao động điều hoà của sự phi tuyến

$$F(x) = q(a) x \quad (11)$$

Ở đây $q(a) = \frac{4c}{\pi a}$ - hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với đặc tính role lý tưởng (xem phụ lục 28).

Ở biểu thức (11) ta thế biên độ α bằng biên độ cần tìm của các dao động cưỡng bức α_B . Ta có:

$$F(x) = q(a_B) x = \frac{4c}{\pi a_B} x \quad (12)$$

Từ (10) và (12) ta thu được phương trình đặc trưng đối với gần đúng đầu.

$$Q(p) - S(p) \frac{B}{a_B} \left(\cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{\omega_B} p \right) + R(p) q(a_B) = 0 \quad (13)$$

Để tìm nghiệm hình sin (5) ta thế vào (13) $p = j\omega_B$. Ta có:

$$a_B = \frac{Q(j\omega_B) + R(j\omega_B) q(a_B)}{S(j\omega_B)} = B e^{-j\varphi} \quad (14)$$

Ở kết quả (14) ta cho rằng $\cos \varphi - j \sin \varphi = e^{-j\varphi}$

Ta thế vào (14) biểu thức đối với $Q(j\omega_B)$, $R(j\omega_B)$ và $S(j\omega_B)$ thu được từ (6) và giá trị hệ số $q(a_B)$ (12):

$$a_B + \frac{4ck}{j\omega_B(1 + T_1 j\omega_B)} = B e^{-j\varphi} \quad (15)$$

Sau khi thế vào giá trị các thông số ta thu được:

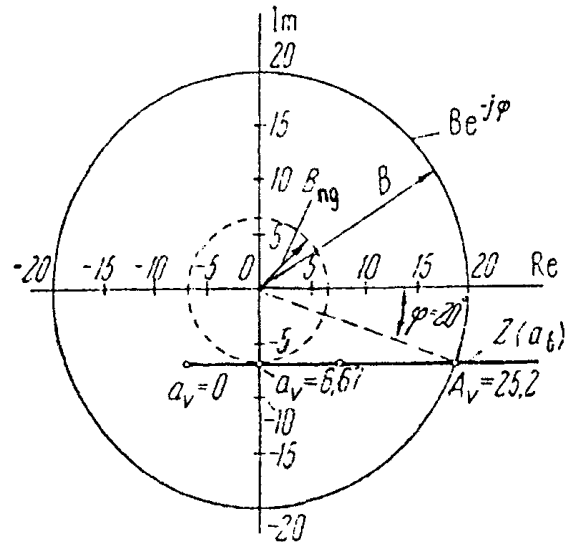
$$a_B - 6,67 - 6,67j = 20 e^{-j\varphi} \quad (16)$$

Ở mặt phẳng phức (hình 286) ta xây dựng đường nút tia:

$$Z(\alpha_B) = \alpha_B - 6,67 - 6,67j \quad (17)$$

Tương ứng phần bên trái của phương trình (16) và vòng tròn có bán kính $B = 20$ tương ứng với phần bên phải của chính phương trình. Điểm giao nhau của đường nút tia $Z(\alpha_B)$ các mức của biên độ ở đường nút $Z(\alpha_B)$ ta tìm được biên độ các dao động cưỡng bức ở hệ $\alpha_B = A_B = 25,2$. Độ dịch chuyển pha $\varphi = 20^\circ$ được xác định theo cung vòng tròn cần nhận thấy rằng tính toán các giá trị dương của các góc φ trong trường hợp đã cho được thực hiện từ nửa trục thực dương theo chiều kim đồng hồ, bởi vì ở phần bên ngoài (15) có φ với dấu âm.

Trên hình 286, rõ ràng rằng trong hệ xuất hiện các dao động đơn tần với tần số $\omega_B = 10 \text{ s}^{-1}$ không ở các giá trị bất kỳ của biên độ tác dụng đầu vào (1) mà chỉ khi $B > B_{\text{ngưỡng}}$. Để xác định giá trị ngưỡng biên độ tác dụng đầu vào $B_{\text{ngưỡng}}$ ta vạch vòng tròn tiếp xúc đường nút tia $Z(\alpha_B)$. Bán kính ta vạch vòng tròn này và xác định $B_{\text{ngưỡng}} = 6,67$.



Hình 286. Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 421.

422. Đối với hệ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 287 hãy xác định biên độ A_B và pha φ của các dao động cưỡng bức của biên độ tác dụng đầu vào.

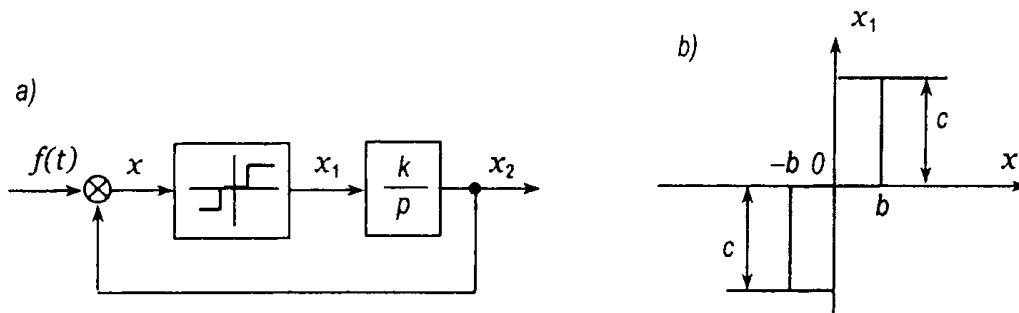
Các số liệu ban đầu:

$k = 10 \text{ s}^{-1}$, $b = 1$, $c = 10$, biên độ và tần số tác dụng đầu vào $B = 8$, $\omega_B = 20 \text{ s}^{-1}$.

Đáp số: Phương trình để tìm biên độ và pha của các dao động cưỡng bức có dạng:

$$\alpha_B - j.6,36 \sqrt{1 - \frac{1}{\alpha_B^2}} = 8e^{-j\varphi}$$

Xây dựng bằng đồ thị được chỉ ra trên hình 288. Theo hình vẽ này $A_B \approx 5$, $\varphi = 50^\circ$, $B_{\text{ngưỡng}} = 1$.



Hình 287. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính tĩnh của khâu phi tuyến tính cho bài 422.

423. Hãy xác định biên độ và pha của các dao động cưỡng bức ở hệ, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 285 khi tồn tại thời gian trễ τ .

Các số liệu ban đầu: $k = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,01 \text{ s}$, $\tau = 0,01 \text{ s}$, $c = 10$, tần số và biên độ tác dụng bên ngoài $\omega_B = 10 \text{ s}^{-1}$, $B = 20$.

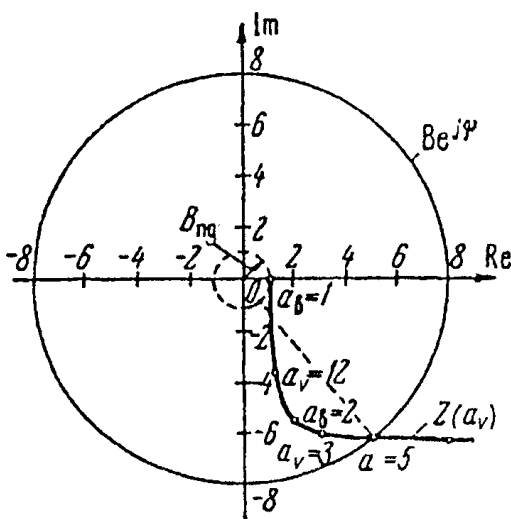
Bài giải. Phần tuyến tính của hệ được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$(T_1 p + 1) p x_2 = k x_1 \quad (1)$$

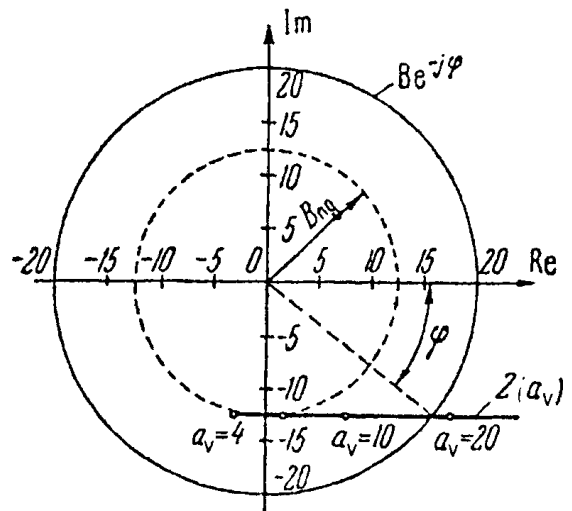
Với tính đến thời gian trễ phương trình khâu tuyến tính được viết dưới dạng:

$$x_1 = F_{\tau v}(x) = e^{-\tau p} F(x) \quad (2)$$

ở đây $F(x)$ - hàm phi tuyến cho bằng đặc tính tĩnh (hình 285b).



Hình 288. Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 422.



Hình 289. Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cưỡng bức cho bài 423.

Từ (1) và (2) ta xác định phương trình vi phân của hệ phi tuyến kín:

$$(T_1 p + 1) p x + k F_{\tau}(x) = (T_1 p + 1) p f(t) \quad (3)$$

Các dao động cưỡng bức đại lượng đầu vào của khâu phi tuyến x sẽ tìm ở dạng:

$$x = A_B \sin(\omega_B t + \varphi) \quad (4)$$

Để tìm nghiệm hình sin (4) ta viết biểu thức:

$$\alpha_B \frac{Q(j\omega_B) + R(j\omega_B) q(a_B) e^{-j\tau\omega_B}}{S(j\omega_B)} = B e^{-j\varphi} \quad (5)$$

Ở đây α_B và φ - các biên độ và pha cần tìm của các dao động cưỡng bức $q(\alpha_B) = 4c/\pi$ - hệ số tuyến tính dao động điều hoà đối với đặc tính rơle lý tưởng (xem phụ lục 28) ở $\alpha = \alpha_B$ còn $Q(j\omega_B)$, $R(j\omega_B)$ và $S(j\omega_B)$ được xác định từ phương trình (3).

$$Q(j\omega_B) = S(j\omega_B) = j\omega_B (1 + T_1 j\omega_B)$$

$$R(j\omega_B) = k$$

Ta thế (6) và giá trị hệ số $q(\alpha_B)$ vào (5). Ta có:

$$\alpha_B + \frac{4kce^{-j\tau\omega_B}}{j\omega_B(1 + T_1 j\omega_B)} = Be^{-j\varphi} \quad (7)$$

Sau khi thế các giá trị của các thông số và phân tử số và mẫu số của số hạng thứ hai phần bên trái của phương trình (7) với biểu thức liên hợp ta có:

$$\alpha_B - 2,5 - j.12,3 = 20e^{-j\varphi} \quad (8)$$

Trên mặt phẳng phức hình 289 ta xây dựng đường nút tia:

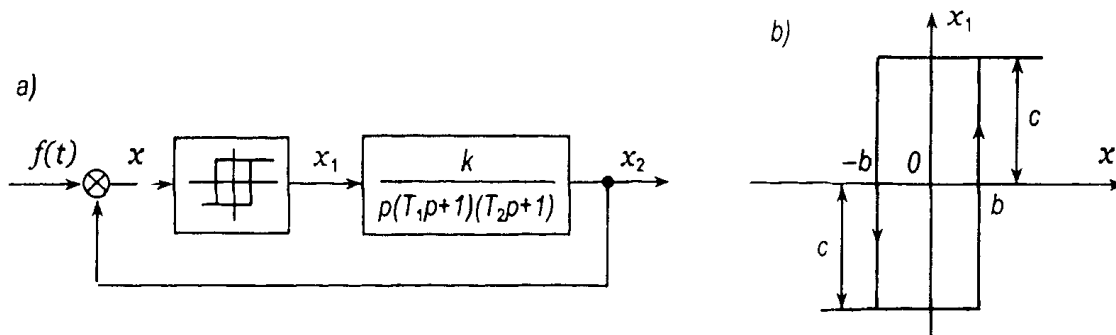
$$Z(\alpha_B) = \alpha_B - 2,5 - j.12,3$$

và vòng tròn có bán kính 20. Ở điểm giao nhau theo đường nút tia $Z(\alpha_B)$ ta xác định biên độ các dao động cưỡng bức $\alpha_B - A_B \approx 18,2$ còn theo cung tròn - pha $\varphi \approx 38^\circ$. Giá trị ngưỡng biên độ tác dụng đầu vào $B_{ngưỡng} = 12,3$.

424. Đối với hệ phi tuyến, sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 290, hãy xác định biên độ A_B và pha φ của các dao động cưỡng bức.

Số liệu ban đầu : $k = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,01 \text{ s}$, $T_2 = 0,02 \text{ s}$, $b = 4$, $c = 10$, biên độ tác dụng hình sin bên ngoài $B = 20$ tần số tác dụng bên ngoài $\omega_B = 10 \text{ s}^{-1}$.

Đáp số: $A_B \approx 21$, $\varphi \approx 35^\circ$



Hình 290. Sơ đồ cấu tạo của hệ và đặc tính của khâu phi tuyến cho bài 424.

15.2. TÌM CÁC DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC ĐƠN TẦN ĐỐI XỨNG BẰNG PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ

425. Đối với hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 285, hãy xác định sự phụ thuộc các biên độ các dao động cưỡng bức vào biên độ và tần số tác dụng hình sin bên ngoài.

Các số liệu ban đầu: $k = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = 0,1 \text{ s}$, $c = 10$ xác định hàm truyền của hệ phi tuyến kín được tuyến tính hoá dao động điều hoà.

Đối với hệ nghiên cứu ta có:

$$W_L(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)} \quad (2)$$

$$W_H(\alpha) = q(\alpha) \quad (3)$$

ở đây $q(\alpha) = \frac{4c}{\pi a}$ - hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà đối với đặc tính role lý ưởng (xem phụ lục 28).

Hàm truyền (1) được viết ở dạng:

$$\Phi(p, \alpha) = \frac{M_L(p)}{M_L(p) + W_H(\alpha)} \quad (4)$$

ở đây $M_L(p) = \frac{1}{W_L(p)}$ - hàm truyền ngược phân tuyến tính của hệ.

Ta tìm hàm truyền tần số ngược phân tuyến tính của hệ:

$$M_L(j\omega) = \frac{j\omega(1 + T_1 j\omega)}{k} = \frac{j\omega(1 + 0,1j\omega)}{10} \quad (5)$$

và hàm truyền của khâu phi tuyến được tuyến tính hoá dao động điều hoà

$$W_H(\alpha) = \frac{4c}{\pi a} = \frac{12,7}{a} \quad (6)$$

Còn trên mặt phẳng phức hình 291 theo công thức (5) ta xây dựng đặc tính biên độ - pha ngược, phân tuyến tính của hệ còn theo công thức (6) - đường nút tia của khâu phi tuyến - $W_H(\alpha)$.

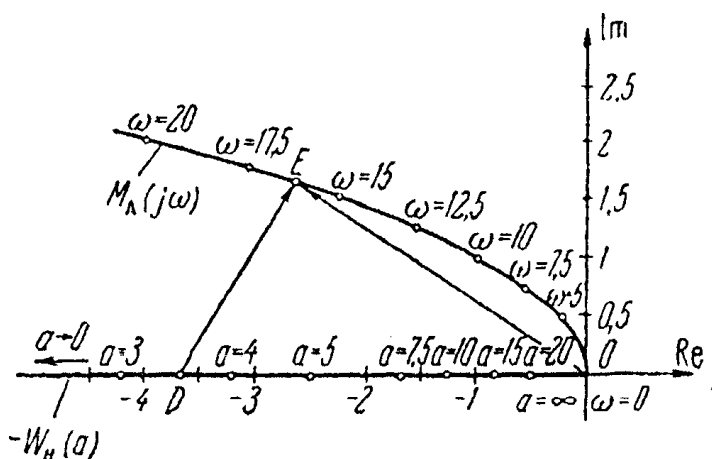
Theo các mức biên độ ở đường nút tia - $W_H(\alpha)$ ta xác định biên độ các dao động cường bức α_B (điểm D trên hình 291) còn theo các mức tần số trên đường nút tia $M_L(j\omega)$ - tần số các dao động cường bức bằng tần số tác dụng hình sin bên ngoài (điểm E trên hình 291). Từ (4) ta tìm được:

$$\frac{a_B}{B} = |\Phi(j\omega_B, a_B)| = \frac{|M_L(j\omega_B)|}{|M_L(j\omega_B) + W_H(a_B)|} = \frac{OE}{DE} \quad (7)$$

ở đây B - biên độ tác dụng hình sin bên ngoài.

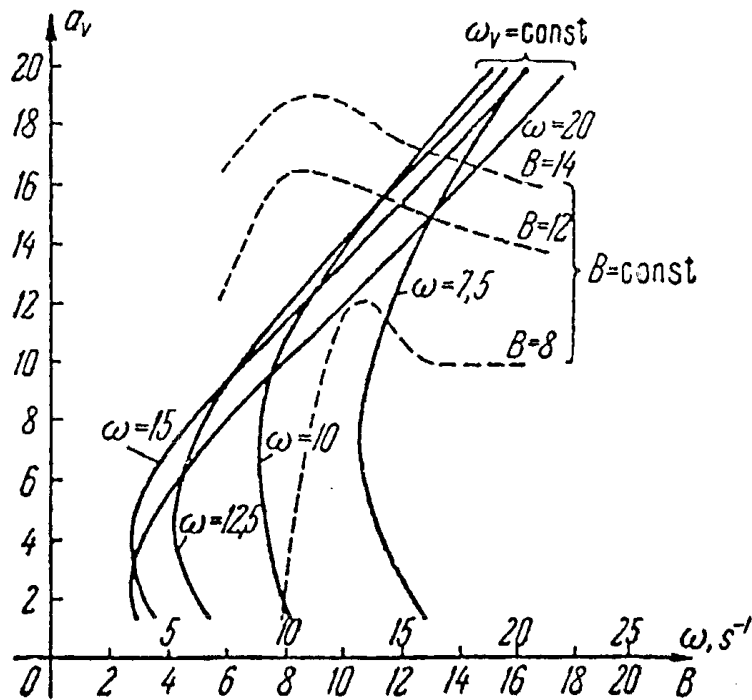
Biểu thức (7) xác định sự liên hệ giữa biên độ tác dụng bên ngoài B và biên độ các dao động cường bức α_B đối với giá trị xác định bất kỳ của tần số ω_B :

$$B = \frac{DE}{OE} \alpha_B \quad (8)$$



Hình 291. Đặc tính biên độ pha phân tuyến tính của hệ và đường nút tia của khâu phi tuyến cho bài 425.

Dịch chuyển điểm D trên hình 291 ở vị trí xác định của điểm E ta tìm được sự phụ thuộc $\alpha_B(B)$ khi $\omega_B = \text{const}$ (hình 292) còn dịch chuyển điểm F ở vị trí xác định điểm D, ta tìm sự phụ thuộc $\alpha_B(\omega_B)$ ở $B = \text{const}$ (các đường cong đứt nét trên hình 292).



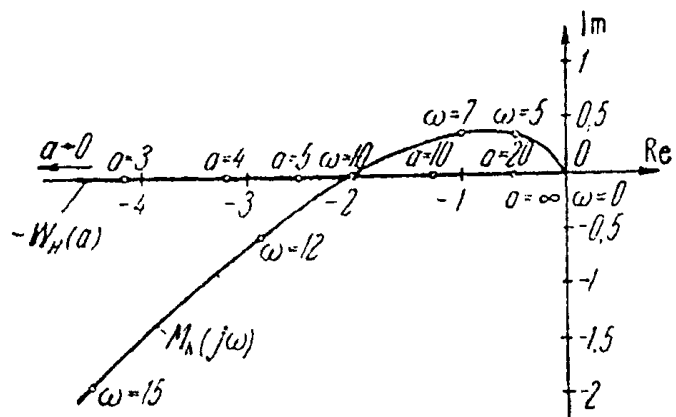
Hình 292. Các phụ thuộc biên độ dao động cưỡng bức vào biên độ và tần số tác dụng bên ngoài cho bài 425.

426. Đối với hệ phi tuyến được nghiên cứu ở bài 425 hãy xác định sự phụ thuộc biên độ các dao động cưỡng bức α_B vào biên độ B và tần số ω_B của tác dụng hình sin bên ngoài, nếu hàm truyền của phân tuyến tính của hệ:

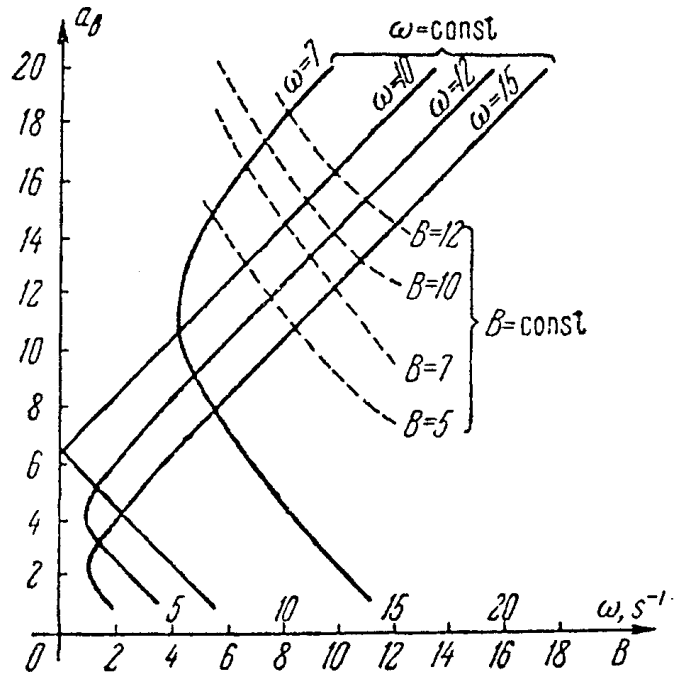
$$W_L(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

ở đây $k = 10 \text{ s}^{-1}$, $T_1 = T_2 = 0,1 \text{ s}$.

Đáp số: Đặc tính biên độ - pha phân tuyến tính của hệ $M_L(j\omega)$ và đường nút tia $-W_H(\alpha)$ được biểu diễn trên hình 293 các đường cong $\omega_B = \text{const}$ và $B = \text{const}$ được chỉ ra trên hình 294. Tần số $\omega_B = 10 \text{ s}^{-1}$ mà ở đó giá trị ngưỡng của biên độ tác dụng hình sin đầu vào $B_{\text{ngưỡng}}$ bằng 0, bằng tần số tự dao động trong hệ.

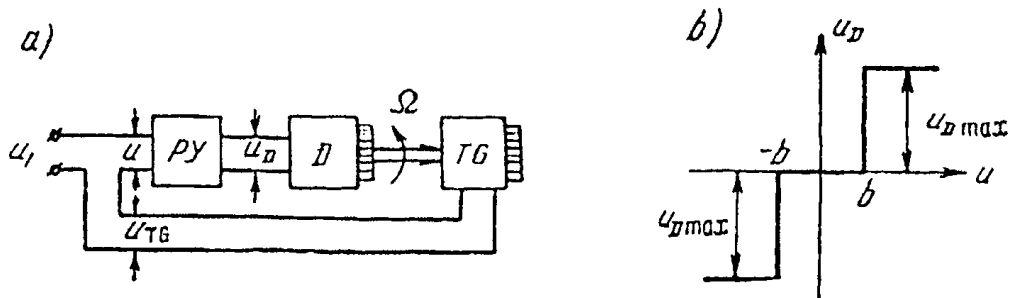


Hình 293. Đặc tính biên độ - pha ngược phân tuyến tính của hệ và đường nút tia của khâu phi tuyến cho bài 426.



Hình 294. Các phụ thuộc biên độ dao động cưỡng bức vào biên độ và tần số tác dụng bên ngoài cho bài 426.

427. Hãy xác định biên độ và pha các dao động cưỡng bức, tốc độ quay của động cơ điện trong hệ ổn định phi tuyến, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 295. Trên sơ đồ, ký hiệu Đ - động cơ có dòng điện không đổi với kích cảm độc lập, TG - máy phát đo tốc độ,



Hình 295. Sơ đồ ổn định tốc độ quay của động cơ điện cho bài 427.

PY - bộ khuếch đại rơle mà đặc tính tĩnh của nó được biểu diễn trên hình 295b. Các số liệu gốc: bề rộng vùng không nhạy cảm của đặc tính rơle $b = 1V$, tốc độ xác lập của động cơ ở điện áp cực đại ở đầu ra của bộ khuếch đại rơle $u_D = u_{max}$ (hình 295b), $\Omega_0 = 625 s^{-1}$, thời điểm khởi động của động cơ $M_0 = 100 Gcm$, mômen quán tính tác dụng lên trục động cơ $J = 0,008 Gcm.s^2$, mômen phụ tải lên trục động cơ $M_H = 0$, hệ số truyền của máy phát đo tốc độ $k_{iv} = G = 0,01 V.s/rad$. Ở đầu vào của hệ có tín hiệu đầu vào hình sin:

$$u_1(t) = B \sin \omega_B t$$

mà biên độ của nó $B = 8V$, còn tần số $\omega_B = 10 s^{-1}$.

Bài giải. Thường khi nghiên cứu cơ cấu thừa hành role bao gồm động cơ có dòng điện không đổi có kích từ độc lập và role điều khiển dòng điện của phân ứng được biểu diễn ở dạng hai khâu độc lập. Một trong số các khâu này (động cơ) là tuyến tính, còn khâu khác (bộ khuếch đại role) - là phi tuyến. Khi đó động cơ được mô tả bằng chính phương trình vi phân này độc lập với vị trí các tiếp xúc role. Thực tế ở chính các tiếp điểm hở của role ($-b < u < b$) mạch phân ứng của động cơ hở và nó biến thành bánh lái thường. Nếu không tính mômen phụ tải và các đặc tính cơ khí của động cơ coi là tuyến tính thì ở các công tác kín của role ($u > |b|$) sự chuyển động của động cơ điện được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$J \frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{\beta_0} \Omega = M_0 \quad (1)$$

ở đây Ω - tốc độ góc quay của động cơ, $\beta_0 = \frac{\Omega_0}{M_0}$ - hệ số nghiêng của đặc tính cơ khí. Ở các công tác hở của role phương trình vi phân chuyển động có dạng

$$J \frac{d\Omega}{dt} = 0 \quad (2)$$

Vì vậy khi nghiên cứu các hệ phi tuyến có các cơ cấu thừa hành role thì động cơ và bộ khuếch đại role cần nghiên cứu như là một khâu phi tuyến duy nhất.

Ta đưa giá trị định mức của hàm truyền của khâu cơ cấu thừa hành role tuyến tính dao động điều hoà $W_0(d, jz)$

$$W(d, jz) = \frac{\Omega_0}{b} W_0(d, jz) = \frac{\Omega_0}{b} q_0(d, z) + j \frac{\Omega_0}{b} q'_0(d, z) \quad (3)$$

Trong biểu thức này d - biên độ tương đối:

$$d = \frac{u}{b}, \quad (4)$$

z - tần số tương đối

$$z = \omega T_M \quad (5)$$

T_M - hằng số thời gian của động cơ, $q_0(d, z)$ và $q'_0(d, z)$ - các hệ số tuyến tính hoá các khâu dao động điều hoà.

Các biểu thức giải tích đối với các hệ số $q_0(d, z)$ và $q'_0(d, z)$ thu được cực kỳ phức tạp. Vì vậy để thuận tiện các tính toán ở phụ lục 29 ta đưa vào các hàm truyền tần số định mức của cơ cấu thừa hành role.

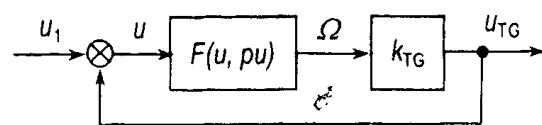
Để xác định các thông số dao động cưỡng bức của hệ ta lập sơ đồ cấu tạo (hình 296) và viết phương trình vi phân của hệ phi tuyến tính.

$$u + k_{TT} F(u, pu) = u_1(t) \quad (6)$$

Ở đây:

$$F(u, pu) = q(d, z)u + \frac{p'(dz)}{\omega} pu \quad (7)$$

Ta lập đẳng thức:



Hình 296. Sơ đồ cấu tạo của hệ cho bài 427.

$$a_B \frac{Q(j\omega_B) + R(j\omega_B)[q(d_B, z_B)]}{S(j\omega_B)} = Be^{-j\varphi} \quad (8)$$

ở đây a_B và φ - biên độ và pha cần tìm của cái dao động cường bức $z_B = \omega_B T_M$.

Mối liên hệ giữa biên độ a_B và biên độ tương đối của các dao động cường bức được xác định bởi công thức (4).

$$d_B = \frac{a_B}{b} = \frac{u_B}{b} \quad (9)$$

Ở trường hợp riêng đã cho theo phương trình (6) ta có:

$$Q(j\omega_B) = S(j\omega_B) = 1, \quad R(j\omega_B) = k_{TT} \quad (10)$$

Ta thế (10) vào (8) ta có:

$$A_B + k_{TT} a_B [q(d_B, z_B) + jq'(d_B, z_B)] = Be^{-j\varphi}. \quad (11)$$

Các hệ số $d(d_B, z_B)$ và $q'(d_B, z_B)$ ta xác định theo các đồ thị được đưa ra ở phụ lục 29. Vì vậy sơ bộ ta tìm được:

$$\begin{aligned} z_B = \omega_B T_M = \omega_B J \frac{\Omega_0}{M_0} = \\ = 10 \cdot 0,008 \cdot \frac{625}{100} = 0,5 \end{aligned}$$

Sau đó ta cho các giá trị khác nhau của biên độ a_B , đối với chúng theo công thức (9) ta xác định các giá trị của biên độ tương đối d_B , theo các đặc tính biên độ - pha (phụ lục 29) ở $z_b = 0,5$ đối với các giá trị d_B khác nhau ta xác định $q_0(d_B, z_B)$ và $q'_0(d_B, z_B)$ và theo biểu thức (3) ta tìm được:

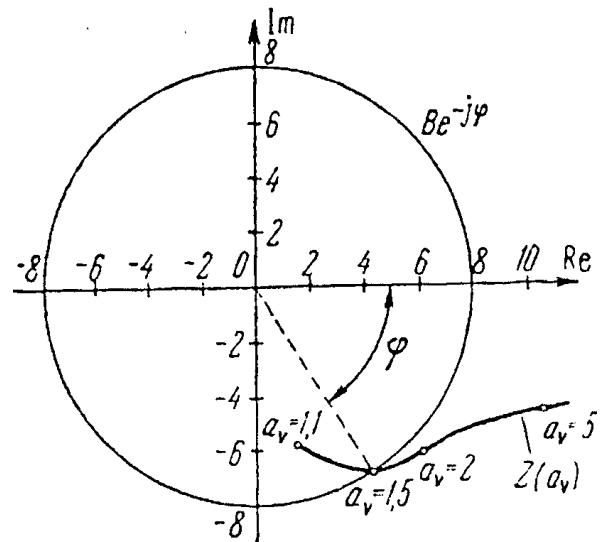
$$\left. \begin{aligned} q(d_B, z_B) &= \frac{\Omega_0}{b} q_0(d_B, z_B) = 625 q_0(d_B, z_B), \\ q'(d_B, z_B) &= \frac{\Omega_0}{b} q'_0(d_B, z_B) = 625 q'_0(d_B, z_B) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Các giá trị các hệ số (13) được thế vào (11) và xây dựng đường cong:

$$Z(a_B) = a_B + k_{TG} a_B [q(d_B, z_B) + jq'(d_B, z_B)] \quad (14)$$

Tương ứng phần bên trái của đẳng thức (11) (hình 297). Ta vạch vòng tròn có bán kính $B = 8$ và ở điểm giao nhau của nó với đường cong $Z(a_B)$ ta tìm được $a_B \approx 1,5$ V. $\varphi \approx 58^\circ$. Biên độ các dao động cường bức của vận tốc góc quay của động cơ bằng:

$$\Omega_B = \frac{a_B}{k_{TG}} = \frac{1,5}{0,01} = 150 \text{ s}^{-1}.$$



Hình 297. Xây dựng đồ thị để xác định các dao động cường bức cho bài 427.

Chương 16

DIỄN BIẾN CỦA CÁC QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN QUA CÁC HỆ PHI TUYẾN

16.1. XÁC ĐỊNH CÁC HÀM VÀ CÁC MÔMEN PHÂN BỐ QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN Ở ĐẦU RA HỆ PHI TUYẾN

428. Ở đầu vào bộ khuếch đại không quán tính có đặc tính tuyến tính có giới hạn (hình 298a) tồn tại tín hiệu ngẫu nhiên ở dạng điện áp u_1 . Mật độ phân bố của tín hiệu này được mô tả bằng hàm:

$$\omega(u_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(u_1 - \bar{u}_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (1)$$

Ở đây \bar{u}_1 - giá trị trung bình của điện áp vào u_1 , σ_1 - độ lệch bình phương trung bình của điện áp u_1 vào giá trị trung bình \bar{u}_1 . Ở vùng tuyến tính đặc tính tĩnh hệ số khuếch đại $k = 10^5$. Ở vùng bão hòa điện áp đầu ra của bộ khuếch đại $u_{2m} = 100$ V. Hãy tìm và biểu diễn ở dạng đồ thị quy luật phân bố $\omega(u_2)$ ở đầu ra bộ khuếch đại ở các số liệu ban đầu như sau: giá trị trung bình $\bar{u}_1 = 0$ V, giá trị bình phương trung bình $\sigma_1 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ V.

Bài giải. Bởi vì bộ khuếch đại không quán tính, thì ở vùng tuyến tính $u_2 = ku_1$.

Bởi vì $k\sigma_1 = 10^5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 50$ V, thì ở vùng này $\sigma_2 = k\sigma_1$. Vì vậy cho rằng $\bar{u}_1 = 0$ ở các giới hạn tuyến tính của đặc tính tĩnh, quy luật phân bố điện áp đầu ra u_2 có dạng:

$$\omega(u_2) = \omega(ku_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}k\sigma_1} e^{-u_2^2/(2\sigma_2^2)} \quad (2)$$

Theo các điều kiện tiêu chuẩn các hàm phân bố:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u_1) du_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(u_2) du_2 = 1 \quad (3)$$

Nếu thế vào biểu thức cuối cùng hàm số (2) ta tìm được:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u_1^2}{2\sigma_1^2}} \frac{du_1}{\sigma_1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u_2^2}{2\sigma_2^2}} \frac{du_2}{\sigma_2} = 1$$

Do đó, trong vùng tuyến tính các mật độ phân bố tiêu chuẩn đối với các biến tương đối $z_1 = \frac{u_1}{\sigma_1}$ và $z_2 = \frac{u_2}{\sigma_2}$ ở đầu vào và đầu ra như nhau (hình 298b, c).

Độ choán vùng tuyến tính đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại theo trục u_1 (hình 298a) có thể xác định từ biểu thức:

$$u_{1L} = \frac{u_{2m}}{k} = \frac{100}{10^5} = 10^{-3} \text{ V}$$

Do đó, đại lượng tương đối của nó

$$z_1 = \frac{u_{1L}}{\sigma_1} = \frac{10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 2$$

Xác suất $P(u_2 > 100 \text{ V})$ xuất hiện tín hiệu $u_2 > 100 \text{ V}$ ở đầu ra bộ khuếch đại bằng 0 bởi vì lớn hơn 100V bộ khuếch đại không có thể thực hiện được theo đặc tính tĩnh.

Chính xác suất $P(u_2 = 100 \text{ V})$ xuất hiện tín hiệu $u_2 = 100 \text{ V}$, rõ ràng bằng xác suất $P(u_1 \geq u_{1L} = 10^{-3} \text{ V})$. Vì vậy có thể viết:

$$\begin{aligned} P(u_2 = 100 \text{ V}) &= P(u_1 \geq u_{1L}) = \\ &= P(z_1 \geq z_{1L}) = 0,5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z_{1L}} e^{-\frac{z_1^2}{2}} dz_1 \end{aligned}$$

Ở $z_{1L} = 2$ theo phụ lục 31 tích phân ta viết bằng 0,477. Vì vậy $P(u_2 = 100 \text{ V}) = 0,5 - 0,477 = 0,023$.

Do đó, trong các giới hạn tuyến tính của bộ khuếch đại hàm $\omega(u_2)$ có phân bố tiêu chuẩn như $\omega(u_1)$. Ở các đầu khoảng tuyến tính $\omega(u_2 = 100 \text{ V})$ có dạng Delta - hàm số có diện tích bằng 0,023 (hình 298b và c).

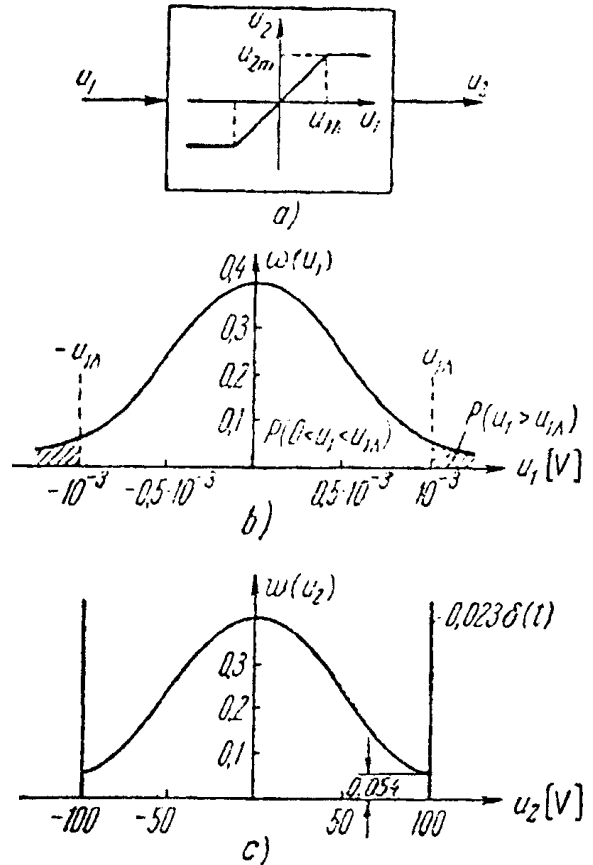
429. Đối với bộ khuếch đại của bài toán trước ta tìm hàm số $\omega(u_2)$ phân bố điện áp đầu ra, nếu ở đầu vào của nó có điện áp u_1 , có giá trị tuyến tính được phân bố theo quy luật tiêu chuẩn:

$$\omega(u_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(u_1 - \bar{u}_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (1)$$

ở $\bar{u}_1 = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ V}$, $\sigma_1 = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}$.

Bài giải. Cũng như ở trường hợp trước, ở vùng tuyến tính của đặc tính tĩnh được giới hạn bởi vùng $-u_{1L} < u_1 < u_{1L}$, các quy luật phân bố định mức $\omega(z_1)$ và $\omega(z_2)$ như nhau. Khi đó các giá trị tương đối z_1 và z_2 thuận tiện biểu diễn ở dạng:

$$z_1 = \frac{u_1 - \bar{u}_1}{\sigma_1} \quad (2)$$

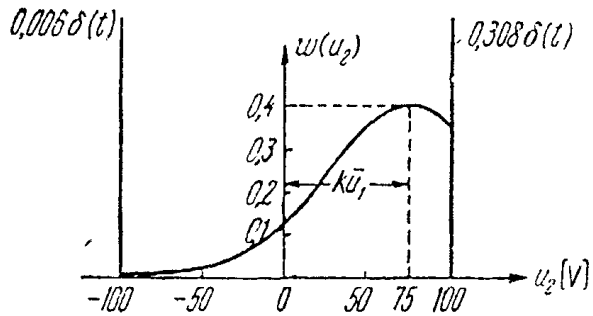


Hình 298. Biến đổi hàm phân bố tín hiệu ngẫu nhiên bởi khâu tuyến tính có độ bão hoà ở $\bar{u} = 0$.

$$z_2 = \frac{u_2 - \bar{u}_2}{\sigma_2} = \frac{u_2 - \bar{u}_2}{k\sigma_1} \quad (3)$$

Các xác suất xuất hiện các tín hiệu $|u_2| > 100$ V bằng 0. Các xác suất của chính các tín hiệu $u_2 = \pm 100$ V có thể xác định theo các công thức:

$$\begin{aligned} P(u_2 = 100\text{V}) &= P(u_1 > u_{1L}) \\ &= P(z_1 > z'_{1L}) \\ &= 0,5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{z'_{1L}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (4) \end{aligned}$$



Hình 299. Hàm phân bố tín hiệu ở đầu ra khâu tuyến tính có bão hoà ở $\bar{u} \neq 0$.

$$P(u_2 = -100\text{ V}) = P(u_1 < u_{1L}) = P(z_1 - z''_{1L}) = 0,5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z''_{1L}}^0 e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (5)$$

Nếu thế vào (2) các giá trị \bar{u}_1 , u_{1L} và $-u_{1L}$, ta tìm được:

$$\begin{aligned} z'_{1L} &= \frac{u_{1L} - \bar{u}_1}{\sigma_1} = \frac{1 \cdot 10^{-3} - 0,75 \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \\ z''_{1L} &= \frac{-u_{1L} - \bar{u}_1}{\sigma_1} = \frac{(-1 - 0,75) \cdot 10^{-3}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = -2,5 \end{aligned}$$

Nếu sử dụng phụ lục 31 đối với các môđun $|z'_{1L}|$ và $|z''_{1L}|$, ta thu được các giá trị xác suất sau:

$$P(u_2 = 100\text{ V}) = 0,5 - 0,192 = 0,308$$

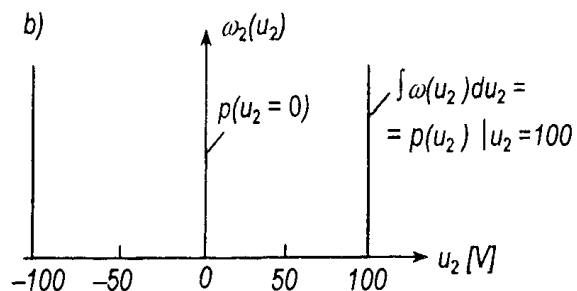
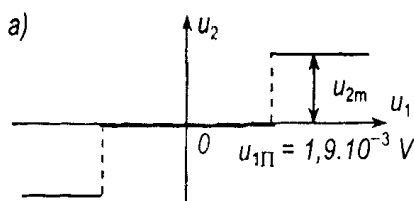
$$P(u_2 = -100\text{ V}) = 0,5 - 0,494 = 0,006$$

Do đó, ở các đầu đoạn tuyến tính của hàm $\omega(u_2)$ có dạng hàm delta có các diện tích tương ứng bằng 0,308 và 0,006 (hình 299).

430. Hãy tìm hàm phân bố $\omega(u_2)$ của điện áp đầu ra u_2 của bộ khuếch đại không quán tính có đặc tính tĩnh được biểu diễn trên hình 300a nếu ở đầu vào của nó có điện áp u_1 , mà các đại lượng ngẫu nhiên của nó được phân bố cũng như ở bài 429. Hãy giải bài này đối với hai trường hợp:

1) $\bar{u}_1 = 0$ V, $\sigma_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ V.

2) $\bar{u}_1 = 1,8 \cdot 10^{-3}$ V, $\sigma_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ V.



Hình 300. Hàm số phân bố (b) của tín hiệu đầu ra phần tử có đặc tính rơle lý tưởng (a).

Hoạt động của bộ khuếch đại role xảy ra ở điện áp $u_{1L} = 1,9 \cdot 10^{-3}$ V. Điện áp đầu ra $u_{2m} = 100$ V.

Đáp số: Ở trường hợp này và khác hàm số $\omega(u_2)$ là hàm số delta ở các giá trị $u_2 = 0$ và $u_2 = \pm 100$ V (hình 300b). Các diện tích của các hàm số delta bằng các xác suất xuất hiện tín hiệu đầu ra tương ứng u_2 có các đại lượng các giá trị sau:

$$1) \quad p(u_2) = \begin{cases} 0,658 & \text{ở } u_2 = 0 \\ 0,171 & \text{ở } u_2 = \pm 100V \\ 0 & \text{ở các } u_2 \text{ khác} \end{cases}$$

$$2) \quad p(u_2) = \begin{cases} 0,5019 & \text{ở } u_2 = 0 \\ 0,498 & \text{ở } u_2 = +100V \\ 0,0001 & \text{ở } u_2 = -100V \\ 0 & \text{ở các } u_2 \text{ khác} \end{cases}$$

431. Hãy tìm kỳ vọng toán học $m_y(t)$ và hàm đối xạ $R_y(t_1, t_2)$ của đại lượng đầu ra $y(t)$ của hệ phi tuyến mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 301.

Các phương trình mô tả động lực hoạt động của hệ có dạng:

$$\left. \begin{aligned} (Tp + 1)y &= F(x) \\ x &= g - y \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ở đây phụ thuộc phi tuyến $F(x)$ được biểu diễn bởi hàm:

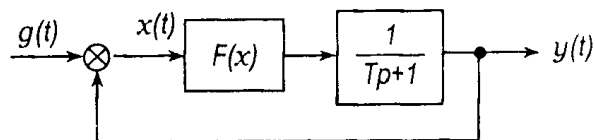
$$F(x) = k_1x + k_2x^3 \quad (2)$$

Tín hiệu đầu ra $g(t)$ là quá trình tĩnh ngẫu nhiên có kỳ vọng toán học không ($m_g = 0$) và hàm số đối ánh:

$$R_g(t_1, t_2) = \sigma_g^2 e^{-\alpha(t_2 - t_1)} \quad (3)$$

Không có các thời điểm có bậc cao hơn ở đầu vào. Các hằng số trong phương trình (1) - (3) có các giá trị sau: $T = 0,125$ s, $k_1 = 8$, $k_2 = 0,4\sigma_g = 6$, $\alpha = 10$ s⁻¹.

Bài giải. Bởi vì phụ thuộc phi tuyến (2) liên tục và vi phân, nên để xác định các thời điểm của các đại lượng đầu ra $y(t)$ có thể sử dụng phân tích của nó theo các thời điểm của đại lượng đầu vào $g(t)$. Vì vậy nghiệm đối với $y(t)$ sẽ tìm ở dạng chuỗi hàm lũy thừa:



$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(t) g^n(t) \quad (4) \quad \text{Hình 301. Sơ đồ cấu tạo của hệ phi tuyến.}$$

Nếu thế biểu thức (4) vào (1) và (2) và cho các số hạng có cùng lũy thừa bằng nhau, ta thu được các phương trình vi phân tuyến tính để tìm tuần tự các hàm số cần thiết φ_{2l+1} ($l = 0, 1, 2, \dots$)

$$(Tp + 1)\varphi_{2l+1} = c_{2l+1} \quad (l = 0, 1, 2, \dots) \quad (5)$$

Các giá trị các số hạng c_{2l+1} có trong các phương trình này đối với $l = 0$ và $l = 1$ có dạng: $c_1 = k_1$,

$$c_3 = k_2(1 + 3\varphi_1 - 3\varphi_1^2 - \varphi_1^3) \quad (6)$$

Ở dạng phi tuyến đã cho $F(g, y)$ và các thời điểm phân bố tín hiệu ngẫu nhiên đầu vào $g(t)$ tất cả các hàm φ_{2l+1} ($l = 1, 2, \dots$) có các số chặn bằng 0.

Nếu ở kết quả ta xác định các nghiệm của hệ phương trình (5) của hàm $\varphi_{2l+1}(t)$, thì có thể tìm được các thời điểm phân bố của tín hiệu đầu ra $y(t)$ qua các thời điểm của tín hiệu đầu vào $g(t)$. Vì vậy cần thiết sử dụng phân $y(t)$ thành chuỗi (4) theo các số mũ $g(t)$.

Ở trường hợp, các thời điểm bậc thứ nhất và thứ hai được xác định theo các biểu thức:

$$m_y = \sum_{l=0}^{\infty} \varphi_{2l+1}(t) m_{g^{2l+1}}(t) \quad (7)$$

$$R_y(t_1, t_2) = \sum_{n,l=0}^{\infty} \varphi_{2l+1}(t_1) \varphi_{2n+1}(t_2) M[g^{2l+1}(t_1), g^{2n+1}(t_2)] \quad (8)$$

Ở đây $M[g^{2l+1}(t_1), g^{2n+1}(t_2)]$ - thời điểm phân bố đại lượng đầu vào hỗn hợp tương ứng.

Bởi vì theo điều kiện bài toán ta chỉ cho hàm đối ánh tín hiệu đầu vào (thời điểm bậc thứ hai):

$$R_g(t_1, t_2) = M[g(t_1), g(t_2)]$$

nên để giải bài toán chỉ đủ xác định hàm số $\varphi_1(t)$. Vì vậy theo (5) và (6) cần thiết giải phương trình:

$$(Tp + 1)\varphi_1 = k_1$$

Nghiệm của nó cho:

$$\varphi_1(t) = k_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

Có tính đến tín hiệu đầu vào ta có:

$$m_y = \varphi_1(t) m_g(t)$$

$$R_y(t_1, t_2) = \varphi_1(t_1) \varphi_1(t_2) R_g(t_1, t_2)$$

$$= k_1^2 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}} \right) \left(1 - e^{-\frac{t_2}{T}} \right) \sigma_g^2 e^{-\alpha(t_2 - t_1)}$$

$$= k_1^2 \sigma_g^2 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}} - e^{-\frac{t_2}{T}} + e^{-\frac{(t_2 - t_1)}{T}} \right) e^{-\alpha(t_2 - t_1)}$$

Ta ký hiệu $\tau = t_2 - t_1$. Khi đó:

$$R_y(t_1, t_2) = R_y(t_1, \tau) = k_1^2 \sigma_g^2 \left(1 - e^{-\frac{t_1}{T}} \right) \left(1 - e^{-\frac{\tau + t_1}{T}} \right) e^{-\alpha\tau}$$

Nếu thế các giá trị của tất cả các đại lượng đầu vào, cuối cùng ta có:

$$m_y = 0,$$

$$R_y(t_1, \tau) = 2304 (1 - e^{-8t_1})(1 - e^{-8(\tau+t_1)})e^{-10\tau}$$

Do đó, hàm đối ánh của tín hiệu đầu ra $y(t)$ phụ thuộc không chỉ vào khoảng thời gian τ , mà cả gốc tính t_1 theo trục thời gian.

16.2. TÍNH TOÁN CÁC HỆ PHI TUYẾN NHỜ TUYẾN TÍNH HOÁ TĨNH

432. Bằng phương pháp tuyến tính hoá tĩnh hãy tìm kỳ vọng toán học, tán xạ và hàm đối ánh ở đầu ra của bộ khuếch đại phi tuyến không quán tính, nếu ở đầu vào của nó có tín hiệu ngẫu nhiên $u_1(t)$, có các đại lượng tính tĩnh:

$$m_{u_1}(t) = m_{u_1},$$

$$R_{u_1}(t_1, t_2) = \sigma_{u_1}^2 e^{-\alpha\tau}$$

$$(\tau = t_2 - t_1)$$

Đặc tính tĩnh của bộ khuếch đại được biểu diễn trên hình 302. Các đại lượng cần thiết cho tính toán có các giá trị số sau: $m_{u_1} = 1,6 \cdot 10^{-3}$ V, $\sigma_{u_1} = 2 \cdot 10^{-3}$ V, $|u_{1D}| = 1 \cdot 10^{-3}$ V, $u_{2m} = 100$ V, $\alpha = 2 \text{ s}^{-1}$.

Bài giải. Theo phương pháp tuyến tính hoá tĩnh đối với khâu phi tuyến không quán tính các đặc tính tĩnh của điện áp đầu ra được xác định nhờ các công thức sau:

$$m_{u_2} = k_0(m_{u_1}, \sigma_{u_1})m_{u_1}$$

$$\sigma_{u_2} = k_1(m_{u_1}, \sigma_{u_1})\sigma_{u_1}$$

$$R_{u_2}(t_1, t_2) = k_1'(m_{u_1}, \sigma_{u_1})R_{u_1}(t_1, t_2)$$

$$R_{u_1, u_2}(t_1, t_2) = k_1''(m_{u_1}, \sigma_{u_1})\sigma_{u_1}^2$$
(1)

ở đây k_0, k_1', k_1'' - các hệ số của tuyến tính hoá tĩnh:

$$k_1 = \frac{1}{2}(k_1' + k_1'') \quad (2)$$

Vì vậy sử dụng các hệ số tuyến tính hoá tĩnh được đưa ra ở phụ lục 30, ta ký hiệu:

$$u_{1L} = b \quad u_{2m} = c$$

Tương ứng với các giá trị số đã cho:

$$m_1 = \frac{m_{u_1}}{u_{1L}} = 1,6 \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_{u_1}}{u_{1L}} = 2$$

$$\frac{c}{m_{u_1}} = \frac{100}{1,6 \cdot 10^{-3}} = 6,25 \cdot 10^4 \quad \frac{c}{\sigma_{u_1}} = \frac{100}{2 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^4$$

Nếu thế các giá trị này vào các công thức (P.33) ÷ (P.35) của phụ lục 30, ta có:

$$k_0 \approx 6,25 \cdot 10^4 \cdot 0,6 = 3,65 \cdot 10^4$$

$$k_1 = 3,7 \cdot 10^4$$

$$k_1' = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,72 = 3,6 \cdot 10^4$$

$$k_1'' = 5 \cdot 10^4 \cdot 0,76 = 3,8 \cdot 10^4$$

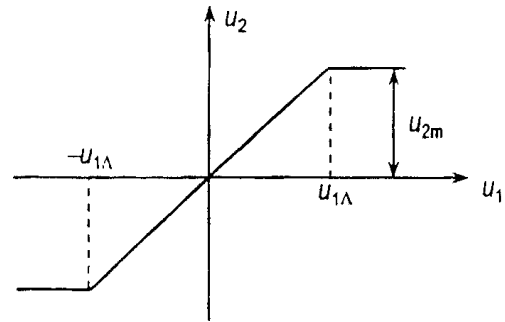
Có tính đến các giá trị này

$$m_{u_2} = 58,4 \text{ V}$$

$$\sigma_{u_2} = 74 \text{ V}$$

$$R_{u_2}(t_1, t_2) = 5328e^{-2\tau} \text{ V}^2$$

$$R_{u_1, u_2}(t_1, t_2) = 0,152 \text{ V}^2$$



Hình 302. Đặc tính tĩnh của khâu tuyến tính có bão hoà.

433. Ở đầu vào role điện tử không quán tính với ba vị trí có điện áp:

$$u_1 = u_{10} + u_{1ng}$$

ở đây $u_{10} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ V}$ - thành phần không đổi, u_{1ng} - thành phần ngẫu nhiên tĩnh với mật độ phổ

$$S_{u_1}(\omega) = \frac{2\alpha D_{u_1}}{\alpha^2 + \omega^2}$$

$$D_{u_1} = \sigma_{u_1}^2 = 25 \cdot 10^{-6} \text{ V}^2 \quad \alpha = 2 \text{ s}^{-1}$$

Điện áp làm việc và thả của role điện tử $u_{1cp} = \pm 2 \cdot 10^{-3} \text{ V}$. Điện áp đầu ra của role $u_2 = \pm 10 \text{ V}$.

Nếu sử dụng phương pháp tuyến tính hóa tĩnh hãy tìm thành phần không đổi của điện áp u_{20} , hàm số tự tương quan $R_{u_2}(t_1, t_2)$, hàm đối ánh tương hỗ $R_{u_1, u_2}(t_1, t_2)$ và hàm số tự tương quan tương hỗ $R_{u_1, u_2}(t_1, t_2)$.

Đáp số:

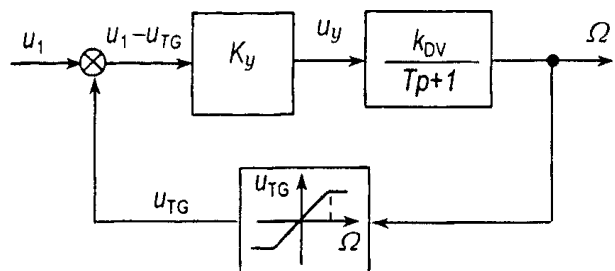
$$u_{20} = 5,4 \text{ V}$$

$$R_{u_2}(t_1, t_2) = 47,7e^{-2\tau} \text{ V}^2$$

$$R_{u_1, u_2}(t_1, t_2) = 2,87 \cdot 10^{-2} \text{ V}^2$$

434. Hãy tìm kỳ vọng toán học m_Ω và phương sai σ_Ω^2 tốc độ quay trục động cơ của hệ bao gồm bộ khuếch đại tuyến tính không quán tính, động cơ và máy phát đo tốc độ có đặc tính tuyến tính giới hạn. Sơ đồ cấu trúc của hệ được biểu diễn trên hình 303. Ở đầu vào hệ có điện áp $u_1(t)$ là tổng điện áp không đổi u_{10} và quá trình ngẫu nhiên tĩnh với kỳ vọng toán học không ($m_{u_1} = 0$) và hàm số đối ánh:

$$R_{u_1}(\tau) = \sigma_{u_1}^2 e^{-\alpha\tau} \quad (\alpha = 12,5 \text{ s}^{-1})$$



Hình 303. Sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi có liên hệ ngược phi tuyến.

Hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại theo điện áp $k_y = 600$.

Ở điện áp $u_1 = 30$ V, trục động cơ quay với tốc độ $n = 3000$ vg/ph, còn máy phát đo tốc độ tạo ra điện áp $u_{TG} = 0,1$ V. Hằng số thời gian cơ điện của động cơ $T = 0,04$ s. Đặc tính tĩnh của bộ máy phát đo tốc độ có dạng được biểu diễn trên hình 302. Vùng tuyến tính của đặc trưng giới hạn tốc độ quay của trục động cơ 3000 vg/ph.

Bài toán giải đối với ba giá trị phương sai của điện áp đầu vào: $\sigma_{u_1}^2 = 6,25 \cdot 10^{-4}$ V², $25 \cdot 10^{-4}$ V², $100 \cdot 10^{-4}$ V² ở $u_{10} = 5 \cdot 10^{-2}$ V.

Bài giải. Hàm truyền phân tuyến tính của hệ:

$$W(p) = \frac{k_y k_{DB}}{T_{p+1}} = \frac{k}{T_{p+1}} = \frac{k}{C(p)} \quad (1)$$

ở đây $C(p) = T_{p+1}$.

Hệ số truyền của động cơ tương ứng với các điều kiện đã cho của bài toán có giá trị

$$k_{dc} = \frac{n_m \cdot 2\pi}{u_{ym} \cdot 60} = \frac{3000 \cdot 6,28}{30 \cdot 60} = 10,5 \text{ (V.s)}^{-1}$$

Do đó, $k = 6 \cdot 10^2 \cdot 10,5 = 6,3 \cdot 10^3 \text{ (V.s)}^{-1}$.

Khi đo tốc độ quay Ω của trục động cơ theo rad/s vùng tuyến tính của đặc tính tĩnh của máy phát đo tốc độ bằng:

$$b = \Omega_L = \frac{n_L \cdot 2\pi}{60} = 314 \text{ s}^{-1}$$

Khi đó máy phát đo tốc độ tạo ra điện áp $u_{TGm} = 0,1$ V.

Có thể giả thiết rằng ở dạng đã cho của hàm truyền và độ phi tuyến của tự dao động trong hệ không có. Vì vậy để giải bài toán đưa ra có thể sử dụng phương pháp tính toán các hệ tĩnh không dao động có một sự phi tuyến với sự sử dụng tuyến tính hoá tĩnh.

Theo phụ lục 30 đối với độ phi tuyến tĩnh đã cho các hệ số tuyến tính hoá tĩnh được tính nhờ các công thức sau:

$$k_0 = \frac{u_{TGm}}{m_\Omega} \left\{ (1+m_1) \Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - (1-m_1) \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) + \frac{\sigma_1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right] \right\} \quad (2)$$

$$k_1 = \frac{u_{TG}}{\sigma_\Omega} \left\{ 1 - \frac{k_0^2 m_\Omega^2}{u_{TGm}^2} + (m_1^2 + \sigma_1^2 - 1) \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) \right] - \frac{\sigma_1(1-m_1)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - \frac{\sigma_1(1+m_1)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right\}^{1/2} \quad (3)$$

$$K_1'' = \frac{u_{TGm}}{\sigma_\Omega} \sigma_1 \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) \right] \quad (4)$$

ở đây $m_1 = \frac{m_\Omega}{b}$, $\sigma_1 = \frac{\sigma_\Omega}{b}$.

Để tính toán ta lấy:

$$k_1(m_\Omega, \sigma_\Omega) = \frac{1}{2}(k_1' + k_1'')$$

Để tính toán các hệ số truyền tĩnh này cần biết m_Ω và σ_Ω ở đầu ra của động cơ, chúng không được biết. Vì vậy còn cần sử dụng các công thức để tính toán các đại lượng này.

Có thể sử dụng cho sơ đồ đang nghiên cứu:

$$m_\Omega = \frac{k(m_{u_1} + u_{10})}{C(0) + kk_0(m_\Omega, \sigma_\Omega)} \quad (5)$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left| \frac{k}{C(j\omega) + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)} \right|^2 S_{u_1}(\omega) d\omega \quad (6)$$

ở đây:

$$C(0) = C(p)_{p=0}$$

$$C(j\omega) = C(p)_{p=j\omega}$$

Nếu thế các giá trị $m_{u_1}, u_{1ng}, C(p)$ ta tìm được:

$$m_\Omega = \frac{ku_{10}}{1 + kk_0(m_\Omega, \sigma_\Omega)}, \quad (7)$$

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{k^2}{T^2 \omega^2 + [1 + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)]^2} \cdot \frac{\sigma_{u_1}^2 \alpha}{\alpha^2 + \omega^2} d\omega \quad (8)$$

Khi xác định σ_Ω^2 ở đây cần cho rằng hàm số đối ánh đã cho của tín hiệu đầu vào $R_{u_1}(\tau)$ tương ứng mật độ phổ:

$$S_{u_1}(\omega) = \frac{2\alpha\sigma_{u_1}^2}{\alpha^2 + \omega^2}$$

Nếu sử dụng phụ lục 17, ta tìm giá trị tích phân (8):

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{k^2 \sigma_{u_1}^2}{[1 + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega)] [1 + kk_1(m_\Omega, \sigma_\Omega) + \alpha T]} \quad (9)$$

Do đó, để tìm các giá trị σ_Ω và m_Ω , cần thiết giải hệ các phương trình (7), (8), cũng sử dụng các phương trình (2) ÷ (4).

Ta thế vào các phương trình (7) và (9) các giá trị số của các đại lượng đã cho:

$$m_{\Omega} = \frac{315}{1 + 6,3 \cdot 10^{-3} k_0(m_{\Omega}, \sigma_{\Omega})} \quad (10)$$

$$\sigma_{\Omega}^2 = \frac{40 \cdot 10^6 \cdot \sigma_{u_1}^2}{\left[1 + 6,3 \cdot 10^3 k_1(m_{\Omega}, \sigma_{\Omega})\right] \left[1 + 6,3 \cdot 10^3 k_1(m_{\Omega}, \sigma_{\Omega}) + 0,5\right]} \quad (11)$$

Giải bài toán đối với tất cả σ_m đã cho sẽ sử dụng bằng phương pháp gần đúng tuần tự:

1) $\sigma_{u_1} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ V}$

Gần đúng thứ nhất là các giá trị các hệ số k_0 và k_1 bằng hệ số truyền của máy phát do tốc độ ở vùng tuyến tính:

$$k_0^{(1)} = k_1^{(1)} = \frac{u_{TGm}}{b} = \frac{0,1}{314} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}$$

Nếu thế các giá trị này, cũng như σ_{u_1} vào (10) và (11) ta thu được gần đúng đầu:

$$m_{\Omega}^{(1)} = 105 \text{ s}^{-1} \quad \sigma_{\Omega}^{(1)} = 48,9 \text{ s}^{-1}$$

Bây giờ ta tính các giá trị m_1 và σ_1 đối với các gần đúng sau:

$$m_1 = \frac{m_{\Omega}}{b} = \frac{105}{315} = 0,333$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{\Omega}}{b} = \frac{48,9}{315} = 0,156$$

Nếu sử dụng các công thức (2) - (4), ta tìm gần đúng thứ hai:

$$k_0^{(2)} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}$$

$$k^{(2)} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}$$

Do đó, gần đúng thứ hai trùng với gần đúng thứ nhất. Do đó, khi:

$$\sigma_{u_1} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ V} \quad \text{và} \quad u_{10} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

$$m_{\Omega} = 105 \text{ s}^{-1} \quad \sigma_{\Omega} = 48,9 \text{ s}^{-1}$$

hay:

$$m_n = 1000 \text{ V/ph} \quad \sigma_n = 566 \text{ V/ph}$$

2) $\sigma_{u_1} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ V}, \quad u_{10} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ V}$

Gần đúng thứ nhất là các giá trị trước:

$$k_0^{(1)} = k_1^{(1)} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}$$

Ở kết quả tính toán theo các công thức (10) và (11) ta có:

$$m_{\Omega}^{(1)} = 105 \text{ s}^{-1} \quad \sigma_{\Omega}^{(1)} = 97,8 \text{ s}^{-1}$$

Điều đó tương ứng:

$$m_1^{(1)} = 0,333, \quad \sigma_1^{(1)} = 0,312$$

Tính toán theo các công thức (2) - (4) cho:

$$\begin{aligned} k_0^{(2)} &= 3,15 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}, & k_1^{(2)} &= 0,94 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \\ k_1^{(3)} &= 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} & k_1^{(2)} &= 2,04 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \end{aligned}$$

Tiếp theo ở kết quả tính toán ta có:

$$m_\Omega^{(2)} = 106 \text{ s}^{-1} \quad \sigma_\Omega^{(2)} = 125,4 \text{ s}^{-1}$$

Tính toán theo phương pháp tương tự cho các giá trị gần đúng thứ ba:

$$\begin{aligned} k_0^{(3)} &= 3,12 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} & k_1^{(3)} &= 1,17 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \\ k_1^{(3)} &= 3,05 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} & k_1^{(3)} &= 2,11 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \\ m_\Omega^{(3)} &= 106 \text{ s}^{-1} & \sigma_\Omega^{(3)} &= 124,8 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Kết quả này có thể coi là cuối cùng, bởi vì nó lệch ít với gần đúng thứ hai.

$$3) \quad \sigma_{u_1} = 0,1 \text{ V} \quad u_{10} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

Gần đúng thứ nhất:

$$\begin{aligned} k_0^{(1)} = k_1^{(1)} &= 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}, & m_\Omega^{(1)} &= 105 \text{ s}^{-1}, & \sigma_\Omega^{(1)} &= 195 \text{ s}^{-1} \\ m_1^{(1)} &= 0,333, & \sigma_1^{(1)} &= 0,62 \end{aligned}$$

Gần đúng thứ hai:

$$\begin{aligned} k_0^{(2)} &= 2,56 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} & k_1^{(2)} &= 1,96 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \\ m_\Omega^{(2)} &= 123 \text{ s}^{-1} \\ \sigma_\Omega^{(2)} &= 234 \text{ s}^{-1}, & m_1^{(2)} &= 0,39, & \sigma_1^{(2)} &= 0,744 \end{aligned}$$

Gần đúng thứ ba:

$$\begin{aligned} k_0^{(3)} &= 2,54 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} & k_1^{(3)} &= 1,97 \cdot 10^{-4} \text{ V.s} \\ m_\Omega^{(3)} &= 123,4 \text{ s}^{-1} & \sigma_\Omega^{(3)} &= 233,9 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Các gần đúng này có thể coi là cuối cùng, bởi vì nó thực tế không lệch với giá trị thứ hai.

435. Hãy tìm phương sai σ_θ^2 của góc quay khung 1 xung quanh trục y của trục kế con quay đơn giản nhất có hiệu chỉnh con lắc (hình 304), nếu con lắc 2 quay xung quanh chính trục này một góc:

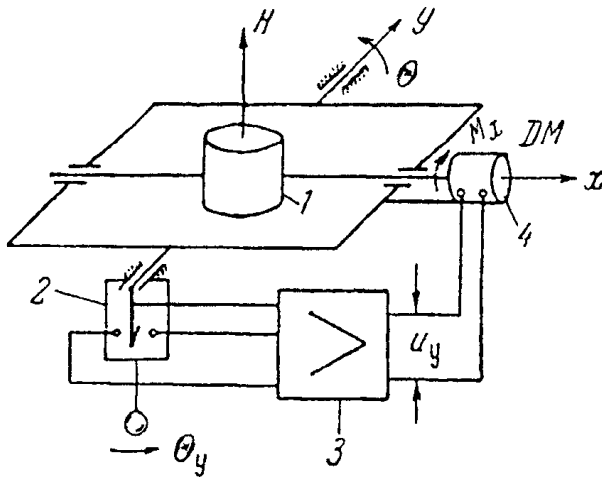
$$\theta_y = m_{\theta_y} + \theta_{tr}$$

ở đây $m_{\theta_y} = \text{const}$ - kỳ vọng toán học, θ_{tr} - thành phần trung tâm ngẫu nhiên có hàm đối ánh:

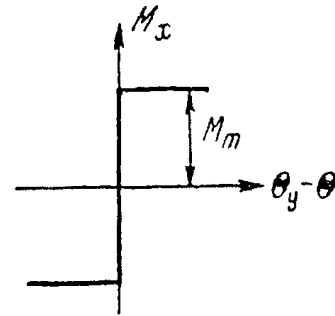
$$R_{\theta_y}(\tau) = \sigma_{\theta_y}^2 e^{-\alpha(\tau)}$$

Bộ hiệu chỉnh con lắc với bộ khuếch đại 3 và đầu đo mômen 4 có đặc tính tĩnh phi tuyến được biểu diễn trên hình 305. Mômen cực đại của hiệu chỉnh $M_m = 17,5 \text{ G.cm}$. Mômen động học của ảm nghiệm kế $H = 20000 \text{ G.cm.s}$.

Hãy giải bài toán đối với các giá trị sau của phương sai $\sigma_{\theta_y} = 10, 20, 30$ và 40 góc phút, $m_{\theta_y} = 0, \alpha = 0,8 \text{ s}^{-1}$.



Hình 304. Trục kế con quay có hiệu chỉnh con lắc.



Hình 305. Đặc tính tĩnh của bộ hiệu chỉnh con lắc.

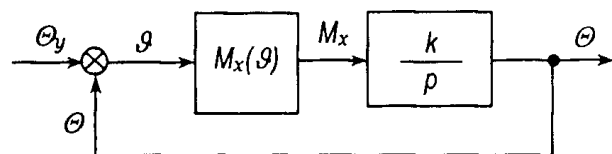
Chỉ dẫn. Bởi vì sơ đồ cấu trúc của hệ có dạng được biểu diễn trên hình 306, đầu tiên cần tìm kỳ vọng toán học và phương sai sai số θ ở đầu vào phần phi tuyến. Vì vậy ta sử dụng các công thức:

$$m_{\theta} = \frac{C(0)[m_{\theta_y}]}{C(0) + k k_0(m_{\theta}, \sigma_{\theta})} \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left| \frac{C(j\omega)}{C(j\omega) + k k_1(m_{\theta}, \sigma_{\theta})} \right|^2 S_{\theta_y}(\omega) d\omega \quad (2)$$

ở đây $C(0) = C(p)_{p=0}$ - đa thức mẫu số hàm truyền phân tuyến tính (trong trường hợp nghiên cứu $C(p) = p$), $C(j\omega) = C(p)_{p=j\omega}$, $S_{\theta_y}(\omega)$ - mật độ phổ tương ứng hàm số đối ánh đã cho $R_{\theta_y}(\tau)$, k_0 và k_1 - các hệ

số tuyến tính hoá tĩnh của độ phi tuyến (xem hình 305), chúng được xác định bằng phương pháp gần đúng tuần tự khi giải các phương trình (1) và (2) trùng với các công thức của phụ lục 30.



Hình 306. Sơ đồ cấu tạo trục kế con quay với hiệu chỉnh con lắc phi tuyến.

Sau khi tìm được k_0 và k_1 kỳ vọng toán học m_θ và phương sai σ_θ^2 được xác định theo các công thức:

$$m_\theta = \frac{kk_0 m_{\theta_y}}{c(0) + kk_0}$$

$$\sigma_\theta^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left| \frac{kk_1}{C(j\omega) + k_1k} \right|^2 S_{\theta_y}(\omega) d\omega$$

Đáp số:

$\sigma_{\theta_y}^2$ (góc.ph) ²	100	400	900	1600
σ_θ^2 (góc.ph) ²	94	304	567	849

PHẦN III

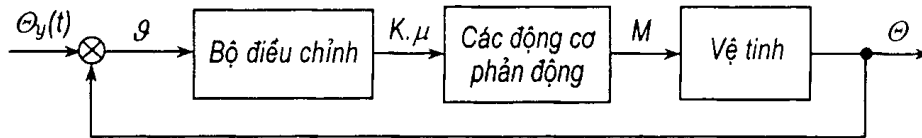
CÁC HỆ TỐI ƯU, SỐ, TỰ HIỆU CHỈNH VÀ MÔ HÌNH HOÁ

Chương 17

TỔNG HỢP CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỐI ƯU

17.1. TỔNG HỢP CÁC HỆ TỐI ƯU VỚI SỰ SỬ DỤNG NGUYÊN LÝ CỰC ĐẠI

436. Hãy thực hiện tổng hợp các bộ điều chỉnh đảm bảo điều khiển tối ưu chuyển động vệ tinh xung quanh tâm khối theo (tác dụng nhanh) một trong số các trục. Sơ đồ hàm của hệ điều khiển được thể hiện trên hình 307.



Hình 307. Sơ đồ hàm của hệ điều khiển vị trí góc của vệ tinh.

Mômen quán tính của vệ tinh $J = 200 \text{ kG.m.s}^2$. Các cơ cấu thừa hành của hệ điều khiển là các động cơ phản lực khí có sức kéo được điều chỉnh tạo ra mômen cực đại $M_m = 4 \text{ kG.m}$. Khi điều chỉnh tối ưu hãy tìm thời gian cần thiết để đưa vệ tinh về trạng thái không xác định nếu ở thời điểm ban đầu độ lệch của nó là $1^{\circ}46'$, còn vận tốc góc $28,65 \text{ độ/s}$. Không có nhiễu. Hãy giải bài toán, nếu sử dụng nguyên lý cực đại L. C. Pontriagin.

Bài giải. Các phương trình chuyển động của vệ tinh khi tồn tại nhiễu có dạng

$$\left. \begin{aligned} J \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} &= M \\ M &= M(\vartheta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Theo điều kiện bài toán mômen M cần biểu diễn sao cho vệ tinh chuyển từ vị trí lệch này tới vị trí có xu hướng tiêu chuẩn sau thời gian tối thiểu.

Bởi vì sức kéo của các động cơ phản lực thừa hành có giới hạn, thì mômen điều khiển M được giới hạn:

$$M \leq M_{\max} = M_m$$

Để giải bài toán ta lập phương trình (1). Vì vậy, ta ký hiệu $x_1 = \vartheta$, $x_2 = \frac{d\vartheta}{dt} = \vartheta'$, $k = \frac{M_m}{J}$. Khi đó phương trình (1) được viết ở dạng:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2 \quad \frac{dx_2}{dt} = k\mu \quad (2)$$

ở đây μ - hàm điều khiển tiêu chuẩn, mà môđun của nó $|\mu| \leq 1$. Ta biểu diễn hàm:

$$H = \sum_{i=1}^2 \psi_i f_i(x_1, x_2, \mu) \quad (3)$$

Đối với hệ (2)

$$H = \psi_1 x_2 + \psi_2 k\mu \quad (4)$$

Cực trị của hàm này có kể đến giới hạn (2) cho tín hiệu điều khiển μ và đảm bảo tính tối ưu của hệ theo tác dụng nhanh. Rõ ràng rằng ở các giới đã đưa ra tồn tại cực đại H nếu tín hiệu điều khiển μ theo quy luật được biểu diễn:

$$\mu = \text{sign} \psi_2 \quad (5)$$

Do đó, điều khiển tối ưu theo tác dụng nhanh sẽ tồn tại trong trường hợp, nếu bộ điều chỉnh chuyển mạch, thiết bị thừa hành theo quy luật role tương ứng với dấu của hàm bổ sung ψ_2 . Để tìm ψ_2 , ta viết:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_1}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x_1} = 0 \\ \frac{d\psi_2}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -\psi_1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Nếu tích phân các phương trình này, ta có:

$$\psi_1 = c_1, \quad \psi_2 = c_2 + c_1 t$$

ở đây, c_1, c_2 - các hằng số tích phân.

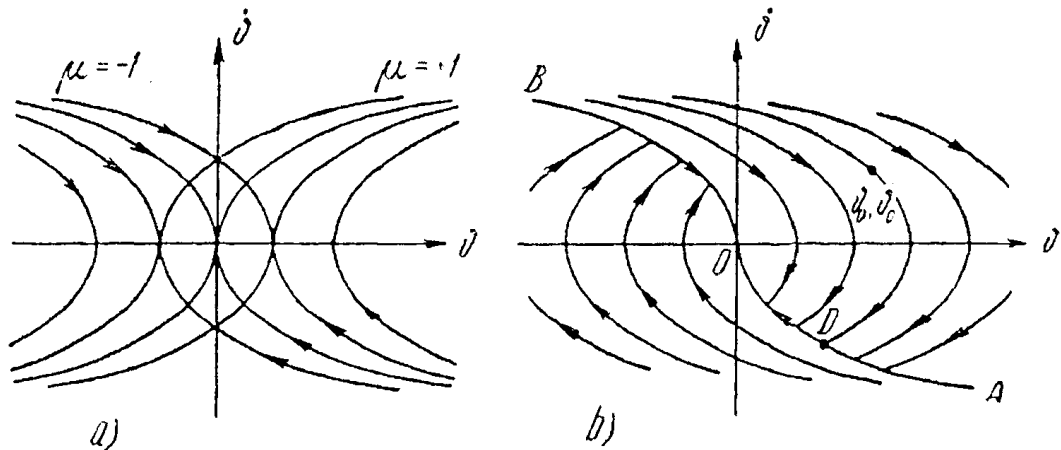
Để thấy rõ chuyển mạch như thế nào ta biểu diễn quá trình chuyển động trên mặt phẳng pha.

Từ phương trình (2) ta loại dt. Khi đó đối với $\mu = \pm 1$ ta có:

$$\left. \begin{aligned} x_2 dx_2 &= \pm k dx_1 \\ \frac{x_2^2}{2} &= \pm k x_1 + c \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Các phương trình (7) tương ứng các parabol đối xứng đối với trục x_1 (hình 308a). Vệ tinh chuyển động và sẽ dừng lại ở vị trí ban đầu, nếu điểm biểu diễn trên mặt phẳng pha rơi vào gốc các tọa độ $\left(x_1 = \vartheta \equiv 0, x_2 = \frac{d\vartheta}{dt} \equiv 0 \right)$. Vì vậy ở độ lệch ban đầu bất kỳ $\vartheta_0, \vartheta_0'$ điểm biểu diễn ban đầu cần chuyển tới điểm D (hình 308b), sau đó đã theo đường chuyển mạch

AO - tới điểm đầu. Dịch chuyển tới quỹ đạo AO đạt được bằng sự thay đổi dấu của hàm điều khiển μ từ "-1" tới "+1".



Hình 308. Các đồ thị pha chuyển động góc của vệ tinh ở $\mu \pm 1$ (a) và ở điều khiển tối ưu (b).

Do đó, tín hiệu điều khiển μ cần thay đổi dấu ở đầu ra của điểm biểu diễn tới đường chuyển mạch. Tương ứng với hình 308b.

$$\mu(\vartheta) = \begin{cases} +1 & \text{ở } \frac{d\vartheta}{dt} < \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right) \text{ và ở } \frac{d\vartheta}{dt} = \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_n < 0 \\ -1 & \text{ở } \frac{d\vartheta}{dt} > \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right) \text{ và ở } \frac{d\vartheta}{dt} = \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_n > 0 \end{cases} \quad (8)$$

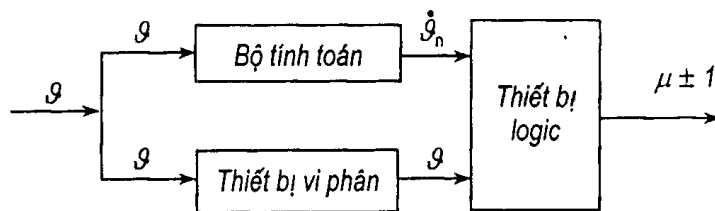
Phương trình đường chuyển mạch được tìm từ biểu thức (7) và hình 308b:

$$\dot{\vartheta}_n = \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_n = -\sqrt{2k\vartheta} \sin gn\vartheta \quad (9)$$

Nếu thế các giá trị số, ta có:

$$\dot{\vartheta}_n = \left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)_n = -0,2\sqrt{\vartheta} \sin gn\vartheta \quad (10)$$

Do đó, ở bộ điều khiển cần có thiết bị vi phân sai số ϑ theo thời gian và tính tốc độ $\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)$ trên đường chuyển mạch theo công thức (10) cũng như thiết bị logic thực hiện chuyển mạch các động cơ phản lực tới toàn bộ sức kéo quy luật được biểu diễn bằng các công thức (8). Sơ đồ hàm của bộ điều chỉnh được biểu diễn trên hình 309.



Hình 309. Sơ đồ hàm của bộ điều khiển tối ưu.

Thời gian tối ưu chuyển vệ tinh từ vị trí đã cho về không có thể được xác định như sau. Từ phương trình (2) có thể viết:

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{d\dot{\vartheta}}{dt} = k\mu$$

Vì vậy $d\dot{\vartheta} = k\mu dt$. Ở kết quả tích phân ta có:

$$\dot{\vartheta}_2 - \dot{\vartheta}_1 = k\mu(t_2 - t_1) \quad (11)$$

Bởi vì chuyển dịch được thực hiện theo hai giai đoạn và các giá trị $\dot{\vartheta}$ ở ban đầu ($\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_0 = 28,65$ độ/s) và ở đầu cuối ($\dot{\vartheta}_2 = 0$) đã cho, thì để tính toán thời gian ở mỗi giai đoạn theo biểu thức (11) cần thiết tìm $\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_1$ ở điểm D. Điểm này nằm trên giao điểm các đường cong được mô tả bằng các phương trình

$$\dot{\vartheta} = -\frac{1}{k} \cdot \frac{(\dot{\vartheta})^2}{2} + c_0 \quad \text{và} \quad \vartheta = \frac{1}{k} \cdot \frac{\dot{\vartheta}^2}{2} \quad (12)$$

Vì vậy

$$\dot{\vartheta}_1 = \pm \sqrt{c_0 k} \quad (13)$$

c_0 được xác định từ các điều kiện ban đầu. Vì vậy sơ bộ ta biến đổi ϑ và $\dot{\vartheta}_0$ về độ theo radial $\vartheta_0 = 1^{\circ}46' = 0,02$ rad, $\dot{\vartheta}_0 = 28,65$ độ/s = $0,5$ s⁻¹.

Khi đó đối với các điều kiện ban đầu ta có

$$c_0 = (0,02)^2 + \frac{(0,5)^2}{2} = 0,129 \text{ rad}$$

Thế c_0 và k vào (13) cho

$$\dot{\vartheta}_1 = \sqrt{0,129} = 0,345 \text{ s}^{-1}$$

Để tính toán cần lấy dấu (-) bởi vì sự chuyển mạch xảy ra ở vùng các giá trị âm $\dot{\vartheta}$. Nếu thế $\dot{\vartheta}_1$ vào (11), ta tìm thời gian chuyển động ở đoạn thứ nhất ($\Delta t_1 = t_1 - t_0$) và đoạn thứ hai ($\Delta t_2 = t_2 - t_1$):

$$\Delta t_1 = t_1 - t_0 = \frac{\dot{\vartheta}_1 - \dot{\vartheta}_2}{k} = \frac{0,845}{0,02} = 42,3 \text{ s}$$

$$\Delta t_2 = t_2 - t_1 = \frac{\dot{\vartheta}_2 - \dot{\vartheta}}{k} = \frac{0,345}{0,02} = 17,3 \text{ s}$$

Thời gian tổng $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 59,6$ s.

437. Vệ tinh được nghiên cứu ở bài 436 được treo trên giá treo xoắn ở buồng thử nghiệm chân không. Độ cứng xoắn bằng 2 kG.m/rad. Các lực cản tỷ lệ tốc độ quay $\dot{\vartheta}$. Không có vệ tinh được cân bằng và vì vậy các mômen tự lực cứng nhỏ có thể bỏ qua. Hãy

tìm quy luật điều khiển tối ưu theo tác dụng nhanh, phương trình các quỹ đạo pha của đường chuyển mạch và phương trình để tính toán thời gian chuyển động trên các đoạn giữa các chuyển mạch.

Đáp số: Phương trình quy luật chuyển mạch:

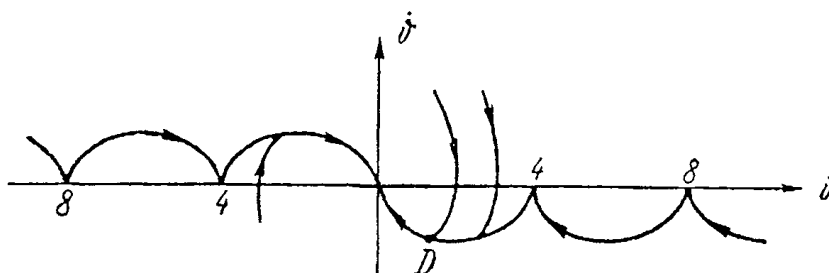
$$\mu = \text{sign} \psi_2 = \text{sign} [c_1 \sin(0,1t + c_2)]$$

c_1 và c_2 được xác định theo các điều kiện ban đầu.

Các quỹ đạo pha là các elip được mô tả bằng các phương trình:

$$100 \dot{\vartheta}^2 + (\vartheta \pm 2)^2 = c$$

c được xác định theo các điều kiện ban đầu.



Hình 310. Đồ thị pha chuyển động tối ưu của vệ tinh khi tồn tại mômen tỷ lệ với góc lệch.

Đường chuyển mạch bao gồm các bán elip nối tới trục ϑ (hình 310). Phương trình đường chuyển mạch đối với bán elip thứ n :

$$\dot{\vartheta}_{\pi n} = -\sqrt{(\vartheta - 4n)^2 + 4(\vartheta - 4n)\text{sign}\vartheta} \quad (n = 0, 1, \dots)$$

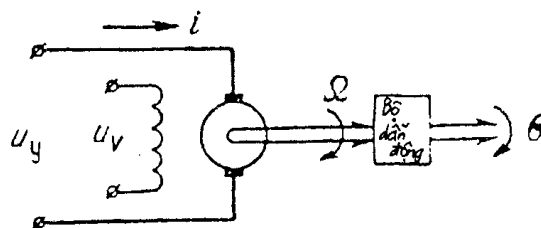
Phương trình để tính toán thời gian chuyển động của điểm biểu diễn từ thời điểm t_1 tới thời điểm chuyển mạch gần nhất t_2 bằng:

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = 0,1c_1 [\cos(0,1t_2 + c_2) - \cos(0,1t_1 + c_2)] \pm 0,02(t_2 - t_1)$$

c_1 và c_2 - các hằng số đối với quỹ đạo đã cho được tính theo các giá trị đã biết ϑ và $\dot{\vartheta}$ ở các thời điểm t_1 .

Thiết bị logic cần thực hiện các tín hiệu điều khiển tương ứng với các công thức (8) của bài 436.

438. Hãy tìm quy luật điều khiển dẫn động điện với động cơ điện có kích độc lập (hình 311) tối ưu theo tác dụng nhanh, các phương trình quỹ đạo pha và phương trình đường chuyển mạch. Mômen quán tính tổng tới trục động cơ $J = 50 \text{ G.cm.s}^2$. Thời điểm khởi động do động cơ phát động ở $u_y = u_{ym} = 30 \text{ V}$, $M_{\pi} = 0,785 \text{ kG.m}$. Ở điện



Hình 311. Dẫn động điện với động cơ điện có kích độc lập.

áp này tốc độ chạy không tải $\Omega_{x,x} = 3000 \text{ vq/ph}$. Đại lượng đầu ra là góc θ quay trục ở đầu ra của bộ dẫn động có hệ số dẫn động $K_p = 10^{-4}$. Bỏ qua độ cảm ứng của mạch phản ứng. Tính độ giới hạn $u_y \leq u_{ym} = 30 \text{ V}$.

Đáp số: Quy luật điều khiển:

$$\mu = \text{sign } \psi_2 = \text{sign} \left[c_1 + c_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right]$$

Phương trình các quỹ đạo pha:

$$\theta = \theta_0 + 0,2(\dot{\theta}_0 - \dot{\theta}) - 6,28 \cdot 10^{-3} \mu \ln \frac{\mu - 32 \dot{\theta}}{\mu - 32 \dot{\theta}_0}$$

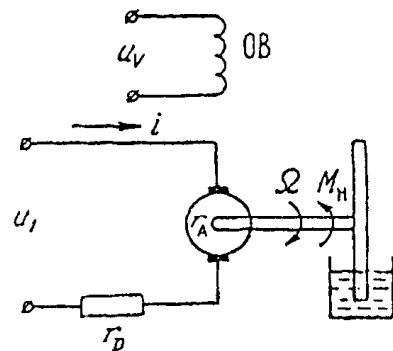
Phương trình đường chuyển mạch:

$$\theta_\pi = - \left[0,2|\dot{\theta}| + 6,28 \cdot 10^{-3} \ln(1 + 32)|\dot{\theta}| \right] \text{sign } \dot{\theta}$$

θ_0 và $\dot{\theta}_0$ - Các giá trị ban đầu của góc và các tốc độ thay đổi của nó trên đoạn nghiên cứu của quá trình tối ưu.

17.2. TỔNG HỢP CÁC HỆ TỐI ƯU BẰNG PHƯƠNG PHÁP LẬP TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC VÀ TÍNH TOÁN THAY ĐỔI CỔ ĐIỂN

439. Dẫn động điện với động cơ có dòng điện không đổi có kích độc lập (hình 312) chịu tải bởi mômen ma sát nhớt $M_H = k_1 \Omega$ có giá trị lớn và làm việc ở chế độ, mà ở đó sự sụt điện áp $u_1 = i(r_D + r_A)$ trên trở điện $r = r_D + r_A$ lớn hơn nhiều sức điện động ngược $e = c_e \Omega$. Hãy xác định quy luật điều khiển động cơ điện, mà ở đó năng lượng tổn thất tổng tiêu hao cho khắc phục mômen ma sát nhớt và cho làm nóng sẽ tối thiểu. Bỏ qua sự ảnh hưởng độ cảm ứng trong mạch phản ứng mômen quán tính phản ứng với đối tượng $J = 0,2 \text{ G.cm.s}^2$, các hệ số tỷ lệ của động cơ theo sức điện động $c_e = 0,096 \text{ V.s}$ và theo mômen $c_M = 30 \text{ G.cm/a}$, $k_1 = 10 \text{ g.cm.s}$, $r_D + r_A = 5 \Omega$.



Hình 312. Dẫn động điện với động cơ điện có dòng không đổi có kích từ độc lập.

Bài giải. Phương trình các mômen của động cơ có dạng:

$$J \frac{d\Omega}{dt} + k_1 \Omega = c_M i \quad (1)$$

Theo các điều kiện bài toán độ cảm ứng của mạch phản ứng nhỏ. Vì vậy, tương ứng với định luật Kiếckhốp

$$ir + c_e \Omega = u_y$$

từ đó suy ra:

$$i = \frac{u_y}{r} - \frac{c_e}{r} \Omega$$

Nếu thế biểu thức này vào (1) ta tìm được:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \frac{u_y}{r} c_M \left(\frac{c_e c_M}{r} + k_1 \right) \Omega$$

Bởi vì $\frac{c_e c_M}{r} = \frac{0,096 \cdot 30}{5} = 0,52 \ll k_1 = 10$, ta bỏ qua số hạng đầu trong ngoặc. Vì

vậy phương trình động lực học gần đúng có dạng:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = -k_1 \Omega + \frac{c_M}{r} u_y$$

Nếu thế các giá trị số và đơn giản, ta có:

$$\frac{d\Omega}{dt} = b\Omega + m u_y \quad (3)$$

ở đây $b = -50 \text{ s}^{-1}$, $m = 30 \text{ V}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Chúng ta cần xác định u_y như hàm Ω .

Theo các điều kiện bài toán động cơ làm việc ở chế độ, mà ở nó $c_e \Omega \ll ir$. Do đó, gần đúng:

$$i \approx \frac{u_y}{r} \quad (4)$$

Công suất các tổn thất điện được tính theo công thức:

$$P_E = i u_y = \frac{u_y^2}{r} \quad (5)$$

Công suất tổn thất cho ma sát nhớt, nếu mômen M_H được tính bằng G.cm, bằng giá trị:

$$P_M = 9,81 \cdot 10^{-5} M_H \cdot \Omega = 9,81 \cdot 10^{-5} k_1 \Omega^2$$

Do đó, phép hàm tối thiểu hoá biểu diễn năng lượng tổn thất tổng có dạng:

$$I = \int_0^{\infty} \left(9,81 \cdot 10^{-5} k_1 \Omega^2 + \frac{1}{r} u_y^2 \right) dt$$

Có tính đến các giá trị số ta có:

$$I = \int_0^{\infty} (a_1 \Omega^2 + a_0 u_y^2) dt \quad (6)$$

ở đây:

$$a_1 = 0,981 \cdot 10^{-3} \text{ J.s} \quad a_0 = 0,2 \cdot \frac{\text{J}}{\text{s.V}^2}$$

Bài toán tìm điều khiển tối ưu đảm bảo cực tiểu của tích phân (6) sẽ giải bằng phương pháp lập trình động lực học. Khi đó đối với hệ phương trình lập trình động lực học được viết:

$$\left. \begin{aligned} a_1 \Omega^2 + a_0 u_y^2 + (b\Omega + m u_y) \frac{\partial \psi}{\partial \Omega} &= 0, \\ 2a_0 u_y + m \frac{\partial \psi}{\partial \Omega} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ở đây ψ - các hàm số bổ sung được xác định bằng phương trình:

$$\frac{d\psi}{dt} = -V$$

V - hàm dưới dấu tích phân của phiếm hàm được tối thiểu hoá.

Nếu theo phương trình thứ hai của hệ (7), ta có:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \Omega} = -\frac{2a_0}{m} u_y \quad (8)$$

Thế giá trị này $\frac{\partial \psi}{\partial \Omega}$ vào phương trình thứ nhất (7) cho

$$ma_0 u_y^2 + 2a_0 b \Omega u_y - a_1 m \Omega^2 = 0$$

Ở kết quả giải ta có:

$$u_y = -k\Omega \quad (9)$$

Ở đây:

$$k = \frac{b}{m} + \sqrt{\left(\frac{b}{m}\right)^2 + \frac{a_1}{a_0}}$$

Nếu sử dụng các giá trị số, ta có:

$$k = -\frac{50}{30} + \sqrt{\left(\frac{50}{30}\right)^2 + \frac{0,981 \cdot 10^{-3}}{0,2}} \approx 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ V.s}$$

Do đó, quy luật điều khiển tìm tối ưu theo nghĩa cực tiểu các tổn thất là tuyến tính (hình 313).

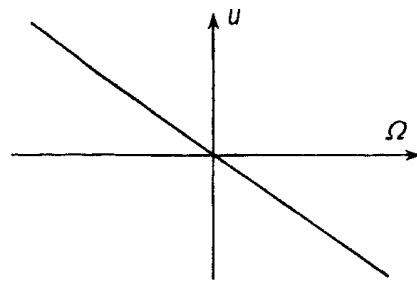
Cần thấy rằng do giả thiết trước đây $c_e \Omega \ll i_r$ thu được quy luật đúng trong vùng các giá trị nhỏ $\Omega \ll \frac{u_y}{c_e}$.

440. Hãy giải bài 439 đối với hai trường hợp sau: a) $k_1 = 0,1 \text{ G.cm.s}$; b) $r_A + r_D = 100 \Omega$, ở các số liệu ban đầu còn lại không đổi.

Đáp số:

a) $k = 0,088 \text{ V.s}$;

b) $k = 0,442 \cdot 10^{-4} \text{ V.s}$.



Hình 313. Hàm điều khiển tối ưu.

441. Hãy giải bài 439 nếu sử dụng các phương pháp thay đổi cổ điển .

Bài giải. Phương trình động lực học của hệ có dạng:

$$\frac{d\Omega}{dt} = b\Omega + mu_y$$

Cần thiết tìm quy luật thay đổi $u_y = u_y(\Omega)$, tích phân các tổn thất tối thiểu:

$$I = \int_0^{\infty} (a_1 \Omega^2 + a_0 u_y^2) dt$$

Để giải bài toán đặt ra cần thiết thành lập hàm số:

$$H = V + \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z_i \quad (1)$$

ở đây:

$$V = \sum_{k=1}^n a_k x_k^2 + a_0 u_y^2$$

- hàm số dưới tích phân của phiếm hàm được tuyến tính hoá:

$$z_i = \frac{dx_i}{dt} - (b_{i1}x_1 + \dots + b_{ni}x_n + m_i u_y) = 0$$

- hàm biểu diễn phương trình bậc đầu theo biến thứ i ; λ_i - số nhân bất kỳ.

Nếu vi phân hàm H , ta có:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dH}{dx_i} = \lambda_i, \quad \frac{dH}{dx_i} = 2a_i x_i - \sum_{j=1}^n \lambda_j b_{ji}, \\ \frac{dH}{du} = 0, \quad \frac{dH}{du} = 2a_0 u_y - \sum_{j=1}^n m_j \lambda_j \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Từ đó các phương trình của bài toán thay đổi có dạng:

$$\frac{d\lambda_j}{dt} = -\sum_{j=1}^n b_{ji} \lambda_j + 2a_i x_i, \quad 0 = 2a_0 u_y - \sum_{j=1}^n m_j \lambda_j \quad (3)$$

ở trường hợp được nghiên cứu

$$z = \frac{d\Omega}{dt} - (b\Omega + mu_y) = 0 \quad (4)$$

$$V = (a_1 \Omega^2 + a_0 u_y^2) \quad (5)$$

Trên cơ sở (2) và (3), ta có:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\lambda_1}{dt} = -b\lambda_1 + 2a_1 \Omega \\ 0 = 2a_0 u_y - m\lambda_1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Nếu giải hệ này cùng với phương trình (6) đối với các biến λ_1 và Ω , sau khi loại hàm thời gian từ các nghiệm thu được và các biến đổi đại số, ta có:

$$u_y = -k\Omega$$
$$k = \frac{b}{m} + \sqrt{\left(\frac{b}{m}\right)^2 + \frac{a_1}{a_0}}$$

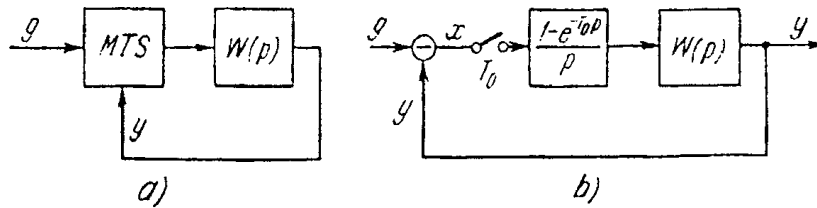
Sau khi thế các giá trị số ta có:

$$k = 0,87 \cdot 10^{-3} \text{ V.s}$$

CÁC HỆ CÓ MÁY TÍNH SỐ (MTS)

18.1. CÁC HÀM TRUYỀN CỦA HỆ VỚI (MTS) KHI TÍNH TOÁN LƯỢNG TỬ THEO THỜI GIAN

442. Hệ điều chỉnh có ở trong mạch của mình máy tính số (MTS). Sơ đồ cấu tạo của hệ được chỉ ra trên hình 314. Hãy tìm z - các hàm truyền của hệ hờ ở giả thiết rằng độ trễ trong MTS không có và có thể bỏ qua ảnh hưởng lượng tử thu mức, có nghĩa có thể nghiên cứu bài toán tuyến tính.



Hình 314. a) sơ đồ khối của hệ MTS; b) sơ đồ cấu trúc tương đương.

Hàm truyền phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)} \tag{1}$$

Các giá trị số của các hệ số: Hệ số khuếch đại tổng $K = 10 \text{ s}^{-1}$, hằng số thời gian $T_1 = 0,05 \text{ s}$ và chu kỳ phân tán MTS $T_0 = 0,1 \text{ s}$.

Bài giải. Hàm truyền $W(z)$ của hệ hờ có thể tìm được theo:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} h(nT_0)z^{-n} = \frac{z-1}{z} F(z) \tag{2}$$

ở đây $h(nT_0)$ - hàm chuyển tiếp phân liên tục tại các thời điểm phân tán ($n = 0, 1, 2, \dots$), còn $F(z)$ là biến đổi z của hàm số này.

Hàm chuyển tiếp đối với (1) có dạng:

$$h(t) = K \left[t - T_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \right] \tag{3}$$

Theo bảng biến đổi z ta có:

$$F(z) = K \left[\frac{T_0 z}{(z-1)^2} - T_1 \frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \right] \tag{4}$$

ở đây $d = e^{-\frac{T_0}{T}} = e^{-2} = 0,135$

Tiếp theo từ (2) ta tìm được hàm truyền của hệ hở:

$$w(z) = K \left[\frac{T_0}{z-1} - \frac{T_1(1-d)}{z-d} \right] = \frac{KT_0 \left[z-d - \frac{T_1}{T_0} (1-d)(z-1) \right]}{(z-1)(z-d)} \quad (5)$$

Bởi vì hàm truyền h(t) là biến đổi Laplace từ hàm truyền phân liên tục W(p) chia cho p, có nghĩa:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} \quad (6)$$

Khi đó hàm truyền phân tán có thể xác định theo trình tự sau:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p^2(1+T_1p)} \right\} = K \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{-T}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{T}{p + \frac{1}{T}} \right\} \quad (7)$$

Biến đổi z của mỗi số hạng ở phân bên phải (7) dễ dàng xác định, nếu sử dụng bảng biến đổi z (phụ lục 2):

$$\begin{aligned} W(z) &= K \frac{z-1}{z} \left[\frac{-T_1 z}{z-1} + \frac{T_0 z}{(z-1)^2} + \frac{z T_1}{z-d} \right] = K \left[-T_1 + \frac{T_0}{z-1} + \frac{T_1(z-1)}{z-d} \right] = \\ &= \frac{KT_0 \left[z-d - \frac{T_1}{T_0} (1-d)(z-1) \right]}{(z-1)(z-d)} \end{aligned} \quad (8)$$

Biểu thức cuối cùng (8), tất nhiên, trùng với (5).

Thế các giá trị số cho:

$$W(z) = \frac{0,568z + 0,297}{(z-1)(z-d)}$$

Hàm truyền của hệ kín:

$$\Omega(z) = \frac{W(z)}{1+W(z)} = \frac{0,568z + 0,297}{z^2 - 0,567z + 0,432}$$

443. Hãy giải bài toán trước, nếu hàm truyền phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

Đáp số:

$$W(z) = K \left[\frac{T_0}{z-1} + \frac{T_1^2}{T_1 - T_2} \cdot \frac{z-1}{z-d_1} + \frac{T_2^2}{T_2 - T_1} \cdot \frac{z-1}{z-d_2} - (T_1 + T_2) \right]$$

ở đây: $d_1 = e^{-\frac{T_0}{T_1}}$ và $d_2 = e^{-\frac{T_0}{T_2}}$.

444. Đối với hệ có MTS (xem hình 314) hãy xác định các hàm truyền phân tán, nếu sử dụng biến đổi z .

Hàm truyền của phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p}$$

Bài giải.

$$W(z, \sigma) = \frac{z-1}{z} Z_{\sigma} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \frac{z-1}{z} Z_{\sigma} \left\{ \frac{K}{p^2} \right\} \quad (1)$$

ở đây ký hiệu Z_{σ} có nghĩa biến đổi z , σ - thời gian tương đối (không thứ nguyên) $0 \leq \sigma < 1$, có nghĩa rằng, điều đó được nghiên cứu hàm mạng biến đổi đối với các thời điểm $t = nT_0 + \sigma T_0$.

Nếu sử dụng bảng biến đổi z , ta có:

$$W(z, \sigma) = KT_0 \frac{\sigma z + 1 - \sigma}{z - 1} \quad (2)$$

$$\Phi(z, \sigma) = \frac{W(z, \sigma)}{1 + W(z)} \quad (3)$$

ở đây $W(z)$ - hàm truyền phân tán của hệ hở của hệ ở $\sigma = 0$.

Cuối cùng ta có:

$$\Phi(z, \sigma) = \frac{KT_0(\sigma z + 1 - \sigma)}{z - 1 + KT_0}$$

445. Hãy giải bài toán trước, nếu hàm truyền của phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{1 + Tp}$$

Đáp số:

$$W(z, \sigma) = K \frac{(1 - d^{\sigma})z + d^{\sigma} - d}{z - d} \quad \text{ở đây } d = e^{-\frac{T_0}{T}}$$

$$\Phi(z, \sigma) = \frac{K[(1 - d^{\sigma})z + d^{\sigma} - d]}{z - d + K - Kd}$$

446. Đối với hệ có MTS (xem hình 314) hãy xác định các hàm truyền phân tán của hệ hở, nếu sử dụng biến đổi z và biến đổi ω .

Hàm truyền của phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1^2 p^2)}$$

Bài giải:

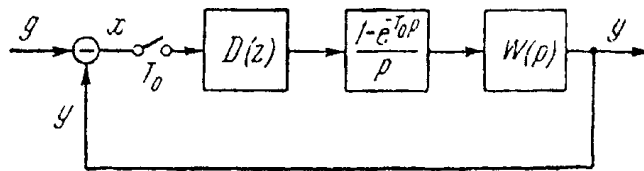
$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p^2(1 + T_1^2 p^2)} \right\} = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p^2} - \frac{KT_1^2}{1 + T_1^2 p^2} \right\}$$

$$W(z) = \frac{KT_0}{z-1} \cdot \frac{T_1(z-1) \sin \frac{T_0}{T_1}}{z^2 - 2z \cos \frac{T_0}{T_1} + 1}$$

Để chuyển từ biến đổi ω ta thế $z = \frac{1+\omega}{1-\omega}$, suy ra:

$$W(\omega) = \frac{K \frac{T_0}{2} (1-\omega) \left[1 + \frac{\left(1 - 2 \frac{T_1}{T_0} \operatorname{tg} \frac{T_0}{T_1} \right)}{\operatorname{tg}^2 \frac{T_0}{2T_1}} \omega^2 \right]}{\omega \left(1 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \frac{T_0}{2T_1}} \omega^2 \right)}$$

447. Đối với hệ điều chỉnh khi tính toán độ trễ thời gian τ có ở MTS (hình 315), hãy xác định các hàm truyền phân tán của hệ hở và hệ kín:



Hình 315. Sơ đồ cấu tạo của hệ có MTS khi tính độ trễ thời gian.

Hàm truyền của phần liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p} e^{-\tau p}$$

ở đây $\tau = \varepsilon T_0$ - độ trễ thời gian, $0 < \varepsilon \leq 1$, $D(z) = 1$.

Bài giải. Hàm truyền phân tán của hệ hở khi tồn tại độ trễ đơn thuần được xác định như:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z_\sigma \left\{ \frac{W(p)}{p} e^{-\tau p} \right\} \quad (1)$$

hay:

$$W(z) = z^{-1} W(z, \sigma) \Big|_{\sigma=1-\varepsilon} \quad (2)$$

Do đó, nếu tính toán kết quả giải bài toán 445, ta có:

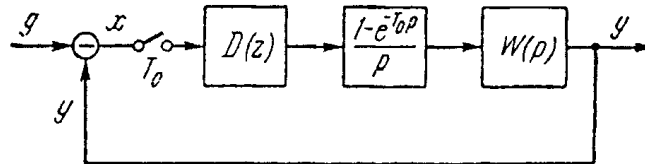
$$W_T(z) = z^{-1} K T_0 \frac{\sigma z + 1 - \sigma}{z-1} \Big|_{\sigma=1-\varepsilon}$$

hay:

$$W(z) = \frac{KT_0[(1-\varepsilon)z + \varepsilon]}{z(z-1)} \quad (3)$$

$$\Phi(z) = \frac{W(z)}{1+W(z)} = KT_0 \frac{(1-\varepsilon)z + \varepsilon}{z^2 + [KT_0(1-\varepsilon) - 1]z + KT_0\varepsilon} \quad (4)$$

448. Đối với hệ điều khiển tự động (hình 316) mà ở đó MTS thực hiện hiệu chỉnh phân tán, hãy xác định các hàm truyền của các hệ hở và hệ kín:



Hình 316. Sơ đồ cấu tạo của hệ số hoá có hiệu chỉnh phân tán.

Hàm truyền phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p^2} \quad (1)$$

Quy luật điều khiển do MTS thực hiện được mô tả bằng phương trình hiệu có dạng (xem phụ lục 23):

$$u(nT_0) = a_0 x(nT_0) - a_1 x[(n-1)T_0] \quad (2)$$

Bài giải. Hàm truyền phân tán của hệ hiệu chỉnh hở:

$$W_{ck}(z) = D(z) W(z) \quad (3)$$

ở đây:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W(p)}{p^3} \right\} = \frac{KT_0^2(z+1)}{2(z-1)^2}$$

- hàm truyền phân tán tương ứng phân liên tục quy đổi của hệ;

$D(z)$ - hàm truyền của MTS thực hiện vai trò thiết bị hiệu chỉnh phân tán.

Để xác định $D(z)$ ta biểu diễn biến đổi z của cả hai phần của đẳng thức (2):

$$U(z) = (a_0 - a_1 z^{-1}) X(z) \quad (4)$$

Suy ra:

$$D(z) = \frac{U(z)}{X(z)} = a_0 - a_1 z^{-1} = \frac{a_0 z - a_1}{z} \quad (5)$$

Do đó, cuối cùng ta có:

$$W_{ck}(z) = \frac{KT_0^2 a_1 (z+1) \left(\frac{a_0}{a_1} z - 1 \right)}{2z(z-1)^2}$$

$$\Phi_{ck}(z) = \frac{W_{ck}(z)}{1 + W_{ck}(z)} = \frac{KT_0^2 a_1 (z+1) \left(\frac{a_0}{a_1} z - 1 \right)}{2z(z-1)^2 + KT_0^2 a_1 (z+1) \left(\frac{a_0}{a_1} z - 1 \right)}$$

18.2. ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG

449. Hàm truyền của hệ điều chỉnh hở có MTS có dạng:

$$W(z) = \frac{KT_0}{z-1}$$

Hãy tìm điều kiện ổn định của hệ hở và hãy xây dựng quá trình chuyển tiếp khi cấp cho đầu vào của hệ hàm số duy nhất một tầng $g(t) = 1(t)$ đối với $KT_0 = 1$, $KT_0 = 0,5$ và $KT_0 = 1,5$.

Bài giải. Hàm truyền của hệ kín:

$$\Phi(z) = \frac{KT_0}{z-1+KT_0}$$

Để xác định điều kiện ổn định ta sử dụng tiêu chuẩn đại số ổn định. Ta nghiên cứu phương trình đặc trưng của hệ kín:

$$z - 1 + KT_0 = 0$$

Điều kiện ổn định:

$$KT_0 < 2 \quad (1)$$

Ta xây dựng lại các quá trình chuyển tiếp bằng cách phân tích biểu thức đại lượng đầu vào thành chuỗi Loran.

Ta nghiên cứu trường hợp $KT_0 = 1$. Khi đó hàm truyền của hệ kín sẽ bằng:

$$\Phi(z) = \frac{KT_0}{z-1+KT_0} = \frac{1}{z} \quad (2)$$

Biểu diễn đại lượng đầu vào (xem phụ lục 13)

$$Z\{1(t)\} = G(z) = \frac{z}{z-1} \quad (3)$$

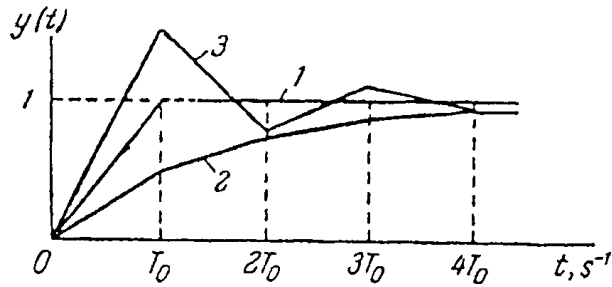
Biểu diễn đại lượng đầu ra:

$$Y(z) = \Phi(z) G(z) = \frac{1}{z} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{1}{z-1} \quad (4)$$

Ta phân tích biểu thức cuối cùng thành chuỗi Loran bằng cách chia tử số cho mẫu số:

$$\frac{1}{z-1} = \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \frac{1}{z^4} + \dots \quad (5)$$

Điều đó cho các giá trị sau của hàm số y ở đầu ra ở các thời điểm phân tán: ở $t = 0$, $y = 0$; ở $t = T_0$, $y = 1$; ở $t = 2T_0$, $y = 1$; ở $t = 3T_0$, $y = 1$ và tiếp theo $y = 1$ ở tất cả các giá trị $t = nT_0$. Đồ thị hàm số này được biểu diễn trên hình 317 (đường 1).



Hình 317. Các quá trình chuyển tiếp cho bài 449.

Giữa các giá trị phân tán của hàm thời gian ở đầu ra ta vạch các đường thẳng, bởi vì hàm truyền (1) tương ứng khâu tích phân lý tưởng mà hàm truyền của nó là đường thẳng.

Bằng phương pháp tương tự ta thu được chuỗi Loran đối với $KT_0 = 0,5$:

$$Y(z) = 0,5 \frac{1}{z} + 0,75 \frac{1}{z^2} + 0,875 \frac{1}{z^3} + 0,9375 \frac{1}{z^4} + \dots$$

Đồ thị hàm chuyển tiếp được biểu diễn trên hình 317 (đường cong 2).

Đối với trường hợp $KT_0 = 1,5$ ta có:

$$Y(z) = 1,5 \frac{1}{z} + 0,75 \frac{1}{z^2} + 1,125 \frac{1}{z^3} + 0,8375 \frac{1}{z^4} + \dots$$

Đồ thị hàm chuyển tiếp đối với trường hợp này được biểu diễn trên hình 317 (đường cong 3).

450. Hãy xác định hệ điều chỉnh, mà sơ đồ cấu trúc của nó tương ứng hình 314 có ổn định hay không?

Hàm truyền của phân liên tục:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

ở đây $K = 2s^{-1}$, $T_1 = 0,1s$, $T_2 = 0,05s$. Chu kỳ phân tán $T_0 = 0,2s$.

Đáp số: Hệ ổn định.

451. Hàm truyền phân liên tục của hệ có MTS có dạng:

$$W(p) = \frac{K}{p} \tag{1}$$

ở đây $K = 50 s^{-1}$ - hệ số khuếch đại tổng. Hãy xác định giá trị cho phép của chu kỳ phân tán T_0 đối với MTS, mà ở nó chỉ số dao động của hệ kín sẽ không vượt $M = 1,5$. Độ trễ ở MTS bằng 0 và có thể bỏ qua ảnh hưởng lượng tử theo mức.

Bài giải. Hàm truyền của hệ hở có MTS có thể được tìm theo:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{KT_0 z}{(z-1)^2} \tag{2}$$

$$W(z) = \frac{KT_0}{z-1} \quad (3)$$

Ta xây dựng đặc trưng biên độ pha của hệ hở theo biểu thức (3). Ta thực hiện thế:

$$z = e^{j\omega T_0} = \cos \omega T_0 + j \sin \omega T_0$$

Ở kết quả ta thu được hàm truyền tần số:

$$W(e^{j\omega T_0}) = \frac{KT_0}{\cos \omega T_0 - 1 + j \sin \omega T_0} = -\frac{KT_0}{2} - j \frac{KT_0}{2} \operatorname{ctg} \frac{\omega T_0}{2}$$

Để thấy rằng đặc tính biên độ - pha là đường thẳng song song với trục ảo và cách nó một khoảng $\frac{KT_0}{2}$ (hình 318).

Để chỉ số dao động không vượt quá giá trị đã cho, đặc tính biên độ - pha không cần chuyển thành vòng tròn là vùng cấm. Nó được biểu diễn trên hình 318 bằng đường đứt nét.

Từ đó ta thu được điều kiện:

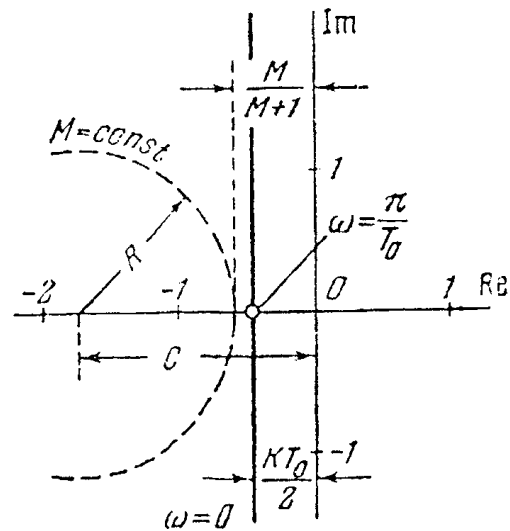
$$\frac{KT_0}{2} \leq \frac{M}{M+1} \quad (4)$$

Chu kỳ cho phép của độ phân tán:

$$T_0 \leq \frac{2}{K} \cdot \frac{M}{M+1}$$

Đối với các giá trị số đã cho:

$$T_0 \leq \frac{2}{50} \cdot \frac{1,5}{1,5+1} = 0,024 \text{ s}$$



Hình 318. Đ.B.P cho bài 451.

452. Đối với hệ điều chỉnh được nghiên cứu ở bài 447, hãy xác định các điều kiện ổn định và xây dựng vùng ổn định trong mặt phẳng hai thông số, KT_0 và $\varepsilon = \tau/T_0$.

Bài giải. Ta sử dụng kết quả (4) thu được ở bài 447. Khi đó phương trình đặc trưng của hệ kín có thể viết ở dạng:

$$z^2 + [KT_0(1 - \varepsilon) - 1]z + KT_0\varepsilon = 0$$

hay:

$$z^2 + Az + B = 0 \quad (1)$$

ở đây:

$$\begin{aligned} A &= KT_0(1 - \varepsilon) - 1 \\ B &= KT_0\varepsilon \end{aligned} \quad (2)$$

Các điều kiện ổn định đối với các phương trình bậc hai có dạng:

$$\left. \begin{aligned} 1 + A + B &> 0 \\ 1 - A + B &> 0 \\ B &< 1 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

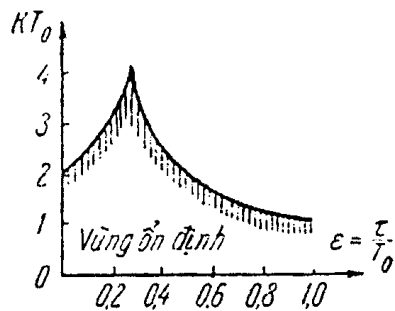
Nếu sử dụng (2) ta thu được các điều kiện ổn định sau:

$$\left. \begin{aligned} KT_0 > 0 \\ KT_0(1 - 2\varepsilon) < 2 \\ KT_0\varepsilon < 1 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

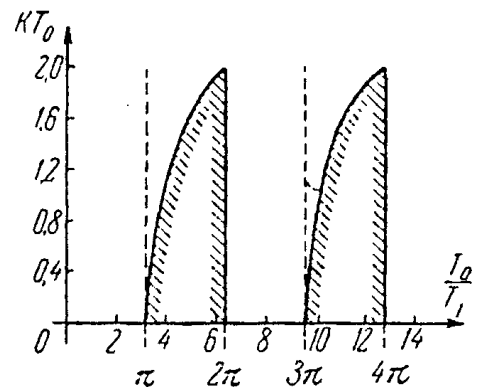
Điều kiện đầu (4) thực hiện đồng thời. Nghiên cứu đồng thời hai bất đẳng thức cuối cùng (4) cho khả năng viết điều kiện ổn định của hệ ở dạng cuối cùng như sau:

$$KT_0 = \begin{cases} \frac{2}{1 - 2\varepsilon} & \text{nếu } 0 \leq \varepsilon \leq \frac{1}{4} \\ \frac{1}{\varepsilon} & \text{nếu } \frac{1}{4} \leq \varepsilon \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

Vùng ổn định trong mặt phẳng có các thông số KT_0, ε được xây dựng theo phương trình (5), chỉ ra trên hình 319.



Hình 319. Vùng ổn định cho bài 452.



Hình 320. Vùng ổn định cho bài 453.

453. Đối với hệ điều chỉnh được nghiên cứu ở bài 446, hãy xây dựng vùng ổn định trong mặt phẳng các thông số $KT_0, \frac{T_0}{T_1}$.

Đáp số: Vùng ổn định trong mặt phẳng các thông số chỉ ra trên hình 320.

18.3. TỔNG HỢP CÁC HỆ VỚI MTS

454. Hàm truyền phân liên tục của hệ điều chỉnh có MTS có dạng:

$$W(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{p^2} \quad (1)$$

Ở đây $K = 100 \text{ s}^{-2}$ - hệ số khuếch đại tổng của mạch điều chỉnh hở, còn hằng số thời gian thiết bị hiệu chỉnh. Hãy xác định giá trị cho phép của chu kỳ phân tích T_0 của MTS và giá trị yêu cầu của hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh để chỉ số dao động không gian qua các giá trị $M = 1, 3$, nếu độ hở ở MTS bằng 0 mà có thể bỏ qua ảnh hưởng lượng tử theo mức.

Bài giải. Ta xác định hàm truyền của hệ hờ cùng với MTS:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p^3} + \frac{K\tau}{p^2} \right\} \quad (2)$$

Tương ứng với phụ lục 13:

$$Z \frac{K}{p^3} + \frac{K\tau}{p^2} = \frac{KT_0^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} + \frac{KT_0 \tau z}{(z-1)^2} \quad (3)$$

Tiếp theo từ (2) ta tìm được:

$$W(z) = \frac{KT_0^2 z(z+1)}{2(z-1)^2} + \frac{KT_0 \tau z}{(z-1)} \quad (4)$$

Ta thực hiện biến đổi v.ω nếu thế:

$$Z = \frac{1+\omega}{1-\omega} \quad (5)$$

Ở kết quả ta có:

$$W(\omega) = \frac{KT_0^2}{4} \cdot \frac{(1 + 2\frac{\tau}{T_0})(1-\omega)}{\omega^2} \quad (6)$$

Bây giờ ta thu được hàm truyền tần số bằng cách thế:

$$\omega = j \frac{T_0}{2} \lambda \quad (7)$$

Ở đây λ là giả tần số tuyệt đối. Nếu sử dụng thế (7) từ (6) ta có:

$$W(j\lambda) = \frac{K(1 + j\lambda\tau)(1 - j\lambda\frac{T_0}{2})}{(j\lambda)} \quad (8)$$

Modun hàm số truyền tần số hệ hờ bằng:

$$|W(j\lambda)| = \frac{K \sqrt{1 + \tau^2 \lambda^2} \sqrt{1 + \frac{T_0^2}{4} \lambda^2}}{\lambda^2}, \quad (9)$$

Còn pha: $\psi(\lambda) = -180^0 + \arctg \tau\lambda - \arctg \frac{T_0\lambda}{2}$ (10)

Theo biểu thức (9) trên hình 321 ta xây dựng Đ.B.L. Theo dạng đặc tính pha (10) trường hợp này dẫn tới Đ.B.L loại 2 - 1 - 2 (xem phụ lục 24). Ở kết quả ta thu được các công thức sau để tính toán giả tần số cơ sở của Đ.B.L bằng:

$$\lambda_0 = \sqrt{K} = 10 \text{ s}^{-1},$$

Giá trị yêu cầu của hằng số thời gian của thiết bị hiệu chỉnh:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{M}{M-1}} = \frac{1}{10} \sqrt{\frac{1,3}{1,3-1}} = 0,21 \text{ s};$$

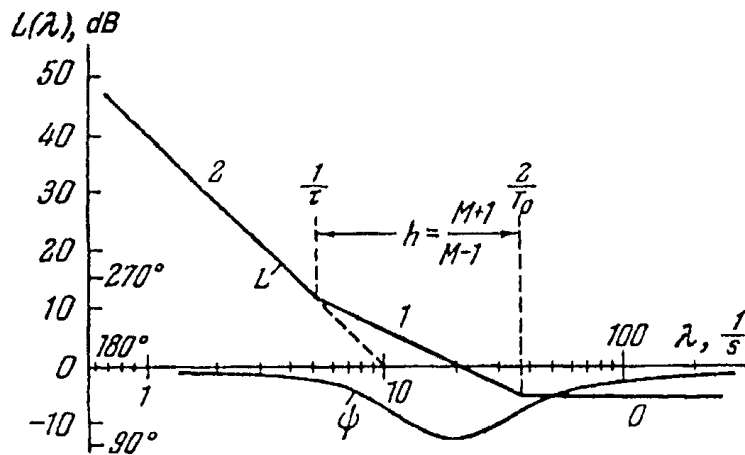
Độ choán yêu cầu của đoạn Đ.B.L có góc nghiêng 20 dB/dam:

$$h = \frac{M+1}{M-1} = \frac{1,3+1}{1,3-1} = 7,7;$$

Giá trị cho phép của chu kỳ phân tán:

$$\frac{T_0}{2} \leq \frac{\tau}{h} = \frac{0,21}{7,7} = 0,027 \text{ s.}$$

Suy ra $T_0 \leq 0,054 \text{ s.}$



Hình 321. Đặc tính biên độ lôgarit cho bài 454.

455. Hãy tính toán hệ theo dõi có tính vô hướng bậc một trong mạch của mình có M.T.S các số liệu ban đầu. Tốc độ đầu vào cực đại $\Omega_{\max} = 20 \text{ độ/s}$, gia tốc đầu vào cực đại $\varepsilon_{\max} = 10 \text{ độ/s}^2$, sai số cho phép cực đại $\vartheta_{\max} = 4'$; phân liên tục chứa các hằng số thời gian $T_1 = 0,01 \text{ s}$, $T_2 = 0,002 \text{ s}$ và $T_3 = 0,001 \text{ s}$, chỉ số dao động cho phép $M = 1,5$; độ hở trong MTS bằng 0. Yêu cầu xác định các thông số của khâu hiệu chỉnh tuần tự được mắc vào phân liên tục, chu kỳ lặp cho phép T_0 đối với MTS và xây dựng quá trình chuyển tiếp ở tác dụng đầu vào loại hàm tăng duy nhất có thể bỏ qua ảnh hưởng lượng tử cho phép.

Bài giải. Bên trái tần số cắt Đ.B.L của hệ có MTS trùng với Đ.B.L phân liên tục, còn giả tần số tuyệt đối $\lambda = 2\omega/jT_0$ (xem bài 454), trùng với tần số thực. Vì vậy biểu diễn Đ.B.L bên trái tần số cắt có thể thực hiện bởi các giải pháp bình thường.

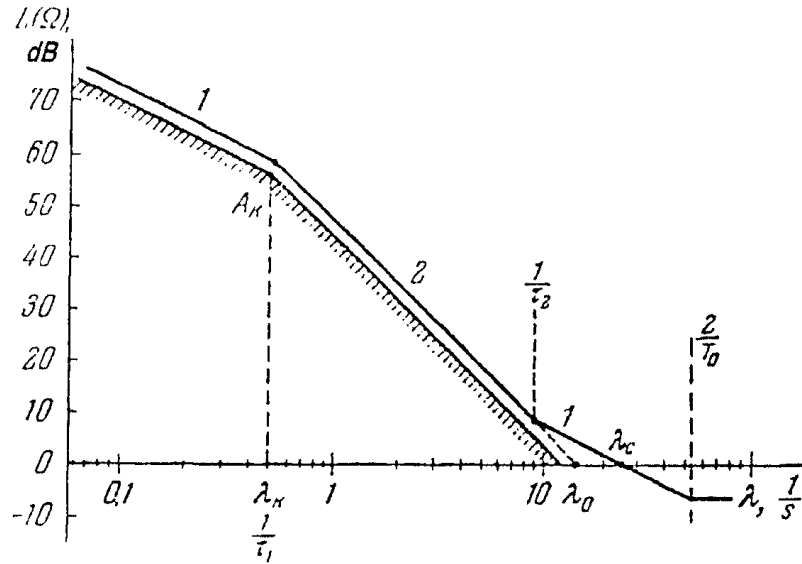
Ta xây dựng vùng cấm đối với Đ.B.L từ các điều kiện độ chính xác (hình 322). Tần số kiểm tra:

$$\lambda_K = \frac{\varepsilon_{\max}}{\Omega_{\max}} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ s}^{-1}.$$

Môđun hàm truyền của hệ hở khi $\lambda = \lambda_K$ bằng:

$$|W(j\lambda)| = \frac{\Omega_{\max}^2}{\varepsilon_{\max} \vartheta_{\max}} = \frac{20^2 \cdot 60}{10 \cdot 4} = 600 = 55,6 \text{ dB}$$

Theo các số liệu này trên hình (322) ta xây dựng điểm kiểm tra A_K và vùng cấm được định dạng từ các đường thẳng có độ nghiêng 20 dB/dam và 40 dB/dam (các độ nghiêng 1 và 2).



Hình 322. Đ.B.L cho bài 455.

Đ.B.L mong muốn ở vùng tần số thấp được định dạng sao cho nó được vạch trên điểm A_K tới 3 dB điều đó tương ứng với sự tăng của hệ số khuếch đại tới $\sqrt{2}$ lần. Nó bao gồm các đoạn thẳng có các độ nghiêng $-2 - 1$. Ở vùng tần số thấp hàm truyền tần số của hệ hở sẽ có dạng:

$$W(j\lambda) = \frac{K(1 + j\lambda\tau_2)}{j\lambda(1 + j\lambda\tau)}$$

Ta xác định các thông số Đ.B.L mong muốn hàm truyền của hệ hở ở phân tần số thấp, tần số gốc Đ.B.L bằng:

$$\lambda_0 \sqrt{\sqrt{2} \frac{\varepsilon_{\max}}{\vartheta_{\max}}} = 1,19 \sqrt{\frac{1060}{4}} = 14,5 \text{ s}^{-1}$$

Hằng số thời gian của khâu hiệu chỉnh tạo ra điểm gấp đầu của Đ.B.L bằng:

$$\tau_1 = \frac{1}{\lambda_K} = \frac{1}{0,5} = 2 \text{ s}$$

Để thu được chỉ số dao động đã cho cần thực hiện bất đẳng thức:

$$\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{\tau_1} \leq \lambda_0 \sqrt{\frac{M-1}{M}}$$

Từ đó ta thu được giá trị tối thiểu hằng số thời gian thứ hai của khâu hiệu chỉnh:

$$\tau_0 = \frac{1}{\lambda_0 \sqrt{\frac{M-1}{M} + \frac{1}{\tau_1}}} = \frac{1}{14,5 \sqrt{\frac{1,5-1}{1,5} + \frac{1}{2}}} = 0,112 \text{ s}$$

Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh tuân tự bằng:

$$W_{KZ}(p) = \frac{1 + \tau_2 p}{1 + \tau_1 p} \quad (\tau_1 > \tau_2).$$

Và tương ứng khâu thụ động loại tích phân.

Tiếp theo ta xác định giá trị cần thiết của hệ số khuếch đại:

$$K = \sqrt{2} \frac{\Omega_{\max}}{\vartheta_{\max}} = 1,41 \cdot \frac{20 \times 60}{4} = 420 \text{ s}^{-1}.$$

Và tần số cắt của Đ.B.L:

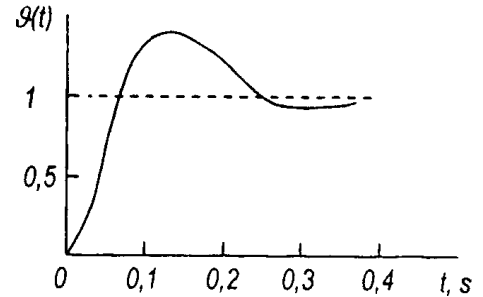
$$\lambda_c = \frac{K\tau_2}{\tau_1} = \frac{420 \times 0,112}{2} = 23,5 \text{ s}^{-1}$$

Tương ứng với các yêu cầu cho Đ.B.L ở vùng tần số cao ta có:

$$\frac{T_0}{2} + T_1 + T_2 + T_3 \leq \frac{1}{\lambda_c} \cdot \frac{M}{M+1}$$

Từ đó ta thu được giá trị cho phép chu kỳ phân tán của MTS:

$$T_0 \leq 2 \left[\frac{1}{\lambda_c} \cdot \frac{M}{M+1} - T_1 - T_2 - T_3 \right] = \left[\frac{1}{23,5} \cdot \frac{1,5}{1,5+1} - 0,01 - 0,002 - 0,001 \right] = 0,012 \text{ s}$$



Hình 323. Quá trình chuyển tiếp cho bài 455.

Quá trình chuyển tiếp ở tác dụng tầng duy nhất được biểu diễn trên hình 323.

456. Hãy tính toán hệ có MTS theo các số liệu ban đầu được đưa ra ở bài toán trước sau khi loại $T_1 = 0,05 \text{ s}$, $T_2 = 0,003 \text{ s}$, $T_3 = 0,001 \text{ s}$. Ngoài ra, khác với bài toán trước cho chu kỳ phân tán $T_0 = 0,02 \text{ s}$.

Yêu cầu xác định dạng và các thông số thiết bị hiệu chỉnh tuần tự, nó cần dựa vào phân liên tục của hệ, cũng như giá trị cần thiết của hệ số khuếch đại tổng K.

Đáp số: Hệ số khuếch đại tổng $K = 420 \text{ s}^{-1}$ ở phân liên tục của hệ cần có khâu tích phân - vi phân thụ động có hàm truyền.

$$W_{K\vartheta}(p) = \frac{(1 + T_{2K}p)(1 + T_{3K}p)}{(1 + T_{1K}p)(1 + T_{4K}p)},$$

Ở đây $T_{1K} = 2 \text{ s}$, $T_{2K} = 0,12 \text{ s}$, $T_{3K} = 0,05 \text{ s}$, $T_{4K} = 0,01 \text{ s}$.

457. Hàm truyền phân liên tục của hệ có MTS:

$$W(p) = \frac{K}{p^2}.$$

Hệ số khuếch đại tổng của mạch điều chỉnh hở $K = 1 \text{ s}^{-2}$, chu kỳ phân tán $T_0 = 1 \text{ s}$. Hãy xác định quy luật điều khiển được thực hiện nhờ MTS (xem hình 316), nó đảm bảo điều chỉnh tối ưu theo nghĩa cực tiểu thời gian xảy ra các quá trình khi thực hiện các tác dụng tầng, có nghĩa đảm bảo thời gian cuối cho hệ điều chỉnh.

Bài giải. Hàm truyền phân tán phân liên tục của hệ:

$$W(z) = 0,5 \times \frac{z+1}{z^2-2z+1} = 0,5 \times \frac{z^{-1} + z^{-2}}{1-2z^{-1} + z^{-2}}$$

Hàm truyền mong muốn của hệ kín ở dạng:

$$\Phi(z) = 0,5 z^{-1} + 0,5z^{-2}.$$

Khi đó các quá trình chuyển tiếp trong hệ sẽ kết thúc sau hai chu kỳ phân tán:

$$Y(z) = \Phi(z) \frac{z}{z-1} = \frac{0,5z^2 + 0,5z}{z^3 - z^2} = 0,5z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots$$

Hàm truyền phân tán của MTS bằng:

$$D(z) = \frac{\Phi(z)}{1-\Phi(z)} \cdot \frac{1}{W(z)} = \frac{z^2 - 2z + 1}{z^2 - 0,5z - 0,5} = \frac{1 - z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0,5z^{-1} - 0,5z^{-2}}$$

Từ đó quy luật điều khiển do MTS thực hiện cuối cùng có thể viết ở dạng biểu thức tính toán:

$$U(nT_0) = x(nT_0) - 2x[(n-1)T_0] + x[(n-2)T_0] + \\ + 0,5u[(n-1)T_0] + 0,5u[(n-2)T_0].$$

458. Hãy tính toán hệ có MTS mà phân liên tục của nó có số liệu như ở bài toán trước. Hãy tính thiết bị hiệu chỉnh tuần tự phân tán $D(z)$ và chu kỳ phân tán T_0 do đó để đảm bảo độ dự trữ ổn định được đánh giá bằng chỉ số dao động không nhỏ hơn $M \leq 1,5$.

Bài giải. Ta tính toán bằng phương pháp đặc tính tần số lôgarit.

Hàm số truyền tần số phân tán của hệ không hiệu chỉnh ban đầu bằng:

$$W(j\lambda) = \frac{K(1 - j\lambda \frac{T_0}{2})}{(j\lambda)^2}. \quad (1)$$

Hàm truyền phân tán mong muốn lấy ở dạng:

$$W_{ck}(j\lambda) = \frac{K(1 + j\lambda\tau)(1 - j\lambda \frac{T_0}{2})}{(j\lambda)^2 (1 + j\lambda \frac{T_0}{2})}, \quad (2)$$

Ở đây: $\tau \geq \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{M}{M-1}} = 1,73 \text{ s}$

$$\lambda_0 = \sqrt{K} = 1 \text{ s}^{-1}$$

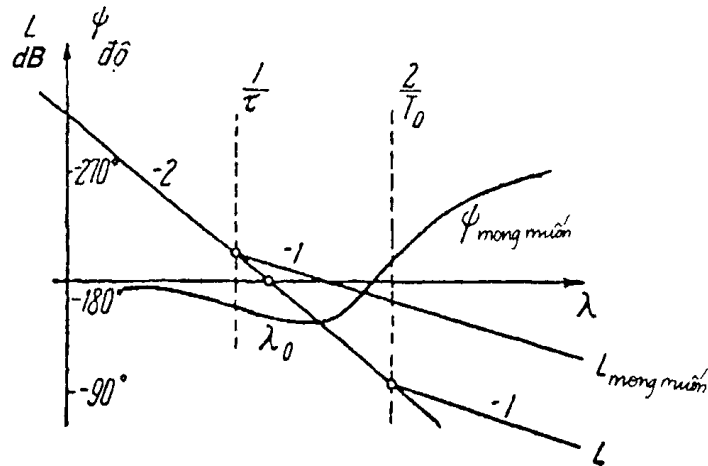
$$T_0 \leq \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{M(M-1)}{M+1}} = 0,5 \text{ s},$$

$$\frac{T_0}{2} = 0,25 \text{ s}.$$

Hàm truyền của thiết bị hiệu chỉnh có dạng:

$$D(j\lambda) = \frac{W_{CK}(j\lambda)}{W(j\lambda)} = \frac{1 + j\lambda\tau}{1 + j\lambda\frac{T_0}{2}} \quad (3)$$

Các đặc tính tần số lôgarit tương ứng được xây dựng trên hình 324.



Hình 324. Các đặc tính tần số lôgarit cho bài 458.

Ta thực hiện biến đổi Z, nếu thế:

$$\frac{U(z)}{X(z)} = D(z) = \frac{\left(1 + \frac{2\tau}{T_0}\right)z + 1 - \frac{2\tau}{T_0}}{2z} = b_0 + b_1 z^{-1}, \quad (4)$$

Ở đây:

$$b_0 = \frac{1 + \frac{2\tau}{T_0}}{2} = 3,96; \quad b_1 = \frac{1 - \frac{2\tau}{T_0}}{2} = -2,96$$

Suy ra quy luật điều khiển được thực hiện nhờ MTS có dạng:

$$U(nT_0) = b_0 x(nT_0) + b_1 x[(n-1)T_0]. \quad (5)$$

Có nghĩa ta sử dụng điều khiển theo độ nghiêng và hiệu ban đầu (xem phụ lục 23).

459. Hãy tính toán thiết bị hiệu chỉnh tuân tự phân tán $D(z)$ và chu kỳ phân tán T_0 từ điều kiện thu được độ dự trữ ổn định cần thiết của hệ. Hệ với MTS có hàm truyền phân liên tục ở dạng:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 - 1}$$

Ở đây $K = 90$; $T^2 = 10 \text{ s}^2$. Chỉ số dao động yêu cầu $M \leq 1,5$.

Đáp số: $D(z) = b_0 + b_1 z^{-1}$; ở đây $b_0 = 4$, $b_1 = -3$, $T_0 = 0,166 \text{ s}$.

CÁC HỆ CỰC ĐẠI VÀ TỰ HIỆU CHỈNH

19.1. LẬP CÁC SƠ ĐỒ CẤU TRÚC CỦA CÁC HỆ CỰC ĐẠI VÀ TỰ HIỆU CHỈNH VÀ NGHIÊN CỨU ĐỘ ỔN ĐỊNH CỦA CHÚNG

460. Hãy tìm hàm truyền và lập sơ đồ cấu tạo của hệ hiệu chỉnh tự động tần số được biểu diễn trên hình 325. Hệ cân hiệu chỉnh mạch dao động bao gồm độ cảm ứng L và điện dung tổng $c = c_1 + c_{20}$, cộng hưởng với tín hiệu đầu vào $u_y(t) = u_{0m}\sin 2\pi f_0 t$. Hiệu chỉnh mạch tới cộng hưởng thực hiện bởi sự thay đổi giá trị điện dung thay đổi c_1 , c nhờ động cơ có bảo đảm tách tín hiệu đầu vào đồng bộ nhờ bộ tách đồng bộ CD và tụ điện thay đổi c_2 có điện dung nhỏ mà giá trị của nó được thay đổi theo quy luật $c_2 = c_{20} + c_{2m}\sin \omega_1 t$ bằng quay các thanh của nó bởi động cơ D_2 với tốc độ góc không đổi ω_1 cho bộ tách đồng bộ được cấp từ máy phát ΓOH cho động cơ D_2 dẫn động quay D_2 .

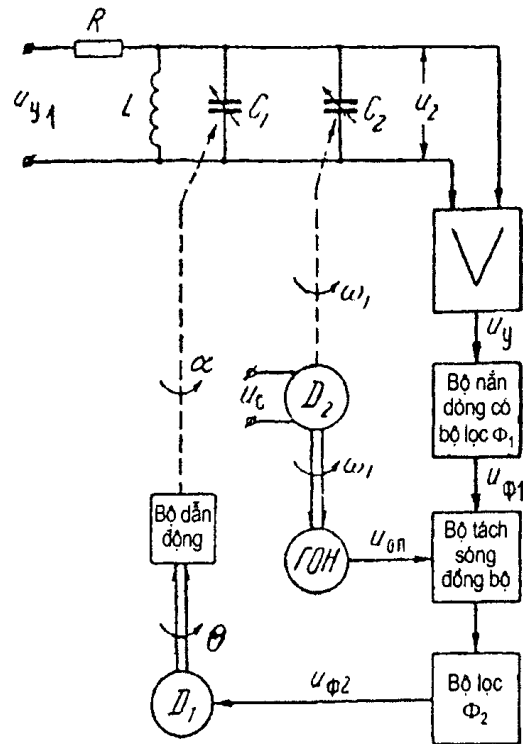
Từ mạch cộng hưởng tín hiệu được cấp cho bộ khuếch đại không quán tính có hệ số khuếch đại k_y , mà ở đầu ra của nó có bộ nắn dòng và bộ lọc Φ_1 , điều chỉnh theo tần số tín hiệu ω_1 , c với hệ số khuếch đại k_{Φ_1} và dải đi qua $\Delta f_1 = 1000$ Hz, sau bộ tách đồng bộ CD cũng có bộ lọc Φ_2 có hệ số khuếch đại k_{Φ_2} và dải đi qua $\Delta f_2 = 20$ Hz các bộ lọc Φ_1 và Φ_2 là các khâu không bậc thứ nhất.

Sự tìm cực đại được thực hiện như sau khi điều chỉnh mạch cộng hưởng ở đầu ra của bộ tách đồng bộ xuất hiện tín hiệu tỷ lệ với đạo hàm $\frac{du_{2m}}{d\omega_0}$ sau sự làm bằng bởi bộ lọc Φ_2 nó đi tới động cơ do đó điện dung c_1 thay đổi tới khi đạo hàm $\frac{du_{2m}}{d\omega_0}$ sẽ

không bằng 0. Vị trí này sẽ tương ứng với cộng hưởng.

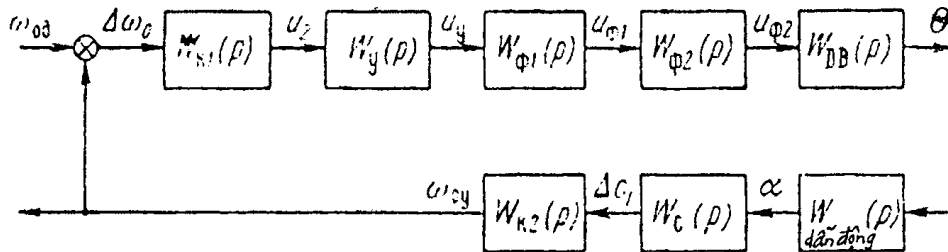
Các số liệu ban đầu để tính toán các hàm truyền: $R = 10^3 \Omega$, $c_{10} = 400$ nF, $L = 0,5$ H, $f_0 = 10^4$ Hz, $c_2 = 100 + 50\sin \omega_1 t$ nF, các bộ lọc $k_{\Phi_2} = 0,8$, giá trị hiệu dụng của điện áp đầu vào $U_1 = \frac{u_{0m}}{\sqrt{2}} = 100$

V, động cơ D_1 tạo ra 3000 vg/ph ở điện áp 30 V. Bộ dẫn động có hệ số truyền $k_{tr} = 10^{-3}$. Điện dung của tụ c_1 thay đổi tới nF khi quay thanh của nó tới 1 rad. Trở điện đầu vào của bộ khuếch đại coi bằng vô cùng.



Hình 325. Sơ đồ cấu tạo của hệ hiệu chỉnh tự động tần số.

Bài giải. Sơ đồ cấu tạo và hàm truyền của hệ đã cho có thể được biểu diễn ở hai phương án phụ thuộc vào chọn các đại lượng điều chỉnh. Các đại lượng này có thể là tần số tín hiệu đầu vào f_0 hay điện dung mạch cộng hưởng $c = c_1 + c_{20}$. Ta nghiên cứu cả hai phương án. Nếu đại lượng điều chỉnh là tần số $\omega_0 = 2\pi f_0$ thì sơ đồ cấu tạo của hệ sẽ có dạng biểu diễn trên hình 326. Các hàm truyền của các phân tử vào hệ được xác định như sau.



Hình 326. Sơ đồ cấu tạo của hệ điều chỉnh tần số tự động với giá trị điều chỉnh ω_0 .

1. $W_{K1}(p) = \frac{\Delta U_2(p)}{\Delta \Omega_0(p)}$ - hàm truyền đặc trưng thay đổi điện áp hiệu dụng như thế nào ở

đầu ra mạch cộng hưởng u_2 khi thay đổi tần số tín hiệu f_0 . Ta sẽ tìm nó ở giả thiết: chính mạch là khâu không quán tính bởi vì hoạt động xảy ra gần tần số cộng hưởng. Pha của tần số mạng f_0 không đóng vai trò lớn do tồn tại bộ nấn dòng, có tính đến các giả thiết này từ sơ đồ mắc mạch (xem hình 325), suy ra:

$$U_2 = \frac{U_1 |z_K(\omega)|}{|R + z_K(\omega)|}, \quad (1)$$

Ở đây $z_K(\omega) = \frac{\omega_0 L}{\omega_0^2 CL - 1}$ - trở điện của mạch cộng hưởng.

Nếu kể đến nó thì ta có:

$$U_2 = U_1 \frac{\omega_0}{\sqrt{R^2 (\omega_0^2 LC - 1)^2 + \omega_0^2 L^2}} \quad (2)$$

Suy ra:
$$\frac{\partial U_2}{\partial \omega_0} = \frac{U_1 R^2 L (1 - \omega_0^4 C^2 L^2)}{R^2 (\omega_0^2 CL - 1)^2 + \omega_0^2 L^2}^{3/2}$$

Khi cộng hưởng $\omega_0^2 CL = 1$ đạo hàm này bằng 0 ở các độ lệch tần số với cộng hưởng sự phụ thuộc $\frac{\partial U_2}{\partial \omega_0}$ vào ω ở trường hợp chung là phi tuyến. Vì vậy hàm truyền $W_{K1}(p)$ ở trường hợp tổng quát có thể biểu diễn ở dạng:

$$W_{K1}(p) = k_{K1}(\omega) \quad (4)$$

Nếu tần số tín hiệu đầu vào lệch tới $\pm 10\%$ từ $f_0 = 10^4$ Hz, thì:

$$k_{K1}(\omega) = \begin{cases} 5,7 \cdot 10^7 \text{ V.s khi } f = f_0 + 0,1f_0 \\ 0 \text{ khi } f_0, \\ 7,5 \cdot 10^7 \text{ V.s khi } f = f_0 - 0,1f_0. \end{cases}$$

2. $W_y(p) = k_y$ - hàm truyền của bộ khuếch đại.

3. $W_{\Phi 1}(p) = \frac{k_{\Phi 1}}{T_1 p + 1}$ - hàm truyền của bộ lọc thứ nhất. Hằng số thời gian.

$$T_1 = \frac{1}{\pi \Delta f_1} = \frac{1}{3,14 \times 1000} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

4. $W_{\Phi 2}(p) = \frac{k_{\Phi 2}}{T_2 p + 1}$ - hàm truyền của bộ lọc thứ hai ở đây.

$$T_2 = \frac{1}{\pi \Delta f_1} = \frac{1}{3,14 \times 20} \text{ - hàm truyền của động cơ ở đây.}$$

$$k_{dc} = \frac{\theta_{x.x.}}{U_{x.x.}} = \frac{n_{x.x.} \cdot \pi}{60 \cdot U_{x.x.}} = \frac{3000 \cdot 3,14}{60 \cdot 30} = 10,5 \text{ v}^{-1}, \text{ s}^{-1}$$

$$T_{dc} = 0,04 \text{ s.}$$

6. $W_{tr}(p) = k_{tr}$ - hàm truyền của bộ dẫn động $k_{tr} = 10^{-3}$.

7. $W_c(p) = \frac{\Delta C_1(p)}{\Delta \alpha(p)}$ - hàm truyền đặc trưng sự thay đổi điện dung C_1 khi quay trục của

nó. Tương ứng với bài, đặc tính này là tuyến tính. Độ hỗ dẫn của đặc trưng:

$$k_C = 80 \text{ nF/rad} = 8 \cdot 10^{-11} \text{ F.}$$

8. $W_{K2}(p) = \frac{\Delta \omega_0(p)}{\Delta C_1(p)}$ - hàm truyền đặc trưng sự thay đổi tần số cộng hưởng khi thay

đổi điện dung C_1 . Để xác định nó ở giả thiết trong mục "1" ta vi phân biểu thức (2) theo C ở kết quả ta có:

$$\frac{\partial U_2}{\partial C_1} = U_1 \frac{R^2 L^2 \omega_0^3 (1 - \omega_0^2 CL)}{[R^2 (1 - \omega_0^2 LC)^2 + \omega_0^2 L^2]^{3/2}} \cdot \frac{B}{\phi} \quad (5)$$

Nếu chưa (5) cho (3) ta tìm được:

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial C_1} = \frac{L \omega_0^3}{1 + \omega_0^2 LC} \text{ f}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \quad (9)$$

Do đó, nếu coi mạch không quán tính, ta có:

$$W_{K2}(p) = k_{K2}(\omega).$$

Nếu tần số đã cho $f_0 = 10^4 \text{ Hz}$, thì:

$$k_{K2}(\omega) = (6,3^{+1,15}_{-1,1}) \cdot 10^{-13} \text{ f}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Do đó, hàm truyền của hệ ở trạng thái hờ có dạng:

$$W_\omega(p) = \frac{k_{K1}(\omega) k_y k_{\Phi 1} k_{\Phi 2} k_{dc} k_{tr} k_C k_{K2}(\omega)}{p (T_1 p + 1) (T_2 p + 1) (T_{dc} p + 1)} \quad (7)$$

Nếu thế các giá trị số đối với các tần số f_0 , $f_0 + 0,1 f_0$ và $f_0 - 0,1 f_0$, ta có:

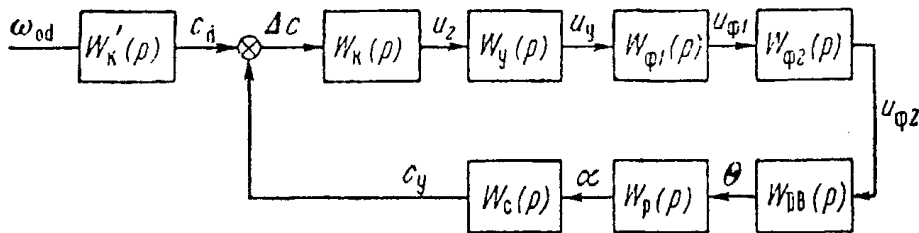
$$f = f_0, W_\omega(p) = 0, \quad (8)$$

$$f = f_0 + 0,1 f_0 \quad W_\omega(p) = \frac{2,28 \cdot 10^{-6} k_y}{p(3,2 \cdot 10^{-4} p + 1)(0,016p + 1)(0,04p + 1)}, \quad (9)$$

$$f = f_0 - 0,1 f_0 \quad W_\omega = \frac{2,28 \cdot 10^{-6} k_y}{p(3,2 \cdot 10^{-4} p + 1)(0,016p + 1)(0,04p + 1)}, \quad (10)$$

Bây giờ ta tìm hàm truyền nếu đại lượng điều chỉnh là điện dung C_1 .

Sơ đồ cấu tạo của hệ này có dạng được biểu diễn trên hình 327. Các hàm truyền có ở hệ này $W_y(p)$, $W_{\Phi_1}(p)$, $W_{dc}(p)$, $W_{tr}(p)$ và $W_C(p)$ cũng chính xác như ở trường hợp trước.



Hình 327. Sơ đồ cấu tạo hệ điều chỉnh tự động tần số có đại lượng điều chỉnh C_1 .

Hàm truyền $W_K(p) = \frac{\Delta U_2(p)}{\Delta C(p)}$, đặc trưng sự tăng của điện áp U_2 ở đầu ra mạch cộng

hưởng khi thay đổi điện dung C . Ở các kết luận nói trên về đặc tính chỉnh lưu tín hiệu ở đầu ra của bộ khuếch đại có thể cho rằng:

$$W_K(p) = k_K(\omega) \quad (11)$$

Ở đây $k_K(\omega)$ - hệ số được tính theo công thức (5).

Trong trường hợp điều chỉnh mạch tới cộng hưởng $k_K(\omega) = 0$

$$\text{Khi } f = f_0 + 0,1 f_0 \quad k_K(\omega) = -4,2 \cdot 10^7 \text{ V/F}$$

$$\text{Khi } f = f_0 - 0,1 f_0 \quad k_K(\omega) = +3,6 \cdot 10^7 \text{ V/F.}$$

Do đó, hàm truyền của hệ hở được bao bằng liên hệ ngược có các giá trị sau:

$$\text{Khi } f = f_0 \quad W_C(p) = 0, \quad (12)$$

$$\text{Khi } f = f_0 + 0,1 f_0 \quad W_C(p) = \frac{-2,28 \cdot 10^{-6} k_y}{(3,2 \cdot 10^{-4} p + 1)(0,016p + 1)(0,04p + 1)} \quad (13)$$

$$\text{Khi } f = f_0 - 0,1 f_0 \quad W_C(p) = \frac{-2,28 \cdot k_y}{(3,2 \cdot 10^{-4} p + 1)(0,016p + 1)(0,04p + 1)} \quad (14)$$

Như thấy rõ từ các biểu thức (9), (10), (13) và (14) các hàm truyền không phụ thuộc vào chọn đại lượng điều chỉnh. Điều này về mặt hình thức suy ra từ:

$$K_{K1}(\omega) \cdot k_{K2}(\omega) = \frac{\partial U_2}{\partial \omega_0} = \frac{\partial \omega_0}{\partial C_1} = k_K(\omega) = \frac{\partial U_2}{\partial C_1} \text{ V/F}$$

Trước mạch kín của hệ cân mắc phân tử đặc trưng sự thay đổi giá trị điện dung khi cộng hưởng từ tần số f_0 của tín hiệu đầu vào. Nó có thể được biểu diễn bởi khâu không quán tính có hệ số truyền:

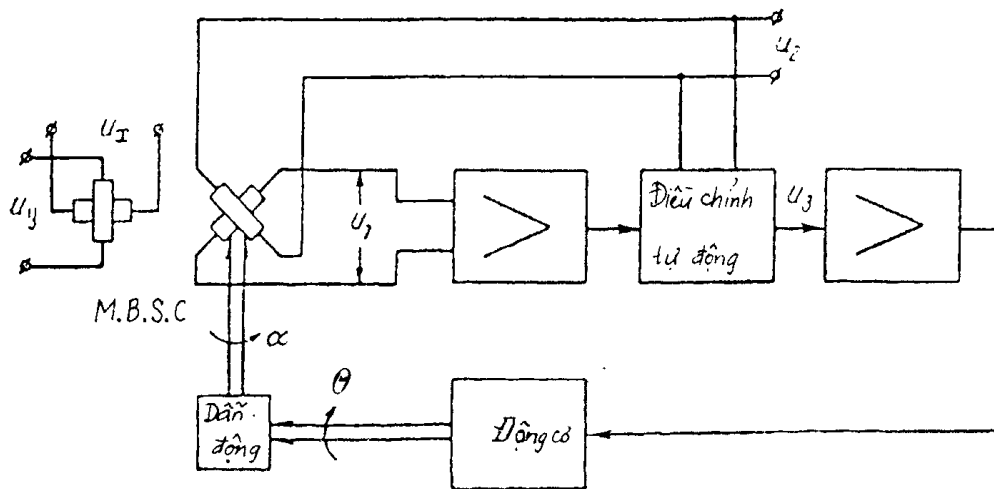
$$k_k(\omega) = \frac{\partial C}{\partial \omega} = \frac{1 + \omega^2 LC}{L\omega^3} F.s$$

Ở f_0 và $f_0 \pm 10\%$ đại lượng:

$$k_K^1(\omega) = \begin{cases} 1,34 \cdot 10^{-14} F.s & \text{khi } f = f_0 + 0,1 f_0, \\ 1,62 \cdot 10^{-14} F.s & \text{khi } f = f_0, \\ 1,92 \cdot 10^{-14} F.s & \text{khi } f = f_0 - 0,1 f_0. \end{cases}$$

461. Hãy lập sơ đồ cấu tạo và xác định hàm truyền hệ từ hiệu chỉnh.

Xây dựng vectơ theo hai thành phần (hình 328). Các thành phần vectơ cho ở dạng các điện áp thay đổi U_x và U_y cho các cuộn dây stato.



Hình 328. Hệ tự điều chỉnh tự động xây dựng vectơ theo hai thành phần.

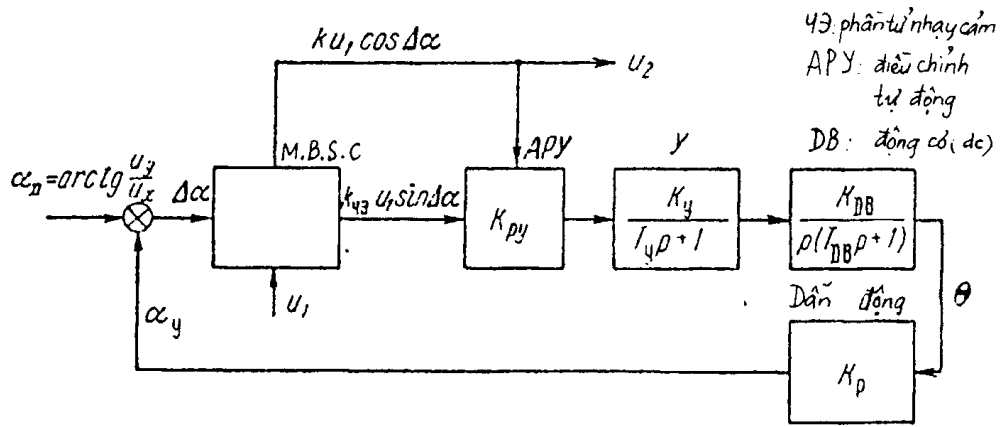
Máy biến áp sin - cosin (M.B.S.C) môđun vectơ xây dựng được biểu diễn bằng các điện áp:

$$U_2 = \frac{\omega_2}{\omega_1} \sqrt{U_x^2 + U_y^2} = k_{ba} \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$$

Ở đây $k_{ba} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ - hệ số biến áp (M.B.S.C) góc quay của rôto xác định vị trí trị vectơ

U_2 trong hệ các tọa độ X, Y. Sự quay của rôto tới góc được thực hiện bởi hệ theo dõi bao gồm bộ khuếch đại có điều chỉnh khuếch đại tự động, động cơ và bộ truyền động.

Sự tự hiệu chỉnh là ở chỗ duy trì điểm áp không đổi U_3 ở đầu vào bộ khuếch đại ở cùng độ không ăn khớp $\Delta\alpha$ B ở khuếch đại là khâu không tuần hoàn, động cơ được biểu diễn ở dạng tích các khâu tích phân và không tuần hoàn.



Hình 329. Sơ đồ cấu tạo của hệ xây dựng vector tự hiệu chỉnh tự động theo hai thành phần.

Đáp số: Sơ đồ cấu tạo được biểu diễn trên hình 329 không có điều chỉnh khuếch đại tự động hàm truyền của hệ có dạng:

$$W(p) = \frac{kU_1}{p(T_y p + 1)(T_{dc} p + 1)}$$

Ở đây $k = k_{ba} k_{py} k_y k_{dc}$ áp U_2 cho bộ điều chỉnh khuếch đại tự động thì hệ số truyền của nó k_{py} bằng $\frac{k_{py}}{U_1}$, thì ta có:

$$W(p) = \frac{k}{p(T_y p + 1)(T_{dc} p + 1)}$$

Ở đây $k = k_{ba} k_{py} k_y k_{dc} k_p$ được nghiên cứu ở bài 460, hãy xác định hệ số khuếch đại k_y của bộ khuếch đại đảm bảo độ ổn định điều khiển trong các giới hạn độ lệch tần số f_0 tới $\pm 20\%$.

Đáp số: $K_y < 1,71 \cdot 10^7$.

463. Ở hệ được nghiên cứu ở bài 461 hãy tìm giá trị hệ số k'_{py} đảm bảo độ hoạt động ổn định của hệ ở các số liệu ban đầu sau:

$$k_{tr} = 0,5, k_y = 10^4, k_{dc} = 12 \text{ V}^1 \cdot \text{s}^{-1}, k_p = 1,3 \cdot 10^{-3}, T_y = 0,025 \text{ s}, T_{dc} = 0,045 \text{ s}.$$

Đáp số: $k_{py} < 0,8$.

464. Hãy tìm hàm truyền $\Phi(p)$ của hệ tự hiệu chỉnh kín có bộ lọc gốc $\Phi_0(p)$ mà sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 330. Hãy xác định hệ số ổn định hay không ở các giá trị số có trong hàm truyền như sau: $k_\Phi = k_2 = k_1 = 1, k_3 = 100 \text{ s}^{-1}, T_\Phi = 0,04 \text{ s}, T_1 = 0,001 \text{ s}, T_2 = 0,2 \text{ s}$.

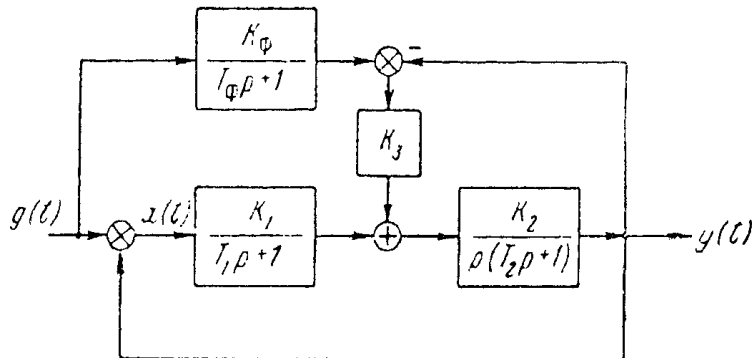
Đáp số:

$$\Phi(p) = \frac{k_2 k_1 (T_\Phi p) + k_\Phi k_3 k_2 (T_1 p + 1)}{(T_\Phi + 1) [p(T_1 p + 1) + k_3 k_2 (T_1 p + 1) k_1 k_2]}$$

Nếu cho rằng k_3 lớn hơn nhiều các số hạng khác, thì có thể viết:

$$\Phi(p) \approx \frac{k_\Phi}{T_\Phi p + 1} = \Phi_0(p)$$

Ở các giá trị đại lượng đã cho hệ ổn định.



Hình 330. Sơ đồ cấu trúc của hệ tự điều chỉnh có bộ lọc gốc.

465. Hệ được nghiên cứu ở bài toán trước được dùng để đảm bảo chất lượng điều chỉnh khi thay đổi hàm truyền của phân tử đầu khi thay đổi hàm truyền của phân tử đầu ra $W(p) = \frac{k_2}{p(T_2 p + 1)}$ và các giá trị đại lượng đi tới nó. Hãy xác định ở giá trị giới hạn nào k_2 hệ sẽ ổn định. Để so sánh hãy cùng tìm hệ số giới hạn k_2 , trong trường hợp không có mạch tự điều chỉnh ($k_3 = k_\Phi = 0$).

Đáp số: $K_2 < 2140 \text{ s}^{-1}$, $k_2 < 1005 \text{ s}^{-1}$.

19.2. CHẤT LƯỢNG CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH CỰC ĐẠI

466. Trong hệ điều chỉnh tự động tần số, mà sơ đồ cấu trúc của nó được biểu diễn trên hình 327. Hãy tìm quá trình chuyển tiếp nếu bỏ qua các hằng số thời gian của các bộ lọc T_1 và T_2 . Khi tính toán lấy các giá trị sau của đại lượng đầu vào $T_{dc} = 0,04 \text{ s}$, $k_{dc} = 10,5 \text{ V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, $k_{\Phi 2} = 0,8$, $k_y = 10^7$, $k_{tr} = 10^{-3}$, $k_c = 8 \cdot 10^{11} \text{ F}$. Hệ số $k_K(\omega)$ được tính theo công thức:

$$K_K(\omega) = \frac{\partial U_2}{\partial C} = U_1 \frac{R^2 L^2 \omega_0^3 (1 - \omega_0^2 CL)}{[R^2 (1 - \omega_0^2 CL)^2 + \omega_0^2 L^2]^{3/2}} \text{ V/F}$$

Ở đây $R = 100 \Omega$, $U_1 = 100 \text{ V}$, $C = 500 \text{ nF}$, $L = 0,5 \text{ H}$, $\omega_0 = 2\pi f_0 = 6,28 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$.

Độ lệch ban đầu vào tần số cộng hưởng bằng $0,2\omega_0$ ở tần số ω_0 bằng tần số cộng hưởng các nhiễu bên ngoài không có tốc độ ban đầu của sự thay đổi tần số bằng 0.

Bài giải. Sơ đồ cấu trúc của hệ ở các giả thiết trước có dạng được biểu diễn trên hình 331.

Ở đây:

$$k = k_{\Phi 1} k_{\Phi 2} k_y k_c k_{dc} k_{tr} = 5,35 \cdot 10^{-6} \text{ F/V.}$$

Phương trình vi phân của hệ có dạng:

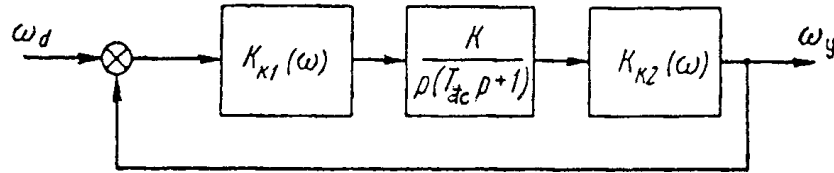
$$p(T_{dc} p + 1) C_y = k U_2,$$

$$U_2 = k_K(\omega) (C_D - C_y).$$

Nếu giải hệ này, ta có:

$$T_{dc} \frac{d^2 C_y}{dt^2} + \frac{dC_y}{dt} = k k_K(\omega) (C_D - C_y) \quad (1)$$

Bởi vì ở các giá trị số đã cho gần cộng hưởng số hạng đầu tiên của tử số theo đạo hàm $\frac{\delta U_2}{\delta C}$.



Hình 331. Sơ đồ cấu tạo của hệ điều chỉnh tần số tự động đơn giản.

Nhỏ hơn nhiều số hạng thứ hai, thì có thể viết:

$$K_K(\omega) \approx \frac{U_1 R^2}{L} (1 - \omega_0^2 CL) \quad (2)$$

Ở công thức (1) là điện dung tổng $C_y = C_0 + C_2$. Để nghiên cứu chính độ ổn định cân biết độ lệch của nó với giá trị cộng hưởng $C_0 = \frac{1}{\omega_0^2 L}$. Vì vậy có thể viết:

$$k_K(\omega) = \frac{U_1 R^2}{L} [1 - \omega_0^2 (C_0 + C_2) L] = U_1 R^2 \omega_0^2 C_2$$

Nếu thế nó vào phương trình (1) ta có:

$$T_{dc} \frac{d^2 C_2}{dt^2} + \frac{dC_2}{dt} + k U_1 R^2 \omega_0^2 C_0 C_D$$

Độ lệch nhỏ của C_2 với cộng hưởng cho phép tuyến tính hoá phương trình này theo C_2 :

$$T_{dc} \frac{d^2 C_2}{dt^2} + \frac{dC_2}{dt} + k U_1 \omega_0^2 C_0 C_2 = k U_1 R^2 \omega_0^2 C_0 C_D$$

Nếu thế các giá trị số, ta có:

$$0,04 \frac{d^2 C_2}{dt^2} + \frac{dC_2}{dt} + 2,13 C_2 = 2,13 C_D$$

Các nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$p_{1,2} = 12,5 \pm j \sqrt{28,2} = -12,5 \pm j 5,3.$$

Do đó nghiệm tổng quát:

$$C_2 = D_1 e^{(-12,5 + j 5,3)t} + D_2 e^{(12,5 - j 5,3)t}.$$

Để xác định các hằng số tích phân ta tìm điện dung C thay đổi thế nào khi thay đổi tần số ω tới 20% ω_0 .

Vì vậy ta sử dụng biểu thức (2) nếu cho rằng sự thay đổi tần số ω cân bù sự thay đổi điện dung. Tương ứng với điều đó có thể viết.

$$\frac{U_1 R^2}{L} [1 - (\omega_0 + \Delta\omega)^2 C_0 L] = \frac{U_1 R^2}{L} [1 - \omega_0^2 (C_0 + \Delta C) L]$$

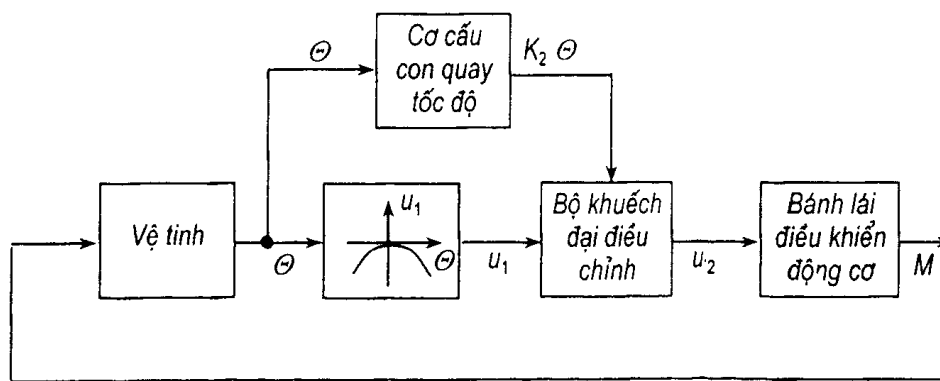
Từ đó suy ra:

$$\Delta\omega = 0,2\omega_0 \text{ thì } \Delta C = 0,4C_0 = 200 \text{ nF}$$

Nếu thay cho điều kiện ban đầu $C_{20} = 200 \text{ nF}$, $C_{20} = 0$ vào (3) ta có:

$$C_2 = 200 [1 - e^{-12,5t} (\cos 5,3t + 2,36 \sin 5,3t)].$$

• 467. Hãy tìm quá trình chuyển tiếp trong hệ cực trị ổn định vị trí góc của vệ tinh mà sơ đồ khối của nó được biểu diễn trên hình 332.



Hình 332. Sơ đồ khối của hệ cực trị ổn định của vệ tinh.

Các phương trình mô tả động lực học đồng của hệ như sau:

1. Phương trình vệ tinh:

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = M$$

2. Phương trình động cơ ổn định có bánh lái:

$$M = k_M U_2$$

3. Phương trình khâu logic:

$$U_2 = k_2 U_1 \text{ sign} \frac{d\theta}{dt}$$

4. Phương trình đặc tính cực trị:

$$U_1 = -k_1 \theta^2.$$

Các số liệu ban đầu để tính toán: $J = 100 \text{ kG. m.s}^2$, $k_1 = 60 \text{ V/rad}^2$, $k_2 = 100$, $k_M = 0,1 \text{ kG. m.V}^{-1}$, các độ lệch ban đầu $\theta_0 = 10^\circ$, $\dot{\theta}_0 = 15 \text{ độ/s}$.

Chỉ dẫn: Phương trình tổng tuyến tính ở điểm $\theta = 15^\circ$

Đáp số: $\theta = 29^\circ \sin (0,5t + 20^\circ 30')$

468. Hãy tìm quá trình chuyển tiếp và xây dựng hình ảnh pha của nó trong hệ được nghiên cứu ở bài 467, nếu phương trình khâu logic có dạng:

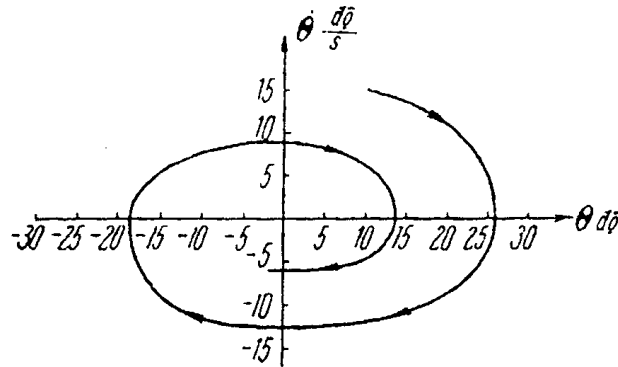
$$U_2 = k_2 U_1 \operatorname{sign} \theta = k_3 \theta,$$

$$K_3 = 4,3 \cdot 10^3 \text{ v.s.}$$

Các số liệu ban đầu còn lại và các giả thiết được lấy như ở bài 467.

Đáp số: $\theta = 29^0 e^{-0,056t} \sin(0,558t + 20^0 30')$

Hình ảnh pha được biểu diễn trên hình 333.



Hình 333. Bức tranh pha của quá trình chuyển tiếp ổn định vị trí góc của vệ tinh.

469. Hãy xác định các tổn thất do sự tìm trong hệ điều chỉnh tần số tự động được nghiên cứu ở bài 460. Cơ sở nghiên cứu là sơ đồ cấu tạo được biểu diễn trên hình 326, các số liệu ban đầu cho tính toán là:

$$k_y = 10^7, k_{\Phi 1} = k_{\Phi 2} = 0,8, k_{tr} = 10^{-3}, K_C = 8 \cdot 10^{-11} \phi, k_{dc} = 10,5 \text{ v}^{-1}, s^{-1}, T_{dc} = 0,04 \text{ s}, \\ T_{\Phi 2} = 0,016 \text{ s}, T_{\Phi 1} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}, R = 1000 \Omega, C_1 = 400 \text{ pF}, C_2 = C_{20} + C_{2m} \sin \omega_1 t = 100 + 50 \sin 40t \text{ pF}, L = 0,5 \text{ H}, \omega_0 = 6,28 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}.$$

Bài giải. Các tổn thất cho tìm kiếm là sai số trung bình $\bar{x}(t)$, xuất hiện trong hệ cực đại ở chế độ được thiết lập ở kết quả chuyển động tìm kiếm. Nếu $F(y)$ là phụ thuộc hàm đặc trưng các tính chất cực đại của phần tử nào đó khi thay đổi đại lượng điều chỉnh y , thì các tổn thất cho tìm kiếm:

$$\overline{F - F_E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 F}{dy^2} x_2^2(t),$$

Ở đây F_E - giá trị cực đại.

Khi tìm hình sin có biên độ A_1 :

$$\overline{x^2} = \frac{A_1^2}{2}.$$

Chúng ta nghiên cứu các tổn thất cho tìm kiếm, nếu đại lượng điều chỉnh là điện dung $C_D = C_{20} + C_1$. Vì vậy các tổn thất cho tìm kiếm:

$$\overline{C_D - C_D} = \frac{1}{2} k \cdot \frac{\delta^2 U}{\delta C^2} (\Delta C)^2 \quad (1)$$

Ở đây $k = k_y k_{\phi_1} k_{\phi_2} k_{dc} k_p K_C = 5,35 \cdot 10^{-6}$ - hệ số truyền tổng không có mạch cộng hưởng với hàm số truyền $W_{K2}(p) = \frac{\delta U_2}{\delta C} = k_{K2}(\omega_0)$.

Đạo hàm thứ hai $\frac{\delta^2 U}{\delta C^2}$ ta tìm được vi phân biểu thức $\frac{\delta U}{\delta C}$, được đưa ra trong bài 460:

$$\begin{aligned} \frac{\delta^2 U}{\delta C^2} &= \\ &= \frac{U_1 R^2 L^3 \omega^5 \{-[R^2(1-\omega^2 CL) + \omega^2 L^2]^{3/2} + 3R^2(1-\omega^2 CL)^2 [R^2(1-\omega^2 L^2) + \omega^2 L^2]^{1/2}\}}{[R^2(1-\omega^2 CL)^2 + \omega^2 L^2]^3} = \\ &= \frac{U \cdot R^2 L^2 \omega^5 \{-[R^2(1-\omega^2 CL)^2 + \omega^2 L^2] + 3R^2(1-\omega^2 CL)^2\}}{[R^2(1-\omega^2 CL)^2 + \omega^2 L^2]^{5/2}} \end{aligned}$$

Tính toán theo công thức này cho:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial C^2} = 4 \cdot 10^5 \text{ V/F}^2. \quad (2)$$

Biên độ sai số ΔC có thể tìm theo công thức:

$$\Delta C_{1m} = |\Phi_x(j\omega)|_{\omega=\omega_1} \cdot C_{2m} = \left| \frac{1}{1+W(j\omega)} \right|_{\omega=\omega_1} \cdot C_{2m} \quad (3)$$

Ở đây:

$$W(j\omega) = \frac{k k_{K2}(\omega_0)}{p(T_{LB}p+1)(T_{\phi_1}p+1)(T_{\phi_2}p+1)} \Big|_{\dot{p} = j\omega_1}$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \Phi_x(j\omega) &= \\ &= \left| \omega = \omega_1 = \omega_1 [(T^2 \omega_1^2 + 1)(T_{\phi_1}^2 \omega_1^2 + 1)(T_{\phi_2}^2 \omega_1^2 + 1)]^{1/2} \times \right. \\ &\quad \times \left\{ k k_{K2}(\omega_0) + T_{dc} T_{\phi_1} T_{\phi_2} \omega_1^4 - (T_{dc} + T_{\phi_1} + T_{\phi_2}) \omega_1^2 \right\}^2 + \\ &\quad \left. + \omega_1^2 [1 - \omega_1^2 (T_{dc} T_{\phi_1} + T_{dc} T_{\phi_2} + T_{\phi_1} T_{\phi_2})]^2 \right\}^{-1/2} \end{aligned}$$

Nếu thế các giá trị số với sự tuyến tính hoá số hạng $k_{K2}(\omega_0)$ ở điểm tương ứng với độ lệch điện dung C tới 25 pF với cộng hưởng (bằng nửa biên độ C_{2m}), ta có:

$$|\Phi_x(j\omega)|_{\omega=\omega_1} = 0,98$$

Nếu thế biểu thức này vào (3) ta có:

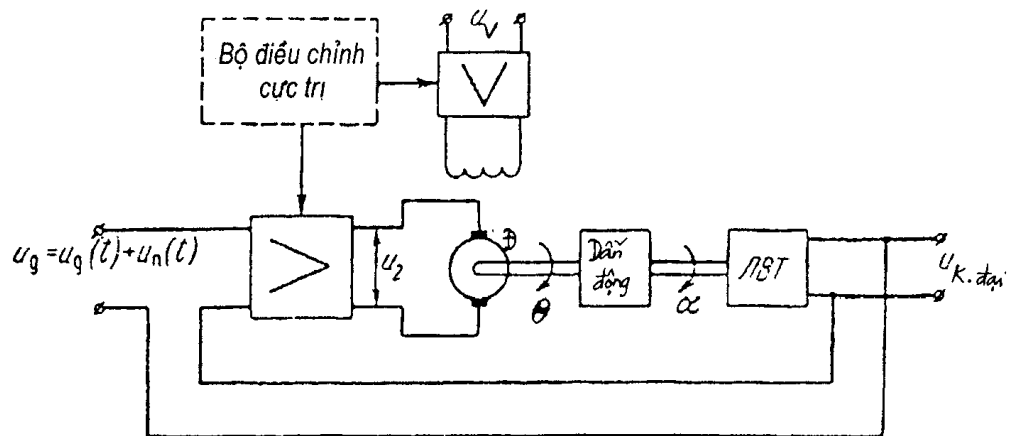
$$\Delta C_{1m} = 0,98 C_{2m} = 0,98 \cdot 50 = 49 \text{ pF} = 4,9 \cdot 10^{-11} \text{ F}$$

Do đó các tổn thất cho tìm kiếm theo điện dung bằng:

$$C_D - C_{D0} = \frac{1}{2} k \frac{\partial^2 U}{\partial C^2} \cdot \frac{(\Delta C_{lm})^2}{2} =$$

$$= \frac{1}{4} 5,35 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^5 \cdot (4,9)^2 \cdot 10^{-22} = 1,28 \cdot 10^{-21} \text{ F.}$$

470. Ở đầu vào hệ theo dõi được biểu diễn trên hình 334 có tín hiệu điều khiển $u_g(t)$ và nhiễu ngẫu nhiên $u_n(t)$ là <<tiếng ồn trắng>> với mật độ phổ $S_n(\omega) = N = \text{const}$. Hệ mô tả điều chỉnh tác dụng tới các hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại trong mạch phản ứng k_{y1} và ở mạch kích (k_{y2}) của động cơ Đ đảm bảo cực tiểu sai số bình phương tổng ở đầu ra. Cần thiết xác định các phụ thuộc hàm số của các hệ số khuếch đại k_{y1} và k_{y2} vào tốc độ thay đổi tín hiệu đầu vào ở chế độ làm việc xác lập và biểu diễn sơ đồ cấu tạo với tự điều chỉnh. Hệ số cân của hệ ξ cân bằng 0,5.



Hình 334. Hệ theo dõi tự hiệu chỉnh cho cực tiểu của sai số bình phương.

Hệ các phương trình mô tả động lực học làm việc của hệ không tự điều chỉnh có dạng.

$$U_2 = k_{y1} (u_g - u_y), L_A \frac{di}{dt} + i_A r = u_2 - c_e \frac{d\theta}{dt}$$

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = M_{dc}, M_{dc} = c_M i_A$$

$$\alpha = k_{tr} \theta, u_y = k_{L.B.T} \alpha, c_e = u_B k_{y2}$$

Các giá trị số để tính toán: $J = 0,2 \text{ G.cm.s}^2$, $C_M = 70 \text{ G.cm/A}$, $r = 2\Omega$, $U_B = 30 \text{ V}$, $k_p = 10^{-4}$, $k_L = 0,5 \text{ V/độ}$, $N = 0,01 \text{ V}^2$.

$$W(p) = \frac{k}{(Tp + 1)p}, \quad (1)$$

Ở đây:

$$T = \frac{Jr}{C_M u_B k_{y2}} = \frac{0,4}{210 k_{y2}} \text{ s}^{-1}$$

$$K = \frac{k_{y1} k_p k_L}{k_{y2} u_B} = 9,6 \cdot 10^{-5} \frac{k_{y1}}{k_{y2}} \text{ s}^{-1}.$$

Hàm truyền của hệ hở đối với sai số bằng:

$$\Phi_x(p) = \frac{p(Tp+1)}{p(Tp+1)+k} \quad (2)$$

$$\Phi(p) = \frac{1}{\frac{T}{k} p^2 + \frac{1}{k} p + 1} \quad (3)$$

Bởi vì hệ số cuộn cần đã cho, thì

$$\frac{1}{k} = 2\xi \sqrt{\frac{T}{k}} \quad (4)$$

Tín hiệu điều khiển $u_g = ut$ và nhiễu $u_{\Pi}(t)$ không tương quan. Vì vậy sai số bình phương $\varepsilon_u^2 = \varepsilon_g^2 + \varepsilon_{\Pi}^2$ ở đây ε_D^2 - D bình phương sai số theo tín hiệu điều khiển $u_g(t)$ và ε_D^2 phương sai ở đầu ra từ nhiễu.

Nhờ các hệ số sai số ở các chế độ diễn hình ta tìm được:

$$\varepsilon_g^2 = \frac{u^2}{k^2}.$$

Phương sai từ nhiễu:

$$\varepsilon_{\Pi}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N}{\left| \frac{T}{k} (j\omega)^2 + \frac{1}{k} (j\omega) + 1 \right|} d\omega = \frac{Nk}{2}.$$

Do đó:

$$\varepsilon_u^2 = \frac{u^2}{k^2} + \frac{Nk}{2} = \frac{u^2 k_{y2}^2}{(9,6 \cdot 10^{-5})^2 k_{y1}^2} + \frac{Nk_{y1} \cdot 9,6 \cdot 10^{-5}}{2k_{y2}}.$$

Vi phân biểu thức này theo k_{y1} và k_{y2} ta có điều kiện cực tiểu của sai số bình phương

$$\left[\frac{2u^2 k_{y2}}{(9,6 \cdot 10^{-5})^2 k_{y1}^3} - \frac{N \cdot 9,6 \cdot 10^{-5}}{5k_{y2}^2} \right] (k_{y1} - k_{y2}) = 0 \quad (5)$$

Phương trình thứ hai để xác định k_{y1} và k_{y2} thu được từ (4) ở kết quả thế giá trị k và thực hiện bình phương:

$$9,6 \cdot 10^{-5} \frac{k_{y1}}{k_{y2}} = \frac{1}{4\xi^2 T} = \frac{c_M u_B k_{y2}}{4\xi^2 J_T}.$$

Sau khi thế các giá trị số ta có:

$$9,6 \cdot 10^{-5} \frac{k_{y1}}{k_{y2}} = 5250 k_{y2} \quad (6)$$

Ở kết quả giải đồng thời các phương trình (5) và (6) ta tìm các phụ theo hàm đã cho các giá trị tối ưu của các hệ số k_{y1}^{tu} k_{y2}^{tu} vào:

$$k_{y_2}^{tu} = 1,4 \cdot 10^{-3} u^{2/3} \text{ s} \quad (7)$$

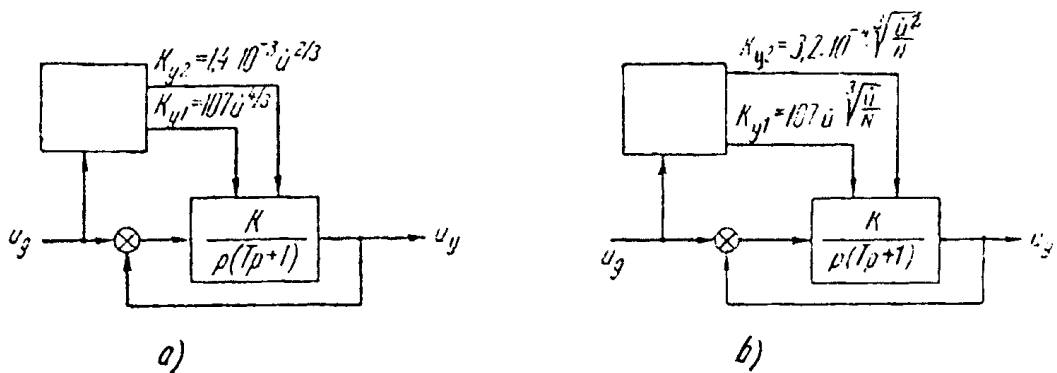
$$k_{y_1}^{tu} = 107 u^{4/3} \quad (8)$$

Do đó, để điều chỉnh tối ưu với cực tiểu của sai số bình phương ε_u^2 ở mật độ phổ đã cho N nhiều ở dạng <<tiếng ồn trắng>> và tốc độ thay đổi u của tín hiệu đầu vào hệ cực đại cần duy trì thiết bị đo u và các bộ điều khiển khuếch đại tự động ở các hệ khuếch đại y_1 và y_2 thực hiện các phụ thuộc (7) và (8). Sơ đồ cấu tạo của hệ này được biểu diễn trên hình 335a. Nếu ta đo cả mật độ phổ N của các tiếng ồn, thì các hệ số tối ưu $k_{y_1}^{tu}$ và $k_{y_2}^{tu}$ cần điều chỉnh tương ứng với các biểu thức:

$$k_{y_1}^{tu} = 3,02 \cdot 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{\dot{u}^2}{N}}$$

$$k_{y_2}^{tu} = 23,2 \cdot \dot{u} \cdot \sqrt[3]{\frac{\dot{u}^2}{N}}$$

Sơ đồ cấu tạo của hệ được biểu diễn trên hình 335 b.



Hình 335. Các sơ đồ cấu tạo của hệ tự điều chỉnh:
 a) Thiết bị đo tín hiệu vào; b) với thiết bị đo tốc độ tín hiệu vào và mật độ phổ của các độ ồn.

Chương 20

THÀNH LẬP CÁC SƠ ĐỒ ĐỂ MÔ HÌNH HOÁ CÁC HỆ ĐIỀU KHIỂN Ở CÁC MÁY TÍNH LIÊN TỤC

20.1. THÀNH LẬP CÁC SƠ ĐỒ ĐỂ MÔ HÌNH HOÁ CÁC PHẦN TỬ CỦA HỆ TỰ ĐỘNG Ở CÁC MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

471. Hãy lập sơ đồ mô hình động cơ có dòng điện không đổi có kích từ độc lập, nếu các thông số của phần cảm độ cảm ứng $L_A = 0,1$ H, trở điện $R_A = 10 \Omega$, tốc độ không tải ở $u_{BX} = 24$ V, $n_{x,x} = 3600$ vg/ph mômen khởi động $M_{\Pi} = 2$ kG.cm, mômen quán tính $J = 1,06 \cdot 10$ kG.cm.s² và điện áp tín hiệu đầu vào $u_{BX} \leq 24$ V. B đại lượng đầu ra của động cơ là tốc độ góc Ω . Bỏ qua lực ma sát khô, không tính độ cảm ứng và trở điện trong của tầng mút của bộ khuếch đại cấp điện cho động cơ.

Bài giải. Ta sử dụng phương trình động cơ:

$$(T_A T_M p^2 + T_M p + 1) \Omega(t) = k_D u_{BX}(t), \quad (1)$$

Thu được ở bài 15. Ta tìm các hằng số thời gian T_A , T_M và hệ số truyền k_D , $T_A = L_A R_A^{-1} = 0,1 \cdot 10^{-1} = 0,01$ s.

$$\Omega_{x,x} = \pi n_{x,x} 30^{-1} = 3,14 \cdot 3600 \cdot 30^{-1} = 377 \text{ s}^{-1};$$

$$T_M = J \Omega_{x,x} M_n^{-1} = 1,06 \cdot 10^{-3} \cdot 377 \cdot 2^{-1} = 0,2;$$

$$k_L = \Omega_{x,x}^0 (u_{BX}^0)^{-1} = 377 \cdot 24^{-1} = 15,7 \text{ v}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

Nếu thế các thông số tìm được vào (1) ta thu được phương trình chuyển động của động cơ:

$$(0,002p^2 + 0,2p + 1) \Omega(t) = 15,7 u_{BX}(t). \quad (2)$$

Phương trình vi phân (2) cho khâu không chu kỳ bậc hai mà sơ đồ mẫu của nó được đưa vào phụ lục 33.

Để chuyển thành biến của mô hình ta sử dụng các phương trình biến đổi các biến:

$$\left. \begin{aligned} \Omega(t) &= m_{\Omega} u_2, \\ u_{BX}(t) &= m_u u_1, \\ t &= m_t t_M, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Ở đây m_{Ω} - tỷ lệ biểu diễn vận tốc góc của động cơ ở mô hình dưới dạng điện áp u_2 , m_u - hệ số tỷ lệ biểu diễn đại lượng đầu vào của động cơ u_{BX} ở dạng đại lượng đầu vào mô hình u_1 , m_t - tỷ lệ thời gian, t_M - biến độc lập của mô hình hay thời gian máy và t - thời gian thực.

Ta lấy tỷ lệ thời gian thực, có nghĩa $m_t = 1$. Đối với đại bộ phận các bộ khuếch đại

thao tác của máy tính liên tục dài thay đổi các điện áp, tuyến tính bằng ± 100 V. Vì vậy khi giải bài toán các điện áp đầu ra của bộ khuếch đại thao tác không cần vượt quá 100 V. Tuy nhiên sai số nhỏ của kết quả được đảm bảo, khi đó sự mô hình hoá thực hiện ở mức điện áp cho phép lớn nhất, điều đó cũng cần thiết tính toán khi chọn các hệ số tỷ lệ của mô hình. Nếu từ đó ta chọn các hệ số tỷ lệ của mô hình, nếu từ đó ta chọn:

$$m_{\Omega} = \frac{\Omega_{x.x}}{100} = \frac{377}{100} = 3,77 \text{ V}^{-1} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$m_u = \frac{u_{B.x \max}}{100} = \frac{24}{100} = 0,24.$$

Để chuyển tới biến của máy ta thế (3) vào (1) mà ở kết quả của nó ta thu được phương trình mẫu ở dạng tổng quát:

$$(T_A T_M p^2 + T_M p + 1) u_2(t) = k_D \frac{m_u}{m_{\Omega}} u_1 \quad (5)$$

$$\text{Hay: } (0,002p^2 + 0,2p + 1) u_2(t) = u_1(t). \quad (6)$$

Để xác định các giá trị số của các trở điện vào các điện dung, các điện trở và tụ điện của mẫu ta sử dụng các công thức của phụ lục 33, từ đó suy ra:

$$k = \frac{R_4 R_3}{R_1 R_6} = 1$$

$$T_2^2 = \frac{R_4 R_2 R_3 C_1 C_2}{R_6} = 0,005 \text{ s}^2$$

$$T_1 = \frac{R_4 R_2 R_3 C_1}{R_5 R_6} = 0,2 \text{ s}$$

Khi chọn $R_1 = R_3 = 100 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_4 = R_6 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_5 = 10 \text{ k}\Omega$ và $C_1 = C_2 = 1 \mu\text{F}$, sơ đồ của mô hình (mục 5 phụ lục 33) sẽ tương ứng với động cơ có dòng điện không đổi có kích độc lập với các thông số cho ở điều kiện bài toán.

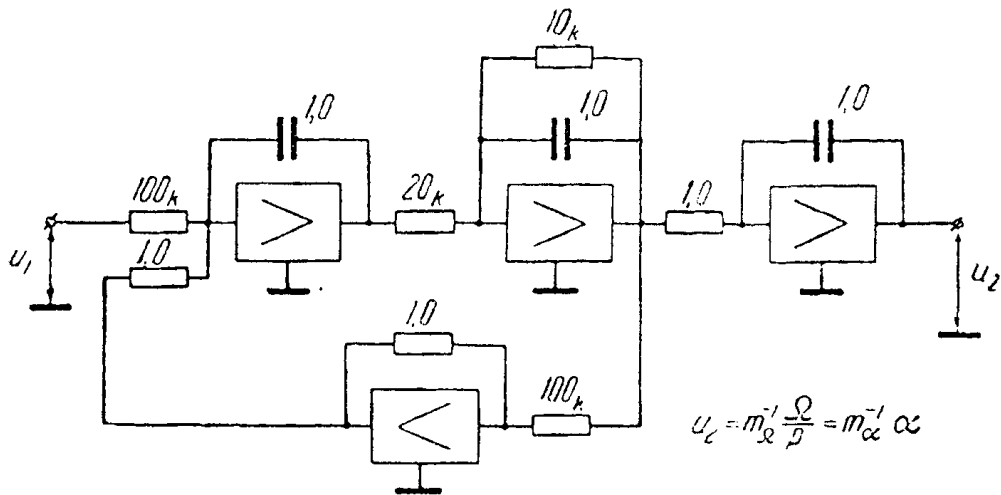
472. Hãy lập sơ đồ mô hình động cơ có dòng điện không đổi có kích từ độc lập và các thông số cho ở điều kiện bài toán trước, nhưng đại lượng đầu ra không là tốc độ Ω còn góc quay của trục động cơ α . Bỏ qua ảnh hưởng ma sát khô.

Đáp số: Xem hình 336. Ở đây $m_{\alpha} = k^{-1}$. $m_{\Omega} = 3,77 \text{ V}^{-1} \cdot \text{rad}$ - hệ số tỷ lệ của hệ số theo góc α . Ở đây $k = 1 \text{ s}^{-1}$ - hệ số truyền của bộ tích phân.

473. Hãy lập sơ đồ mô hình động cơ có kích từ độc lập theo các điều kiện bài: 471, nhưng có tính đến ảnh hưởng của mômen phụ tải vào lực ma sát khô $M_H = M_H^0 \text{ sign } \Omega$ (hình 337b) ngoài ra $M_H^0 = 0,4 \text{ kG} \cdot \text{cm}$.

Bài giải: Ta lập phương trình cân bằng điện áp mạch cảm ứng:

$$u_{BX} = R_A i_A + L_A \frac{di_A}{dt} + c_e \Omega \quad (1)$$



Hình 336. Sơ đồ mẫu của động cơ.

Và phương trình cân bằng các mômen tới trục của động cơ:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M - M_H = c_{M1A} - M_H^0 \text{sign}\Omega \quad (2)$$

Nếu giải chúng đồng thời đối với vận tốc góc Ω , ta thu được phương trình chuyển động của động cơ có tính đến mômen phụ tải M_H :

$$(T_A T_{MP}^2 + T_{MP} + 1)\Omega = k_D u_{Bx} k_M M_H^0 \text{sign}\Omega, \quad (3)$$

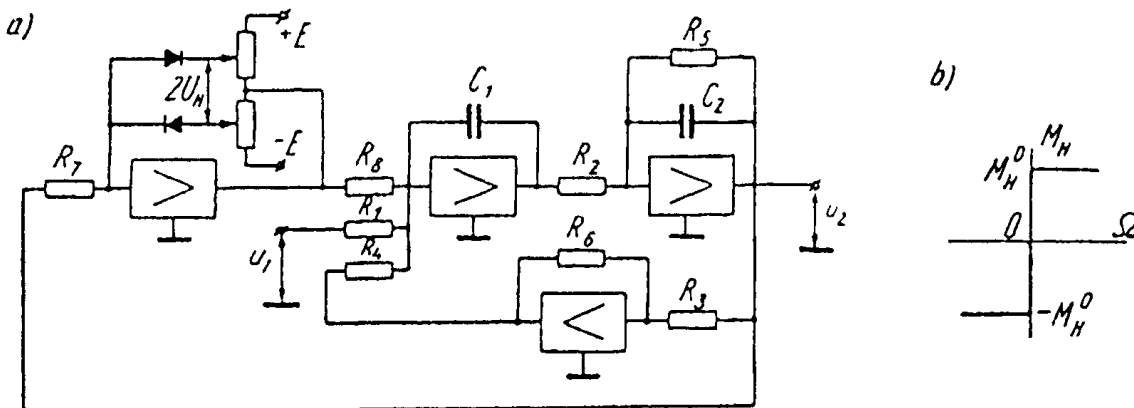
Ở đây $k_D = \frac{1}{c_c} = \frac{\Omega_{x,x}^0}{U_{Bx}^0}$, $k_M = \frac{R_B}{c_e c_M} = \frac{\Omega_{x,x}}{M_H} = \beta$ - các hệ số truyền của động cơ theo

điện áp (k_A) và theo mômen phụ tải (k_M). Các hệ số c_M , c_A , β , T_A , T_M được xác định ở bài 15.

Mô hình hoá đặc tính tĩnh của ma sát khô (hình 337b) được thực hiện theo sơ đồ mục 2 của phụ lục 34. Khi đó đại lượng điện áp $U_3 = U_4 = U_H$.

Được chọn sao cho các diôt tín cạy được đóng ta chọn $U_H = 20$ V. Khi đó hệ số tỷ lệ:

$$M_M = \frac{M_H^0}{U_H} = \frac{0,4}{20} = 0,02 \text{ kG.cm.V}^{-1} \quad (4)$$



Hình 337. Sơ đồ mẫu cho bài 473.

Để chuyển tới biến của máy ta sử dụng các hệ số tỷ lệ thu được ở bài 471, m_Ω , m_u ($m_l = 1$) và hệ số m_M (4). Sau khi thay các biến phương trình (3) có dạng:

$$(T_A T_M p^2 + T_M p + 1) u_2(t) = k u_1(t) - k_1 U_H \text{sign } u_2, \quad (5)$$

$$\text{Ở đây } k = k_D \frac{m_u}{m_\Omega} = 15,7 \cdot \frac{0,24}{3,77} \cdot \frac{0,02}{3,77} = 1.$$

Nếu thế các giá trị số vào (5) ta thu được phương trình mô hình:

$$(0,002p^2 + 0,2p + 1) u_2(t) - 20 \text{sign } u_2 \quad (6)$$

Phương trình (6) khác biệt với phương trình (6) của bài 471 bởi số hạng phi tuyến bổ sung $20 \text{sign } u_2$ thực hiện nhờ sơ đồ được biểu diễn ở mục 1, 2 của phụ lục 34 ở $R_0 = \infty$. Khi đó từ các phương trình (3) và (6) rõ ràng rằng sự tác dụng của mômen từ lực ma sát khô cân bằng tác dụng của mối liên hệ ngược phi tuyến. Vì vậy sơ đồ mô hình biểu diễn phương trình vi phân chuyển động của động cơ có kích từ độc lập với tính đến mômen từ lực ma sát khô có dạng được biểu diễn trên hình 337a.

Phương trình mô hình được biểu diễn nhờ các thông số của sơ đồ hình 337a có dạng:

$$\left(\frac{R_2 R_3 R_4}{R_6} C_1 C_2 p^2 + \frac{R_2 R_3 R_4}{R_5 R_6} C_1 p + 1 \right) u_u(t) = \frac{R_3 R_4}{R_1 R_6} u_1(t) - \frac{R_3 R_4}{R_6 R_3} U_H \text{sign } u_2(t), \quad (7)$$

Ở đây $R_8 = 100 \text{ k}\Omega$, còn giá trị của trở điện và điện dung các điện trở $R_1 - R_6$ và các tụ điện C_1, C_2 ta thu được ở bài 471. Trở điện của các điện trở R_7 (hình 337a), không có trong phương trình (7) có thể có vài bậc giá trị cuối cùng vượt qua các trở lực trực tiếp của các diốt và các trở điện kể được đưa vào (xem mục 2 phụ lục 34) có ở mối liên hệ ngược của hệ khuếch đại chức năng.

474. Ở dạng tổng ta lập sơ đồ mô hình động cơ có kích từ độc lập với tính đến mômen phụ tải từ lực ma sát khô $M_H = M_H^0 \text{sign } \Omega$ còn đầu vào là điện áp u_{Bx} cấp cho cuộn dây phân cảm. Tất cả các biến và các thông số của động cơ có kích từ độc lập được xác định ở các bài toán trước.

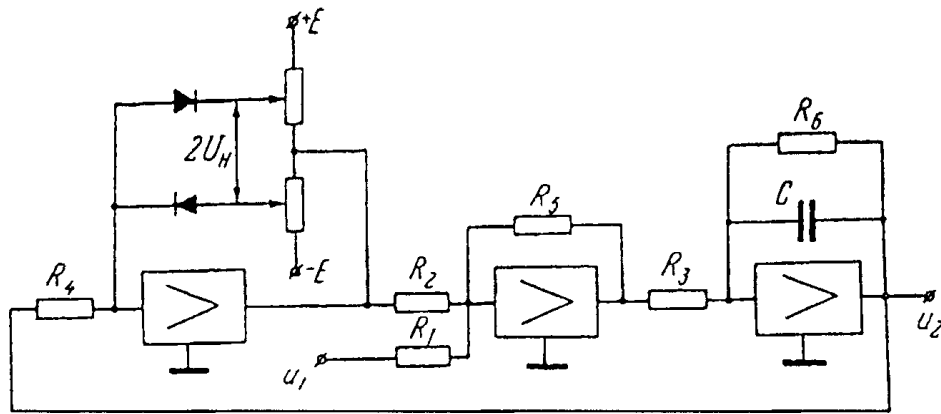
Bài giải. Phương trình chuyển động của động cơ ở các biến của máy (xem bài toán trước) ở $T_A = 0$ có dạng:

$$(T_M p + 1) u_2(t) k_D \frac{m_u}{m_\Omega} u_1(t) - k_M \frac{m_M}{m_\Omega} U_H \text{sign } u_2(t).$$

Sơ đồ mô hình động cơ theo phương trình thu được đưa ra trên hình 338. Các thông số mô hình (các trở điện của các điện trở $R_1 - R_6$ và điện dung của tụ điện C) được xác định trên cơ sở các công thức sau:

$$CR_6 = T_M \frac{R_5 R_6}{R_1 R_3} = k_D \frac{m_u}{m_\Omega}; \quad \frac{R_5 R_6}{R_1 R_3} = k_M \frac{m_M}{m_\Omega}.$$

Tất cả các hệ số tỷ lệ được xác định khi giải các bài toán trước.



Hình 338. Sơ đồ mẫu của động cơ cho bài 474.

475. Hãy tìm phương trình mô hình mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 339, ở đây áp liên hệ ngược u_3 là phần điện áp đầu ra u_2 và được xác định nhờ điện thế kế (khối bộ chia điện áp) $R_3; z_0(p), z_1(p)$ - trở điện chức năng.

Bài giải. Tỷ số trở điện biến đổi R_α , mà từ đó xác định điện áp u_3 , cho điện trở R_3 ,

$$\frac{R_\alpha}{R_3} = \alpha \text{ là các hệ của bộ chia điện áp khi đó:}$$

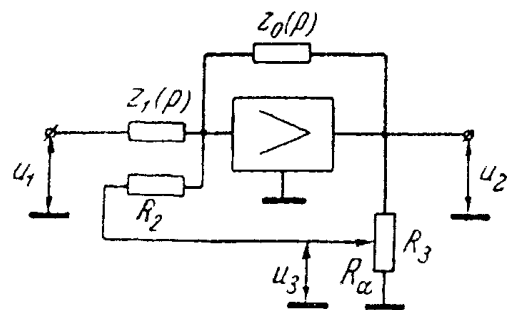
$$u_3 = \alpha u_2. \quad (1)$$

Phương trình mô hình:

$$U_2 = -z_0(p) \left[\frac{1}{z_1(p)} u_1 + \frac{1}{R_2} u_3 \right] \quad (2)$$

Sau khi thế (1) vào (2) và biến đổi ta thu được phương trình cần tìm:

$$\left[\frac{R_2}{\alpha z_0(p)} + 1 \right] u_2(t) = -\frac{R_2}{\alpha z_1(p)} u_1(t)$$



Hình 339. Sơ đồ mẫu cho bài 475.

476. Hãy lập sơ đồ mô hình thiết bị thực hành thuỷ lực (hình 2a) mà phương trình vi phân và hàm truyền của nó thu được ở bài 2, thông số của thiết bị thực hành thuỷ lực như sau: $k_1 = 50 \text{ s}^{-1}$, $\alpha = 14 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c_1 = 0,5 \text{ kG.cm}^{-1}.\text{s}$, $c_2 = 0,5 \text{ kG.cm}^{-1}$, $c_3 = 2 \text{ kG.cm}^{-1}.\text{s}^{-1}$

Bài giải. Ta tìm các hằng số thời gian và các hệ số truyền (xem bài 2):

$$k_2 = \frac{a}{a+b} = \frac{14}{14+7} = 0,667$$

$$k_3 = \frac{b}{a} = \frac{7}{14} = 0,5$$

$$k_4 = \frac{c_3}{c_2} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ s}$$

$$k = \frac{k_1 k_2}{1 + k_1 k_3 k_4} = \frac{50 \cdot 0,667}{1 + 50 \cdot 0,5 \cdot 4} = 0,33 \text{ s}^{-1}$$

$$T_{o.c} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{0,05}{0,5} = 0,1 \text{ s}$$

$$T = \frac{T_{o.c}}{1 + k_1 k_3 k_4} = \frac{0,1}{1 + 50 \times 0,5 \times 4} \approx 0,001 \text{ s}$$

Biểu diễn hàm truyền của thiết bị thừa hành thuỷ lực:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k(T_{oc}p + 1)}{p(T_p + 1)} \quad (1)$$

Ở đây $Y(p)$ biểu diễn đại lượng đầu ra - sự dịch chuyển của ván trượt y , $X(p)$ - biểu diễn đại lượng đầu vào - sự dịch chuyển của ngăn kéo x .

Ta biểu diễn hàm truyền (1) ở dạng tích:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p) \quad (2)$$

$$W_1(p) = \frac{pY(p)}{X(p)} = \frac{k(T_{oc}p + 1)}{T_p + 1}, \quad W_2 = \frac{Y(p)}{pY(p)} = \frac{1}{p} \quad (3)$$

Trên cơ sở hàm truyền $W_1(p)$ ta viết phương trình vi phân:

$$(T_p + 1) y(t) = k(T_{oc}p + 1) x(t) \quad (4)$$

Ở đây $y(t) = py = \frac{dy}{dt}$. Ta nhân cả hai phân của phương trình (4) với T_{oc} và phân bên trái thêm $T_y - T_y$.

$$\begin{aligned} T_y - T_y + (TT_{oc} + T_{oc})y &= k(T_{oc}p + 1)T_{oc}x \\ (T_{oc} - T)y + (T_{oc}p + 1)T_y &= k(T_{oc}p + 1)T_{oc}x \\ y &= k \frac{T_{oc}}{T}x - \frac{\frac{T_{oc}}{T} - 1}{T_{oc}p + 1}y \end{aligned}$$

Nhưng $k \frac{T_{oc}}{T} = k_1 k_2$, $\frac{T_{oc}}{T} - 1 = k_1 k_3 k_4$. Khi đó:

$$y = k_1 k_2 x - \frac{k_1 k_3 k_4}{T_{oc}p + 1} y \quad (5)$$

Để chuyển tới các biến của máy (u_1, u_2) ta sử dụng các hệ số tỷ lệ (xem bài 471).

$$y = m_y u_2, \quad x = m_x u_1, \quad t = m_t t_M, \quad m_t = 1 \quad (6)$$

Nếu thế (6) vào (5) ta có:

$$u_2 = \frac{m_x}{m_y} k_1 k_2 u_1 - \frac{k_1 k_3 k_4}{T_{oc}p + 1} u_2 \quad (7)$$

Trên cơ sở phương trình vi phân (7) ta lập sơ đồ mô hình (hình 340), mà phương trình của nó có dạng:

$$u_2 = \frac{R_4}{R_1} u_1 - \frac{R_4 R_5}{R_2 R_3 (CR_5 p + 1)} u_2 \quad (8)$$

Từ so sánh các phương trình (7) và (8) ta có:

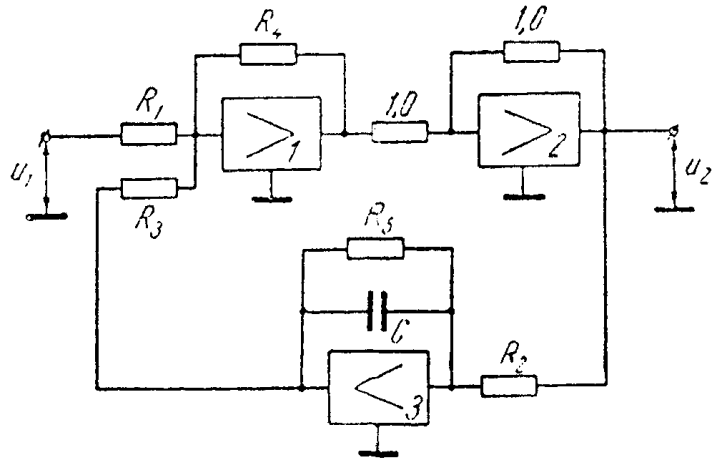
$$\left. \begin{aligned} \frac{R_4}{R_1} &= \frac{m_x}{m_y} k_1 k_2 = \frac{m_x}{m_y} 50 \times 0,667, \\ \frac{R_4 R_5}{R_2 R_3} &= k_1 k_3 k_4 = 50 \times 0,5 \times 4 = 100 \\ CR_5 &= T_{oc} = 0,1 \text{ s} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Nếu chọn các hệ số tỷ lệ $m_y = 66,7 \text{ cmV}^{-1}\text{s}^{-1}$, $m_x = 10 \text{ cmV}^{-1}$. ta có:

$$\begin{aligned} \frac{R_4}{R_1} &= \frac{m_x}{m_y} 50 \times 0,667 = \\ &= \frac{10}{66,7} 50 \times 0,667 = 5 \quad (10) \end{aligned}$$

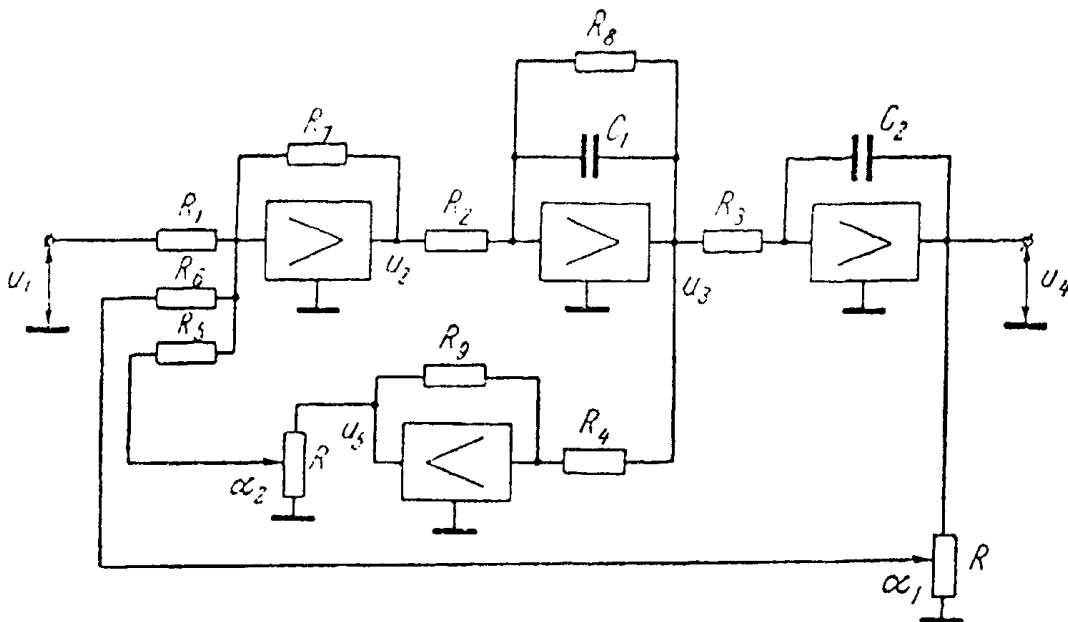
Trên cơ sở các biểu thức (9) và (10) ta chọn $R_1 = 20 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_4 = R_5 = 100 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$.

Nếu nối với đầu ra của sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 340, bộ tích phân (mục 8, phụ lục 33) với hệ số truyền $k_5 = 1 \text{ s}^{-1}$ ta thu được sơ đồ cần tìm của mô hình thiết bị thừa hành thủy lực.



Hình 340. Sơ đồ mô hình cho bài 476.

477. Hãy lập phương trình vi phân của mô hình mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 341, ở đây R - các cái chiết áp là các khối một loại của các bộ chia điện áp có các hệ số α_1, α_2 (xem bài 475). Đại lượng đầu ra là điện áp u_4 , còn đầu vào là u_1 .



Hình 341. Sơ đồ mô hình cho bài 477.

Bài giải. Ta ký hiệu các điện áp đầu ra của mỗi bộ khuếch đại chức năng ($u_1 - u_5$) ta lập hệ các phương trình:

$$u_2 = -R \left(\frac{u_1}{R_1} + \frac{\alpha_1 u_4}{R_6} + \frac{\alpha_2 u_5}{R_5} \right) \quad (1)$$

$$u_3 = -\frac{1}{C_1 p} \left(\frac{u_2}{R_2} + \frac{u_3}{R_8} \right) \quad (2)$$

$$u_4 = -\frac{1}{C_2 p} \cdot \frac{u_3}{R_3} \quad (3)$$

$$u_5 = -R_9 \frac{u_3}{R_4} \quad (4)$$

Nếu ta loại các biến u_2, u_3, u_5 . Vì vậy ta biểu diễn qua u_4 từ phương trình (3) và thế vào các phương trình (2) và (4) ở kết quả ta có:

$$u_2 = C_1 C_2 R_2 R_3 p^2 u_4 + C_2 \frac{R_2 R_3}{R_8},$$

$$u_3 = C_2 \frac{R_3 R_9}{R_4} p u_4.$$

Nếu thế các biểu thức thu được đối với u_2 và u_5 vào phương trình (1) và biến đổi ta thu được phương trình vi phân cần tìm của mô hình:

$$(a_0 p^2 + a_1 p + a_2) u_4(t) = -b_0 u_1(t),$$

$$\text{Ở đây } \alpha_0 = C_1 C_2 R_2 R_3; \alpha_1 = C_2 \left(\frac{R_2 R_3}{R_8} + \frac{\alpha_2 R_3 R_7 R_9}{R_4 R_5} \right); \alpha_2 = \frac{\alpha_1 R_7}{R_6}; b_0 = \frac{R_7}{R_1}$$

478. Hãy tìm giá trị thiết lập của đại lượng đầu ra $u_4(t)$ của mô hình mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 341 còn phương trình vi phân thu được ở bài toán trước, nếu đại lượng đầu vào $u_1(t) = 10, 1(t)$, $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$, $R_6 = 10 \text{ k}\Omega$, $\alpha = 0,425$.

Đáp số: $U_2(\infty) = -2,36 \text{ V}$.

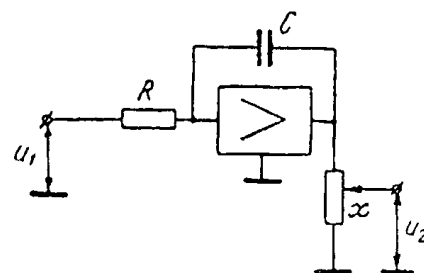
479. Hãy lập sơ đồ mô hình của khâu tích phân lý tưởng có hàm truyền $W(p) = k/p$, $k = 14 \text{ s}^{-1}$.

Bài giải: Khâu này chọn theo sơ đồ hình 342 được lập (xem lời giải bài 477):

$$u_2 = -\frac{\alpha}{RCp} u_1,$$

$$\text{Suy ra: } K = -\frac{\alpha}{RC}$$

Giả sử $C = 1 \mu\text{F}$ và $R = 0,02 \text{ M}\Omega$, khi đó $\alpha = kRC = 14 \times 0,02 \times 1 = 0,28$.



Hình 342. Sơ đồ mô hình của khâu tích phân lý tưởng.

480. Hãy lập sơ đồ mô hình của khâu không chu kỳ bậc thứ nhất có hàm truyền $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$, $k = 29$, $T = 0,24$ s.

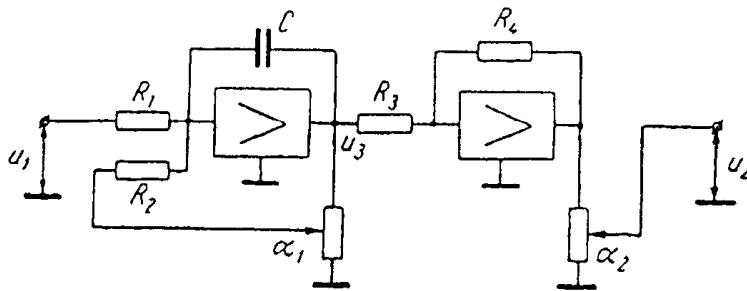
Bài giải. Sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 343. Phương trình mô hình được lập (xem lời giải bài 477 có dạng:

$$\left(\frac{R_2 C}{\alpha_1} p + 1 \right) u_2 = \frac{R_2 R_4 \alpha_2}{R_1 R_3 \alpha_1} u_1,$$

Suy ra:

$$T = \frac{R_2 C}{\alpha_1}, k = \frac{R_2 R_4 \alpha_2}{R_1 R_3 \alpha_1}. \quad (1)$$

Các biểu thức (1) cho phép chọn các thông số của sơ đồ trên hình 343: $R_1 = R_2 = 0,1$ M Ω , $R_3 = 0,02$ M Ω , $R_4 = 1$ M Ω , $C = 1$ μ F, $\alpha_1 = 0,417$, $\alpha_2 = 0,242$.



Hình 343. Sơ đồ mô hình của khâu không chu kỳ bậc thứ nhất.

481. Hãy lập sơ đồ mô hình khâu không chu kỳ bậc thứ nhất có hàm truyền $W(p) = \frac{k}{Tp+1}$, $k = 0,83$, $T = 9$ s.

Đáp số: Sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 343, $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ M Ω , $R_4 = 0,1$ M Ω , $C = 1$ μ F, $\alpha_1 = 0,111$, $\alpha_2 = 0,92$ (xem bài 480).

482. Hãy lập sơ đồ mô hình khâu bảo toàn có hàm số truyền $W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1} = 7$; $T = 0,34$ s.

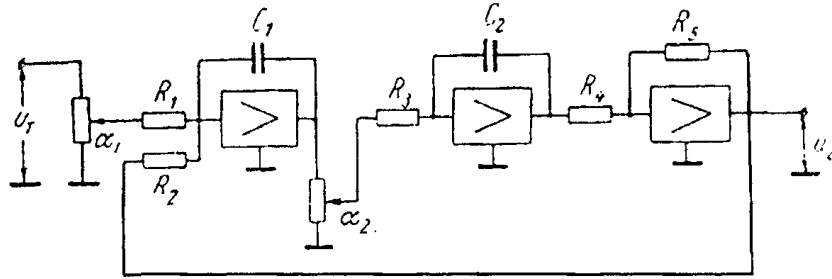
Bài giải. Sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 344. Phương trình của mô hình được lập (xem lời giải bài 477).

Có dạng:

$$\left(\frac{R_2 R_3 R_4 C_1 C_2}{R_5 \alpha_2} p^2 + 1 \right) u_2(t) = - \frac{R_2 \alpha_1}{R_1} u_1(t), \quad (1)$$

$$T = \sqrt{\frac{R_2 R_3 R_4 C_1 C_2}{R_5 \alpha_2}}, k = - \frac{R_2 \alpha_1}{R_1} \quad (2)$$

Các biểu thức (2) cho phép chọn các thông số của sơ đồ trên hình 344, $R_1 = R_2 = 0,1$ μ Ω , $R_3 = R_4 = R_5 = 1$ μ Ω , $C_2 = C_1 = 1$ μ F, $\alpha_1 = 0,700$, $\alpha_2 = 0,863$.



Hình 344. Sơ đồ mô hình khâu bảo toàn.

483. Hãy lập sơ đồ mô hình khâu bảo toàn có hàm truyền $W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}$, $k = 1$,

$T = 0,007$ s.

Bài giải. Sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 344 (xem bài 482). Bởi vì tần số góc của các dao động tự do $p = 1/T = 1/0,007 = 143 \text{ s}^{-1}$ lớn hơn, thì mức độ giải bài toán cần chậm có nghĩa chọn tỷ lệ thời gian $m_t < 1$. Để chuyển từ thời gian thực tới thời gian máy t_M và ngược lại là biểu thức:

$$T = m_t t_M.$$

Khi đó ở phương trình mẫu (1) của bài toán trước thay thời gian thực t sẽ là thời gian máy t_M cần thay biểu tượng đạo hàm $p = \frac{d}{dt}$ - là biểu tượng đạo hàm:

$$P_M = \frac{d}{dt_M}.$$

Khi đó, nếu thế vào phương trình mô hình (1) của bài toán trước:

$$P_M = m_t \frac{d}{dt} - m_t p,$$

Ta có:

$$\left(\frac{R_2 R_3 R_4 C_1 C_2}{R_5 \alpha_2} m_t^2 p^2 + 1 \right) u_2(t_M) = - \frac{R_2 \alpha_1}{R_1} u_1(t_M),$$

Suy ra:

$$T = m_t \sqrt{\frac{R_2 R_3 R_4 C_1 C_2}{R_5 \alpha_2}}, k = - \frac{R_2 \alpha_1}{R_1} \quad (1)$$

Bởi vì $k = 1$ thì ta chọn $R_1 = R_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $\alpha_1 = 1$, có nghĩa sơ đồ hình 344 có thể bỏ bộ đo điện áp α_1 . Để chọn tỷ lệ thời gian từ biểu thức thứ nhất (1) ta có:

$$\alpha_2 = \left(\frac{m_t}{T} \right)^2 \frac{R_2 R_3 R_4 C_1 C_2}{R_5}. \quad (2)$$

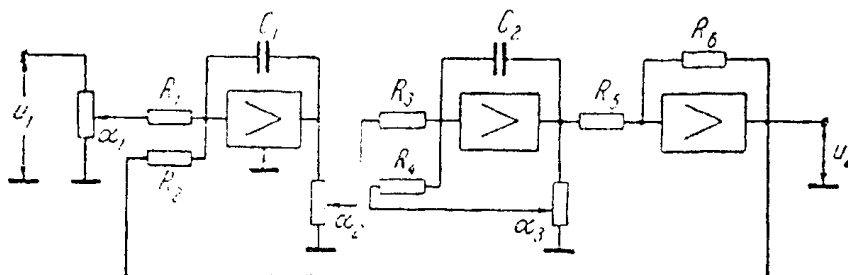
Bởi vì hệ số α_2 cần nhỏ hơn 1 đơn vị, thì khi $R_5 = R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ và $C_1 = C_2 = 1 \mu\text{F}$ biểu thức (2) cho phép chọn:

$m_t = 0,1$, $R_3 = 0,1 \text{ M}\Omega$, $R_4 = 0,02 \text{ M}\Omega$, $\alpha_2 = 0,408$ hay chính $m_t = 0,01$, $T_3 = 0,1 \text{ M}\Omega$, $R_4 = 1 \text{ M}\Omega$, $\alpha_2 = 0,204$.

484. Hãy lập sơ đồ mô hình khâu dao động có hàm truyền $W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$,

$k = 8, T = 0,167s, \xi = 0,56$.

Bài giải. Sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 345.



Hình 345. Sơ đồ mẫu của khâu dao động hay khâu không chu kỳ bậc hai.

Phương trình mô hình được lập (xem lời giải bài 477) có dạng:

$$\left(\frac{R_2 R_3 R_5 C_1 C_2}{\alpha_2 R_6} p^2 + \frac{\alpha_3 R_2 R_3 R_5 C_1}{\alpha_2 R_4 R_6} p + 1 \right) u_2 = - \frac{\alpha_1 R_2}{R_1} u_1,$$

Từ đó ta tìm được:

$$T = \sqrt{\frac{R_2 R_3 R_5 C_1 C_2}{\alpha_2 R_6}}, \quad \xi = \frac{\alpha_3 T}{2 R_2 C_2}, \quad k = - \frac{\alpha_1 R_2}{R_1} \quad (1)$$

Các biểu thức (1) cho phép chọn các thông số của sơ đồ trên hình 345, $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = 1 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 0,1 \text{ M}\Omega$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ M}\Omega$, $\alpha_2 = 0,371$, $\alpha_3 = 0,670$.

485. Hãy lập sơ đồ mô hình khâu không chu kỳ bậc thứ hai có hàm truyền:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}, \quad \xi = 2,14, \quad k = 4,3, \quad T = 1,2 \text{ s}.$$

Đáp số: Sơ đồ mô hình được biểu diễn trên hình 345, $R_1 = R_4 = 0,1 \text{ M}\Omega$, $R_2 = R_3 = R_5 = R_6 = 1 \text{ M}\Omega$, $C_1 = C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$, $\alpha_1 = 0,214$, $\alpha_2 = 0,695$, $\alpha_3 = 0,357$ (xem bài trước).

20.2. LẬP SƠ ĐỒ ĐỂ MÔ HÌNH HOÁ CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ CÁC HỆ TỰ ĐỘNG TRÊN CÁC MÁY TÍNH ĐIỆN TỬ

486. Hãy lập sơ đồ mô hình để giải phương trình vi phân tuyến tính:

$$(\alpha_0 p^5 + \alpha_1 p^4 + \alpha_2 p^2 + \alpha_3 p^2 + \alpha_4 p + \alpha_5) y(t) = b_0 g(t).$$

Ở tỷ lệ thực của thời gian và ở các điều kiện không ban đầu.

Bài giải. Ta biểu diễn các biến $y(t)$ và $g(t)$ của phương trình ban đầu thành các biến tương ứng nhờ công thức:

$$\left. \begin{aligned} y &= m_y u_5 \\ g &= m_g u. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Nếu thế (1) vào phương trình đầu, ta có:

$$(\alpha_0 p^5 + \alpha_1 p^4 + \alpha_2 p^3 + \alpha_3 p^2 + \alpha_4 p + \alpha_5) u_5(t) = \frac{m_g}{m_y} b_0 g(t) \quad (2)$$

Ta giải phương trình (2) đối với đạo hàm cũ:

$$\begin{aligned} P^5 u_5(t) &= \frac{\alpha_1}{\alpha_2} p^4 u_5 - \frac{\alpha_2}{\alpha_0} p^3 u_5 - \frac{\alpha_3}{\alpha_0} p^2 u_5 - \frac{\alpha_4}{\alpha_0} p u_5 = \\ &= \frac{\alpha_5}{\alpha_0} u_5 + \frac{m_g}{m_y} \frac{b_0}{\alpha_0} u(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Theo phương trình (3) ta lập sơ đồ mô hình (hình 346). Sơ đồ mô hình được lập trên cơ sở sau:

Theo phương trình (3) đạo hàm cao (năm) của biến u_5 bằng tổng các số hạng tỷ lệ đạo hàm thấp và chính biến u_5 lấy các dấu ngược và đại lượng đầu vào u . Ta giả thiết rằng ở điểm B hay ở điểm tổng tất cả các biến có đạo hàm cao ($p^5 u_5$). Khi đó, nếu mắc tuần tự các bộ tích phân 1 - 5 ở các đầu ra của chúng sẽ thu được các điện áp tỷ lệ với đạo hàm thấp tương ứng và chính biến. Nếu cho rằng các bộ khuếch đại chức năng thay đổi dấu tín hiệu đầu vào thì cần thiết mắc vào bộ tổng 6 đối với sự thay đổi dấu các điện áp tỷ lệ với các đạo hàm dương $p^3 u_5$ và $p u_5$, lấy từ các bộ tích phân chẵn (2 và 4) bộ tích phân 1 đồng thời thực hiện cả chức năng hàm tổng.

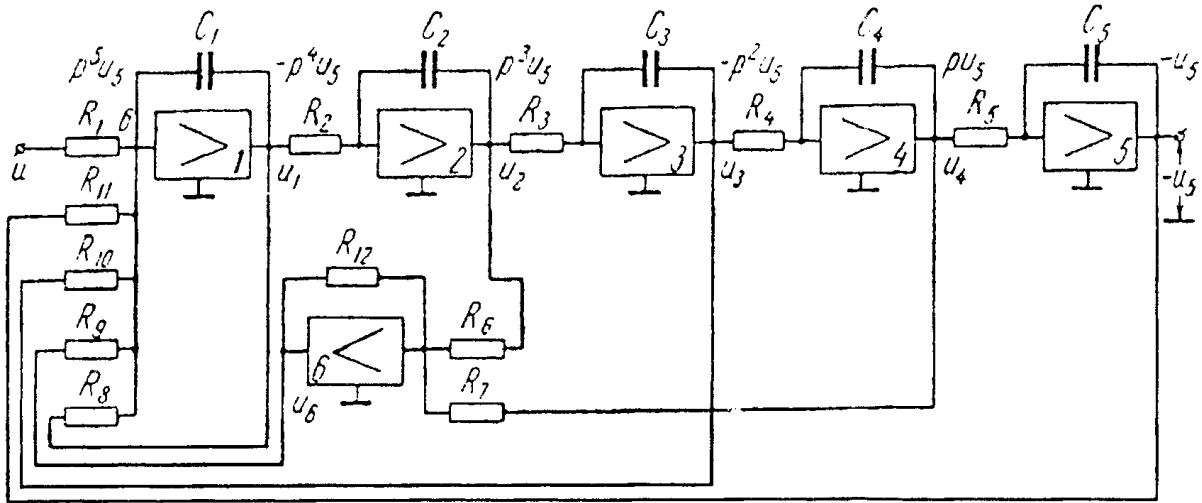
Để xác định các thông số của mô hình (các trở điện của các điện trở $R_1 - R_{12}$ và các điện dung tụ điện $C_1 - C_5$) ta tìm phương trình mô hình. Do đó ta lập hệ các phương trình:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -\frac{1}{C_1 p} \left(\frac{u}{R_1} + \frac{u_5}{R_{11}} + \frac{u_3}{R_{10}} + \frac{u_6}{R_9} + \frac{u_1}{R_8} \right), \\ u_2 &= -\frac{1}{C_2 p} \frac{u_1}{R_2}, \\ u_3 &= -\frac{1}{C_3 p} \frac{u}{R_3}, \\ u_4 &= -\frac{1}{C_4 p} \frac{u_3}{R_4}, \\ u_5 &= -\frac{1}{C_5 p} \frac{u_4}{R_5}, \\ u_6 &= -R_{12} \left(\frac{u_2}{R_6} + \frac{u_4}{R_7} \right). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Nếu giải hệ phương trình (4) đối với biến cần tìm u_5 ta thu được phương trình mô hình ở dạng:

$$\begin{aligned} &C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 R_8 R_2 R_3 R_4 R_5 p^5 + C_2 C_3 C_4 C_5 R_2 R_3 R_4 R_5 p^4 + \\ &+ \frac{R_8}{R_9} \cdot \frac{R_{12}}{R_6} C_3 C_4 C_5 R_3 R_4 R_5 p^5 + \frac{R_8}{R_{10}} C_4 C_5 R_4 R_5 p^2 + \\ &+ \frac{R_8}{R_9} \cdot \frac{R_{12}}{R_7} C_5 R_5 p + \frac{R_8}{R_{11}} u_5(t) = -\frac{R_8}{R_1} u(t) \end{aligned} \quad (5)$$

Dấu trừ ở phần bên phải phương trình (5) xuất hiện do khi mô hình hoá ta sử dụng số liệu các bộ khuếch đại chức năng (năm) được mắc vào mạch trực tiếp. Để phương trình (5) hoàn toàn tương ứng phương trình ban đầu đại lượng đầu vào là điện áp u - cần tới đầu vào của mô hình qua thiết bị đảo mạch, mà sơ đồ của nó có ở phụ lục 33.



Hình 346. Sơ đồ mô hình cho bài 486.

Nếu so sánh các hệ số ở các biến và các đạo hàm của phương trình (5) với các hệ số tương ứng của phương trình (2) ta có:

$$\left. \begin{aligned} C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 R_8 R_2 R_3 R_4 R_5 &= \alpha_0, \\ C_2 C_3 C_4 C_5 R_2 R_3 R_4 R_5 &= \alpha_1, \\ \frac{R_8}{R_9} \frac{R_{12}}{R_6} C_3 C_4 C_5 R_3 R_4 R_5 &= \alpha_2, \\ \frac{R_8}{R_{10}} C_4 C_5 R_4 R_5 &= \alpha_3, \\ \frac{R_8}{R_9} \frac{R_{12}}{R_7} C_5 R_5 &= \alpha_4, \\ \frac{R_8}{R_{11}} &= \alpha_5, \\ \frac{R_8}{R_1} &= \frac{m_x}{m_y} b_0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Sau khi chọn các hệ số tỷ lệ, các phương trình (6) cho phép tùy ý chọn các thông số của mô hình ở các giá trị các hệ số đã biết của phương trình ban đầu.

487. Các thông số của mô hình trên hình 346, thay đổi thế nào, nếu phương trình vi phân từ điều kiện bài toán trước giải ở mức độ chậm hay nhanh?

Bài giải. Để chuyển từ thời gian thực t tới thời gian máy t_M và lấy ngược lại phương trình:

$$t = m_t t_M, \quad (1)$$

Ở đây m_t - tỷ lệ thời gian khi $m_t > 1$ mức độ giải của bài toán nhanh còn khi $m_t < 1$ - chậm hơn.

Khi chọn $m_t \neq 1$ mức độ xảy ra các quá trình được biểu diễn bởi phương trình vi phân ban đầu, có nghĩa ở phương trình mô hình (5) của bài toán trước thay thời gian thực t sẽ là thời gian máy t_M , còn thay biểu tượng đạo hàm $p = \frac{d}{dt}$ - bằng biểu tượng đạo hàm $p_M = \frac{d}{dt_M}$.

Khi đó, nếu thế vào phương trình (5) của bài toán trước:

$$P_M = m_t \frac{d}{dt} = m_t p,$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & (C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 + R_8 R_3 R_4 R_5 m_t^5 p^5 + C_2 C_3 C_4 C_5 R_2 R_3 R_4 R_5 m_t^4 p^4 + \\ & + \frac{R_8}{R_9} \frac{R_{12}}{R_6} C_3 C_4 C_5 R_3 R_4 R_5 m_t^3 p^3 + \frac{R_8}{R_{10}} C_4 C_5 R_4 R_5 m_t^2 p^2 + \\ & + \frac{R_8}{R_9} \frac{R_{12}}{R_7} C_5 R_5 m_t p + \frac{R_8}{R_{11}}) u_5^{TM} = - \frac{R_8}{R_1} u(t_M). \end{aligned}$$

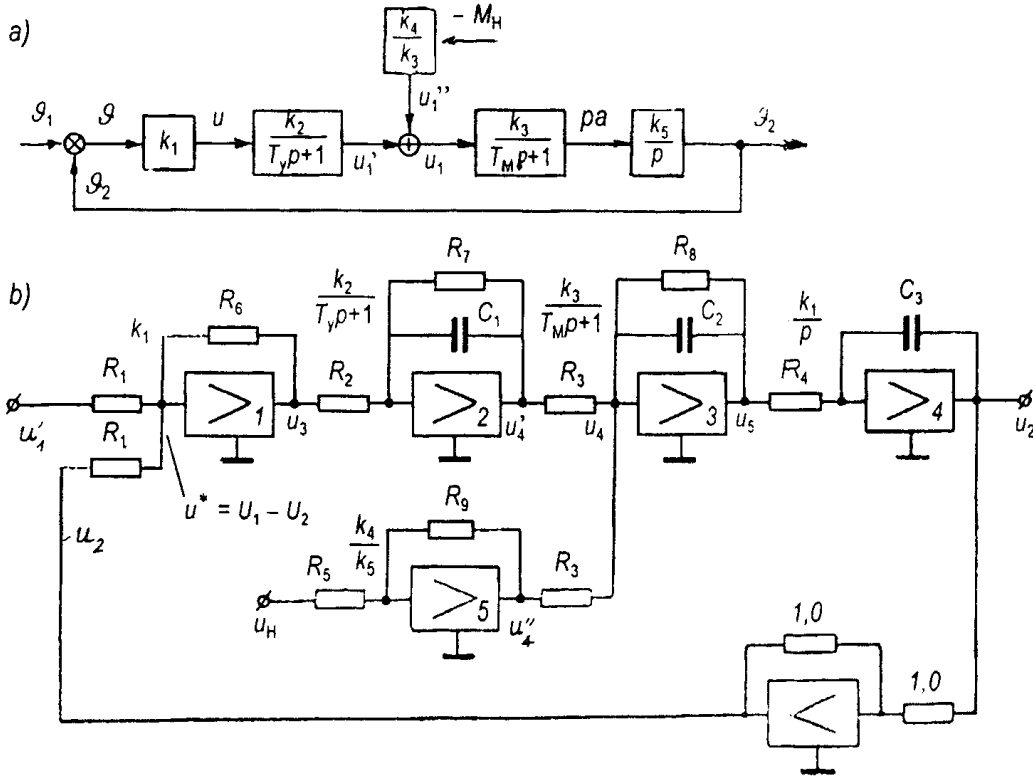
Từ so sánh các hệ số ở các biến và các đạo hàm của chúng của phương trình thu được với các hệ số tương ứng của phương trình (2) của bài toán trước có dạng:

$$\left. \begin{aligned} C_1 C_2 + C_3 C_4 C_5 R_1 R_2 R_3 R_4 R_5 &= \alpha_0 m_t^{-5}, \\ C_2 C_3 C_4 C_5 R_2 R_3 R_4 R_5 &= \alpha_1 m_t^{-4}, \\ \frac{R_8}{R_9} \frac{R_{12}}{R_6} C_3 C_4 C_5 R_3 R_4 R_5 &= \alpha_2 m_t^{-3}, \\ \frac{R_8}{R_{10}} C_4 C_5 R_4 R_5 &= \alpha_3 m_t^{-2}, \\ \frac{R_8}{R_9} \frac{R_{12}}{R_7} C_5 R_5 &= \alpha_4 m_t^{-1}, \\ \frac{R_8}{R_{11}} &= \alpha_0, \\ \frac{R_8}{R_1} &= - \frac{m_x}{m_y} b_0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Từ các biểu thức thu được rõ ràng rằng khi giải bài toán ở mức độ chậm ($m_t < 1$) các giá trị các tụ điện $C_1 - C_5$ của mẫu trên hình 346 cần thiết tăng, còn ở mức độ tăng tốc ($m_t > 1$) thì $C_1 - C_5$ giảm.

488. Ở dạng tổng quát hãy lập sơ đồ mô hình của hệ theo dõi, mà sơ đồ nguyên lý và sơ đồ cấu tạo của nó được biểu diễn trên hình 22, còn các thông số và các phương trình của các khâu riêng biệt cho ở điều kiện bài 38.

Ta biến đổi sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi (hình 22b). Ta chuyển bộ tổng 1 tới đầu vào của khâu trước và ta biến đổi hai khâu cuối cùng của mạch trực tiếp ở kết quả ta thu được sơ đồ cấu tạo đưa ra trên hình 347a.



Hình 347. Sơ đồ cấu tạo (a) và sơ đồ mô hình (b) của hệ theo dõi.

Ở hệ theo dõi này ta chia ra ba đại lượng vật lý: góc quay, mômen tải và điện áp. Các tỷ lệ đối với thời gian m_t và đối với điện áp m_u ta cho bằng 1 đơn vị các tỷ lệ theo góc và mômen sẽ chọn từ các biểu thức:

$$\left. \begin{aligned} M_H &= m_M u_H \\ \vartheta &= m_\vartheta u \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Để chuyển từ sơ đồ cấu trúc của hệ theo dõi (hình 347a) tới sơ đồ mô hình ta sử dụng các mô hình các phân tử các sơ đồ cấu tạo của các hệ tự động (phụ lục 33). Ở kết quả thay các phân tử của sơ đồ cấu trúc (hình 347a) bằng các phân tử tương ứng của mô hình (phụ lục 33) ta thu được sơ đồ mô hình hệ theo dõi (hình 347b). Trên cơ sở các tỷ lệ lấy trên sơ đồ ta ký hiệu các mô hình tương ứng sơ đồ cấu tạo của hệ theo dõi của các giá trị điện áp:

$$\left. \begin{aligned} u_1'' &= \frac{1}{m_\vartheta} \vartheta_1; \quad u_2'' = \frac{1}{m_\vartheta} \vartheta_2; \quad u^* = u_1 - u_2; \quad u_H = \frac{1}{m_M} M_H; \\ u_3 &= u, \quad u_4' = u_R; \quad u_4'' = u_1''; \quad u_4 = u_1; \quad u_5 = \frac{1}{m_\vartheta} pa \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Theo các công thức của phụ lục 33 ta xác định:

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_6}{R} &= k_1 & \frac{R_1}{R_2} &= k_2 & C_1 R_7 &= T_y & \frac{R_8}{R_3} &= k_3, \\ C_2 R_8 &= T_M, & \frac{1}{C_3 R_4} &= k_5 & \frac{R_9}{R_5} &= \frac{m_M}{m_\vartheta} \cdot \frac{k_4}{k_3} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

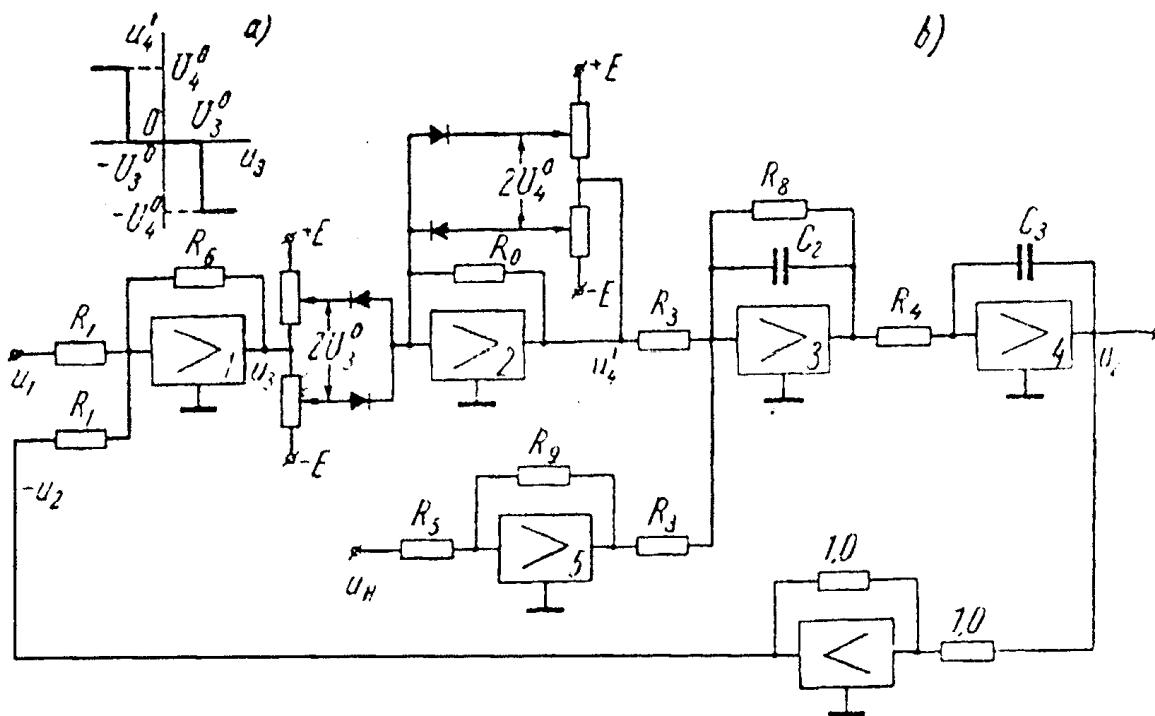
Ở các giá trị số các thông số đã biết của hệ theo dõi và khi chọn các hệ số tỷ lệ của công thức (3) cho phép chọn các thông số mô hình (các trở điện của các điện trở $R_1 - R_9$ và các điện dung tụ điện $C_1 - C_3$), khi đó bằng cách thay đổi giá trị các hệ số tỷ lệ ở các giới hạn cho phép ta làm để bài toán chọn các thông số mô hình.

489. Hãy lập phương trình mô hình được biểu diễn trên hình 347b đối với giá trị đầu ra u_2 theo các đại lượng đầu vào u_1^* và u_H có tính đến các hệ số tỷ lệ được lấy khi giải bài toán trước.

Đáp số:

$$\begin{aligned} & \left[(C_1 R_7 p + 1)(C_2 R_8 p + 1)p + \frac{R_6 R_7 R_8}{R_1 R_2 R_3 C_3 R_4} \right] u_2(t) = \\ & = \frac{R_6 R_7 R_8}{R_1 R_2 R_3 C_3 R_4} u_1^*(t) - \frac{m_M R_8 R_9}{m_9 R_5 R_3 C_3 R_4} (C_1 R_7 p + 1) u_H(t) \end{aligned}$$

490. Ở dạng tổng quát hãy lập sơ đồ theo dõi role lệch với hệ theo dõi, mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 22 thay bộ khuếch đại tuyến tính bằng bộ khuếch đại role có đặc tính và các phương trình của tất cả các khâu tuyến tính còn lại ở điều kiện bài toán 38.

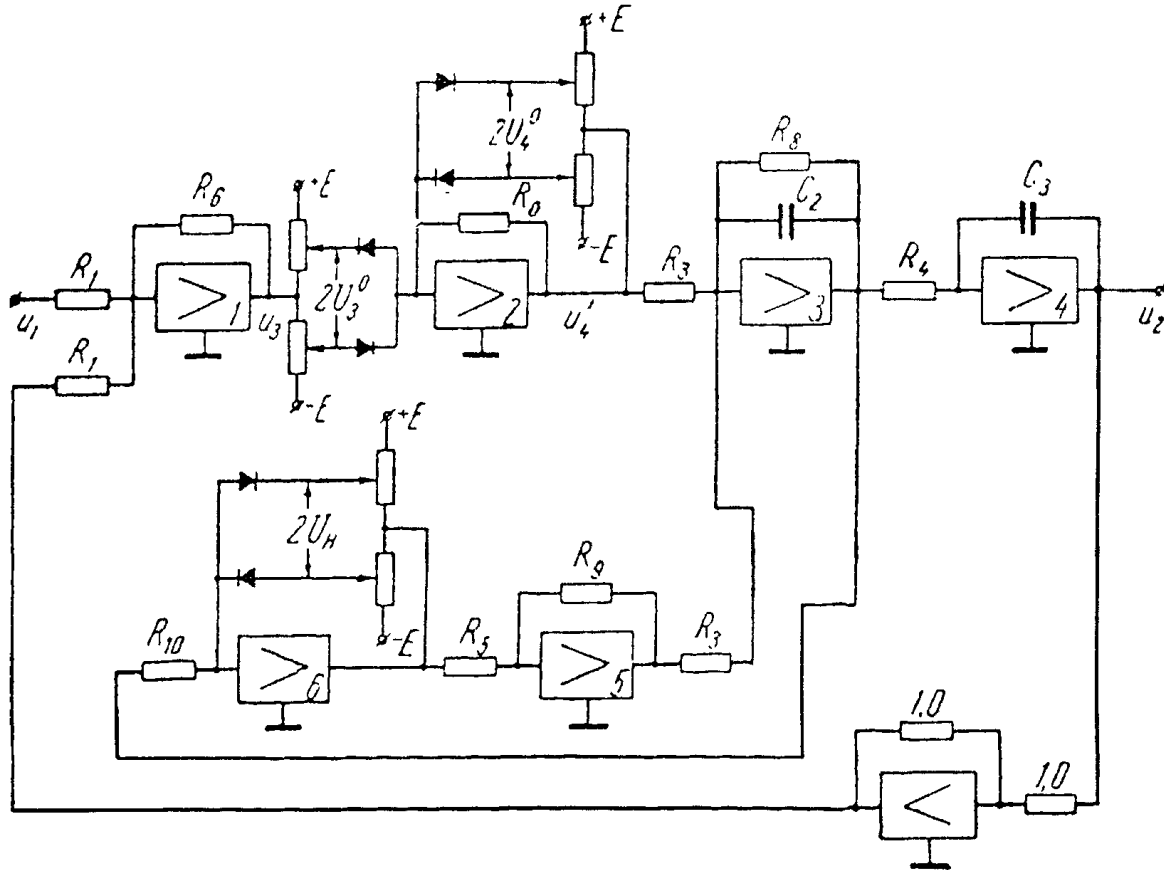


Hình 348. Đặc tính tình (a) và sơ đồ mô hình (b) cho bài 490.

Đáp số: Sơ đồ mô hình của hệ theo dõi role được biểu diễn trên hình 348b. Sơ đồ mô hình của bộ khuếch đại role lấy từ phụ lục 34. Khi đó ta lấy $U_3 = U_4 = U_3^0$, $U_5 = U_6 = U_4^0$. Chọn các hệ số tỷ lệ và các thông số của các phần tử tuyến tính của mô hình được đưa ra trong lời giải bài toán trước.

491. Ở dạng tổng quát hãy lập sơ đồ mô hình của hệ theo dõi phi tuyến khác với hệ theo dõi mà sơ đồ của nó được biểu diễn trên hình 22 bằng cách thay thế bộ khuếch đại tuyến tính bằng bộ khuếch đại role có đặc tính tĩnh được biểu diễn trên hình 348a. Ngoài ra, cần thiết tính mômen phụ tải M_H từ lực ma sát khô $M_H = M_H^0 \text{sign}\Omega$ (xem hình 337b). Các thông số và các phương trình các khâu tuyến tính cho ở điều kiện bài 38.

Đáp số: Sơ đồ mô hình của hệ theo dõi phi tuyến có bộ khuếch đại role và có tính đến ảnh hưởng của mômen tải từ lực ma sát khô được biểu diễn trên hình 349, xem bài 474 và 490.



Hình 349. Sơ đồ mô hình cho bài 491.

PHỤ LỤC

1. Biểu diễn các hàm thời gian theo Laplace và Carson - Hevisaid

Bảng P.1

TT	Nguyên gốc	Biểu diễn Laplace	Biểu diễn Karson-Hevisaid
1	$1(t)$	$\frac{1}{p}$	1
2	t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\frac{n!}{p^n}$
3	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p + \alpha}$	$\frac{p}{p + \alpha}$
4	$\frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$	$\frac{1}{p(p + \alpha)}$	$\frac{1}{p + \alpha}$
5	$\frac{e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$	$\frac{1}{(p + \alpha)(p + \beta)}$	$\frac{p}{(p + \alpha)(p + \beta)}$
6	$\frac{(\delta - \alpha)e^{-\alpha t} - (\delta - \beta)e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$	$\frac{p + \delta}{(p + \alpha)(p + \beta)}$	$\frac{p(p + \delta)}{(p + \alpha)(p + \beta)}$
7	$\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\beta e^{-\alpha t} - \alpha e^{-\beta t}}{\alpha\beta(\beta - \alpha)}$	$\frac{1}{p(p + \alpha)(p + \beta)}$	$\frac{1}{(p + \alpha)(p + \beta)}$
8	$\frac{\delta}{\alpha\beta} + \frac{\delta - \alpha}{\alpha(\alpha - \beta)} \cdot e^{-\alpha t} + \frac{\delta - \beta}{\beta(\beta - \alpha)} \cdot e^{-\beta t}$	$\frac{p + \delta}{p(p + \alpha)(p + \beta)}$	$\frac{p + \delta}{(p + \alpha)(p + \beta)}$
9	$\frac{1}{\lambda} \sin \lambda t$	$\frac{1}{p^2 + \lambda^2}$	$\frac{p}{p^2 + \lambda^2}$
10	$\frac{\sqrt{\delta^2 + \lambda^2}}{\lambda} \sin(\lambda t + \varphi)$ $\varphi = \text{arctg} \frac{\lambda}{\delta}$	$\frac{p + \delta}{p^2 + \lambda^2}$	$\frac{p(p + \delta)}{p^2 + \lambda^2}$

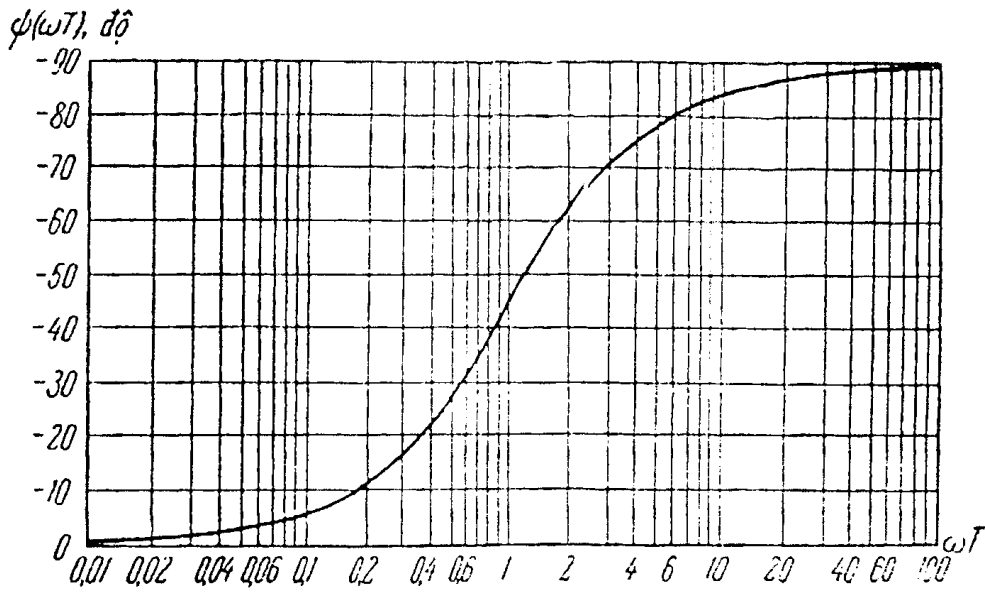
Bảng P.1 (tiếp theo)

TT	Nguyên gốc	Biểu diễn Laplace	Biểu diễn Karson-Hevisaid
11	$\frac{1}{\lambda} e^{-\gamma t} \sin \lambda t$	$\frac{1}{(p + \gamma)^2 + \lambda^2}$	$\frac{p}{(p + \gamma)^2 + \lambda^2}$
12	$\frac{1}{\lambda} \sqrt{(\delta - \gamma)^2 + \lambda^2} \cdot e^{-\gamma t} \sin(\lambda t + \varphi)$ $\varphi = \arctg \frac{\lambda}{\delta - \gamma}$	$\frac{p + \delta}{(p + \gamma)^2 + \lambda^2}$	$\frac{p}{(p + \gamma)^2 + \lambda^2}$
13	$\frac{1}{\gamma^2 + \lambda^2} + \frac{1}{\lambda \sqrt{\gamma^2 + \lambda^2}} \cdot e^{-\gamma t} \sin(\lambda t - \varphi)$ $\varphi = \arctg \frac{1}{-\lambda}$	$\frac{1}{p[(p + \gamma)^2 + \lambda^2]}$	$\frac{1}{(p + \gamma)^2 + \lambda^2}$
14	$\frac{\delta}{\gamma^2 + \lambda^2} + \frac{1}{\lambda \sqrt{\gamma^2 + \lambda^2}} \times$ $\times \sqrt{(\delta - \gamma)^2 + \lambda^2} e^{-\gamma t} \sin(\lambda t + \varphi)$ $\varphi = \arctg \frac{\lambda}{\delta - \lambda} - \arctg \frac{\lambda}{\gamma}$	$\frac{p + \delta}{p [(p + \gamma)^2 + \lambda^2]}$	$\frac{p + \delta}{(p + \gamma)^2 + \lambda^2}$

Biến đổi Z của hàm thời gian

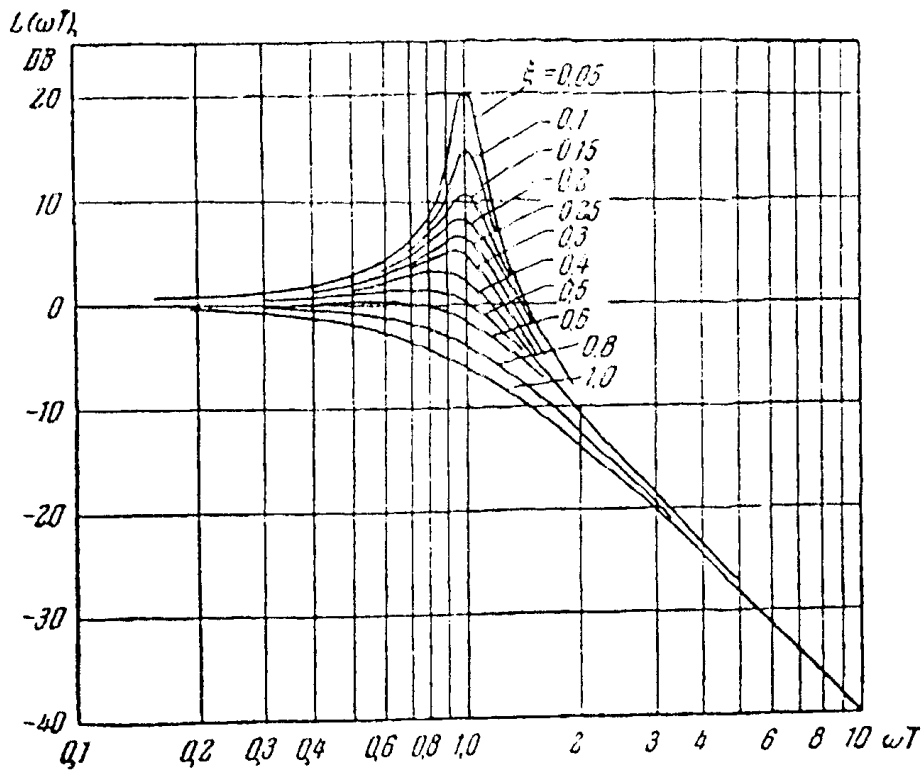
N ^o	Nguyên gốc	Biến đổi Laplace (F _L , (p))	Biến đổi Z F(z)	Biến đổi Z làm biến tính F(z)
1	1 (t)	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$	$\frac{z}{z-1}$
2	t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{T_0 z}{(z-1)^2}$	$\frac{T_0^2 z}{(z-1)^2} + \frac{\sigma T_0 z}{z-1}$
3	$\frac{1}{2} t^2$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{T_0^2 z(z+1)}{2(z-1)^2}$	$\frac{T_0^2 z}{(z-1)^3} + \frac{(1+2\sigma)T_0^2 z}{2(z-1)^2} + \frac{(\sigma T_0)}{2(z-1)}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{p+\alpha}$	$\frac{z}{z-d}, d = e^{\alpha T_0}$	$\frac{z-d^\sigma}{z-d}$
5	$1 - e^{-at}$	$\frac{1}{p(p+\alpha)}$	$\frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)}, d = e^{\alpha T_0}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z-d^\sigma}{z-d}$
6	$\sin \beta t$	$\frac{\beta}{p^2 + \beta^2}$	$\frac{z \sin \beta T_0}{z^2 - 2z \cos \beta T_0 + 1}$	$\frac{z^2 \sin \sigma \beta T_0 + z \sin \delta \beta T_0}{z^2 - 2z \cos \beta T_0 + 1}, \delta = \sigma T_0$
7	$\cos \beta t$	$\frac{p}{(p^2 + \beta^2)}$	$\frac{z^2 - z \cos \beta T_0}{z^2 - 2z \cos \beta T_0 + 1}$	$\frac{z^2 \cos \sigma \beta T_0 + z \sin \delta \beta T_0}{z^2 - 2z \cos \beta T_0 + 1}$
8	$e^{-at} \sin \beta t$	$\frac{\beta}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\frac{x d \sin \beta T_0}{z^2 - 2z d \cos \beta T_0 + d^2}$	$z d^\sigma \left[\frac{z \sin \sigma \beta T_0 + d \sin \delta \beta T_0}{z^2 - 2z d \cos \beta T_0 + d^2} \right]$
9	$e^{-at} \cos \beta t$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\frac{z^2 - z d \cos \beta T_0}{z^2 - 2z d \cos \beta T_0 + d^2}$	$z d^\sigma \left[\frac{z \sin \sigma \beta T_0 - d \cos \delta \beta T_0}{z^2 - 2z d \cos \beta T_0 + d^2} \right]$

3. Đặc tính tần số pha lôgarit tiêu chuẩn của khâu không chu kỳ bậc thứ nhất (hình 350)

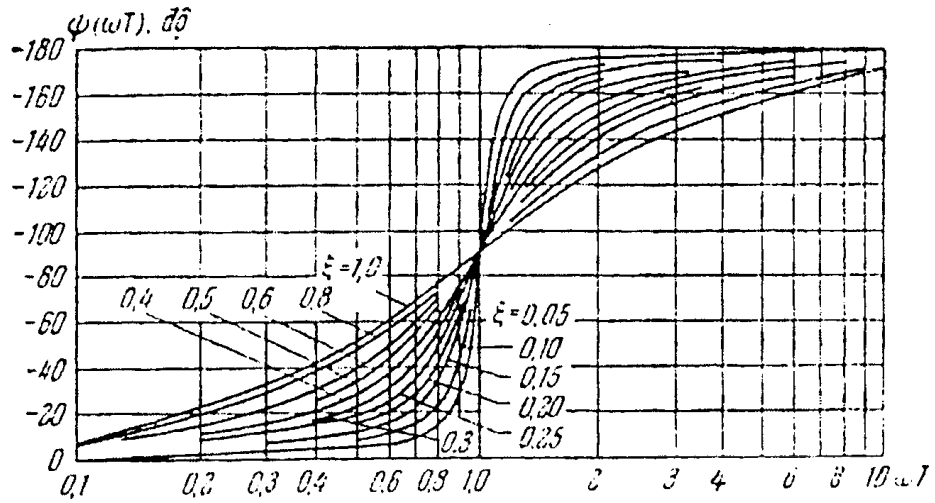


Hình 350

4. Các đặc tính biên độ - pha lôgarit tiêu chuẩn của khâu dao động (hình 351a và hình 351b).

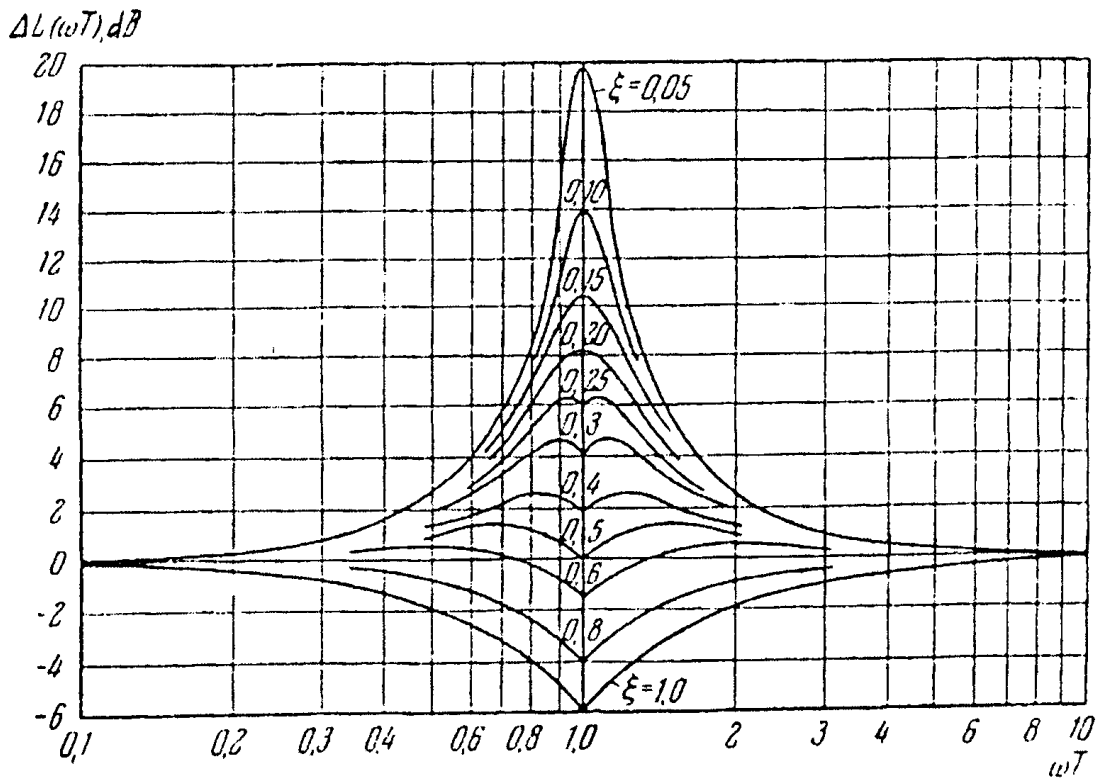


Hình 351a



Hình 351b

5. Độ lệch Đ.B.P tiệm cận của khâu dao động với điểm (hình 352)



Hình 352

6. Tiêu chuẩn ổn định Gurvixa

Hệ điều khiển tự động tuyến tính HĐT đặc trưng đa thức bằng:

$$D(p) = \alpha_0 p^n + \alpha_1 p^{n-1} + \alpha_2 p^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1} p^2 + \alpha_{n-2} p + \alpha_n$$

Và $\alpha_0 > 0$ ổn định nếu ngoài các định thức chính ma trận dương:

$$\Delta_1 = |a_1| > 0,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 \\ \alpha_0 & \alpha_2 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_{n-1} = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \dots & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{n-1} \\ \Delta_n = \alpha_n \cdot \Delta_{n-1} > 0 \end{vmatrix}$$

Biểu thức cuối cùng dẫn tới bất đẳng thức $\alpha_n > 0$ bởi vì định thức trước $\Delta_{n-1} > 0$.

Các trường hợp riêng của tiêu chuẩn ổn định Gurvixa.

1) $D(p) = \alpha_0 p + \alpha_1$

Các điều kiện ổn định $\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0$.

3) $D(p) = \alpha_0 p^3 + \alpha_1 p^2 + \alpha_2 p + \alpha_3$.

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0, \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3 > 0.$$

4) $D(p) = \alpha_0 p^4 + \alpha_1 p^3 + \alpha_2 p^2 + \alpha_3 p + \alpha_4$.

Các điều kiện ổn định:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0, \alpha_4 > 0,$$

$$\alpha_3 (\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3) - \alpha_4 \alpha_1^2 > 0.$$

5) $D(p) = \alpha_0 p^5 + \alpha_1 p^4 + \alpha_2 p^3 + \alpha_3 p^2 + \alpha_4 p + \alpha_5$.

Các điều kiện ổn định:

$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0, \alpha_4 > 0, \alpha_5 > 0,$$

$$\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3 > 0,$$

$$(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3) (\alpha_3 \alpha_4 - \alpha_2 \alpha_5) - (\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_0 \alpha_5)^2 > 0.$$

6) $D(p) = \alpha_0 p^6 + \alpha_1 p^5 + \alpha_2 p^4 + \alpha_3 p^3 + \alpha_4 p^2 + \alpha_5 p + \alpha_6$.

Các điều kiện ổn định:

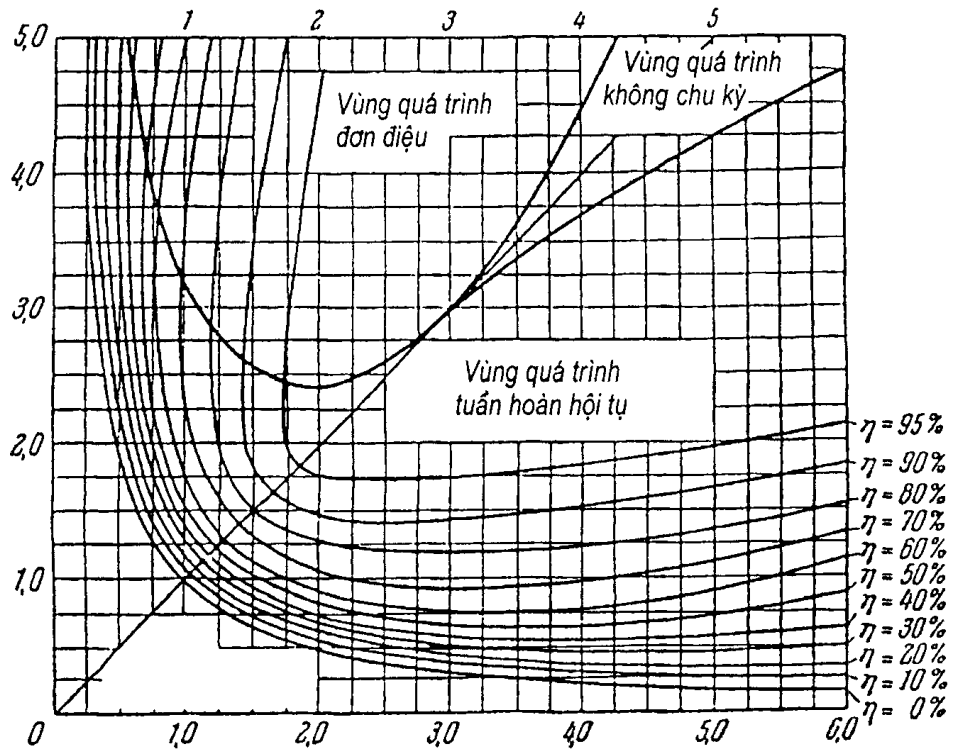
$$\alpha_0 > 0, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, \alpha_3 > 0, \alpha_4 > 0, \alpha_5 > 0, \alpha_6 > 0,$$

$$\alpha_3 (\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3) - \alpha_1 (\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_0 \alpha_5) > 0,$$

$$(\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_0 \alpha_3) [\alpha_5 (\alpha_4 \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_5) + \alpha_6 (2\alpha_1 \alpha_5 - \alpha_3^2)] +$$

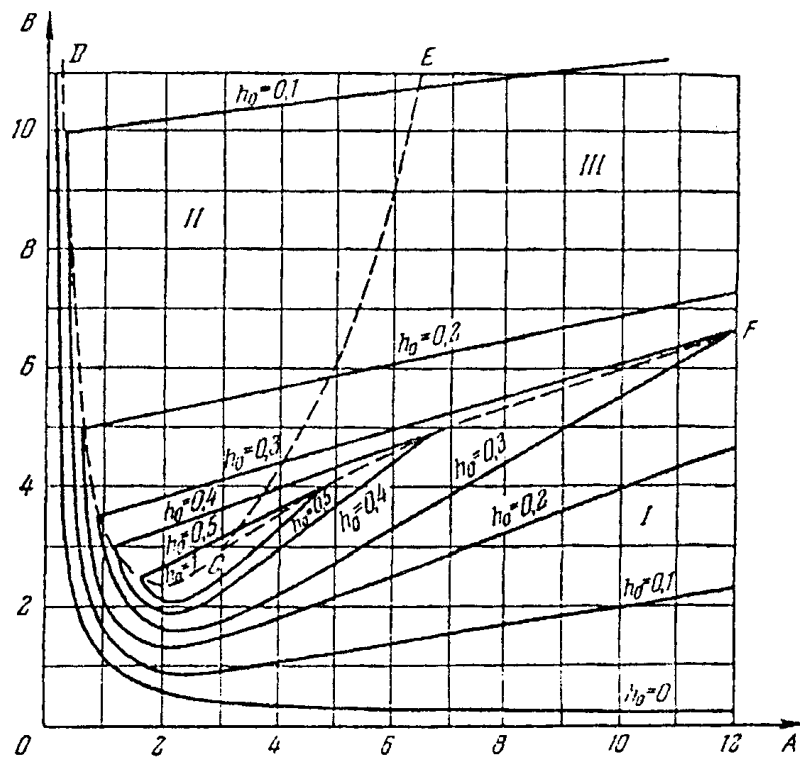
$$+ (\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_0 \alpha_5) [\alpha_1 \alpha_3 \alpha_6 - \alpha_5 (\alpha_1 \alpha_4 - \alpha_0 \alpha_5)] - \alpha_1^3 \alpha_6^2 > 0.$$

7. Đồ thị Vusnhegratki với các đường dao động tắt dần bằng nhau theo phần trăm sau 1 chu kỳ



Hình 353

8. Đồ thị Vusnhegratki có các đường bậc ổn định tiêu chuẩn bằng nhau $h_0 = h_3 \sqrt[3]{\frac{\alpha_0}{\alpha_3}}$



Hình 354

9. Các điều kiện ban đầu tương đương ở hệ điều chỉnh sau tác dụng hàm bậc duy nhất tới nó. Phương trình vi phân của hệ:

$$(\alpha_0 p^n + \alpha_1 p^{n-1} + \dots + \alpha_n) y(t) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) g(t).$$

Ở đây $y(t)$ - đại lượng đầu ra, $g(t)$ tác dụng đầu vào $y_{+0}, y_{+0}, \dots, y_{+0}^{(n-1)}$ - các điều kiện ban đầu có vị trí trực tiếp trước phụ lục hàm tăng duy nhất; $y_{-0}, y'_{-0}, \dots, y_{-0}^{(n-1)}$ - các điều kiện ban đầu có vị trí trực tiếp sau phụ lục hàm tăng I đơn vị:

$$y_{+0} = y_{-0}, y'_{+0} = y'_{-0} \dots y_{+0}^{(n-m-1)} = y_{-0}^{(n-m-1)}$$

$$y_{+0}^{(n-m)} = y_{-0}^{(n-m)} + \frac{b_0}{a_0} \cdot 1;$$

$$y_{+0}^{(n-m+1)} = y_{-0}^{(n-m+1)} + \frac{b_1}{a_0} \cdot 1 - \frac{a_1}{a_0} [y_{+0}^{(n-m)} - y_{-0}^{(n-m)}]$$

$$\dots \dots \dots$$

$$y_{+0}^{(n-m+1)} = y_{-0}^{(n-1)} + \frac{b_{m-1}}{a_0} \cdot 1 - \frac{a_{m-1}}{a_0} [y_{+0}^{(n-m)} - y_{-0}^{(n-m)}] - \dots - \frac{a_1}{a_0} [y_{+0}^{(n-2)} - y_{-0}^{(n-2)}]$$

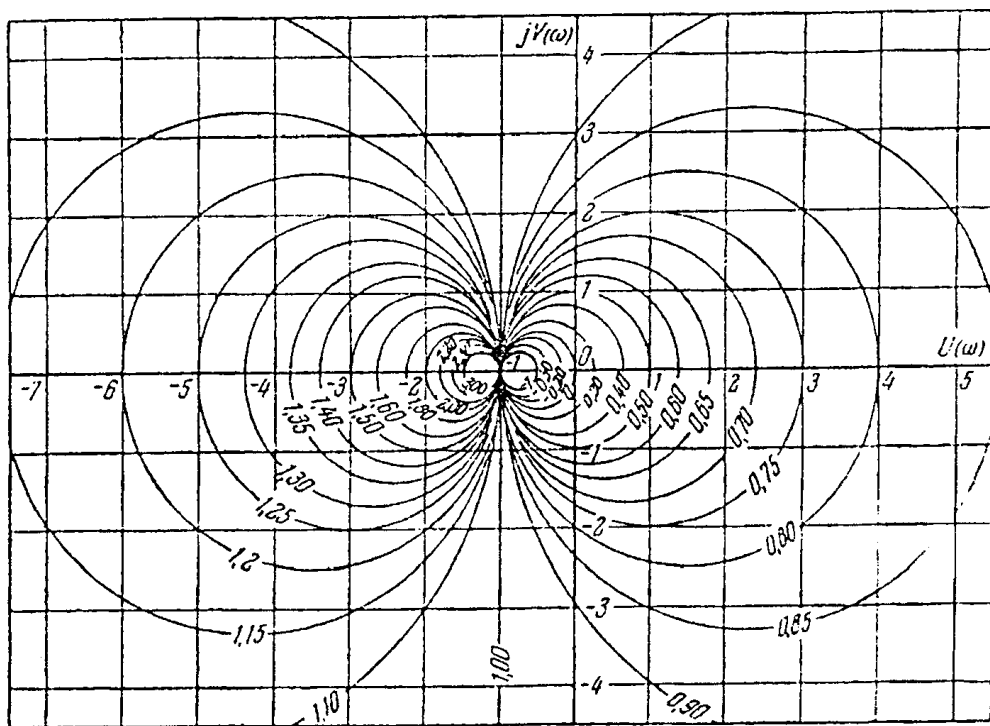
10. Các nghiệm của các phương trình vi phân cùng loại bậc nhất thứ hai và thứ ba

Bảng P3

Bậc các phương trình	Các nghiệm thực	Các nghiệm gốc
1	$x = x_{0e} - \alpha_1 t$	-
2	$x = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t}$ $A_1 = \frac{\alpha_2 x_0}{\alpha_2 - \alpha_1}; A_2 = \frac{\alpha_1 x_0 + v_0}{\alpha_1 - \alpha_2}$	$X = (B \cos \lambda t + C \sin \lambda t) e^{-\lambda t}$ $B \equiv x_0$ $C = \frac{\lambda x_0 + v_0}{\lambda}$
3	$x = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} + A_3 e^{-\alpha_3 t}$ $A_1 = \frac{\alpha_2 \alpha_3 x_0 + (\alpha_1 + \alpha_3) v_0 + \varepsilon_0}{(\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_1)}$ $A_2 = \frac{\alpha_1 \alpha_3 x_0 + (\alpha_1 + \alpha_3) v_0 + \varepsilon_0}{(\alpha_1 - \alpha_2)(\alpha_3 - \alpha_2)}$ $A_3 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 x_0 + (\alpha_1 + \alpha_2) v_0 + \varepsilon_0}{(\alpha_1 - \alpha_3)(\alpha_2 - \alpha_3)}$	$x = A e^{-\alpha_1 t} + (B \cos \lambda t + C \sin \lambda t) e^{-\lambda t}$ $A = \frac{(\gamma^2 + \lambda^2) x_0 + 2\gamma v_0 + \varepsilon_0}{(\gamma - \alpha_1)^2 + \lambda^2}$ $B = \frac{\alpha_1 (\alpha_1 - 2\gamma) x_0 + 2\gamma v_0 - \varepsilon_0}{(\gamma - \alpha_1)^2 + \lambda^2}$ $C = \frac{\alpha_1 (\lambda^2 - \gamma^2 + \gamma \alpha_1) x_0 + (\alpha_1^2 - \gamma^2 + \lambda^2) v_0}{\lambda [(\gamma - \alpha_1)^2 + \lambda^2]}$ $+ \frac{(\alpha_1 - \gamma) \varepsilon_0}{\lambda [(\gamma - \alpha_1)^2 + \lambda^2]}$

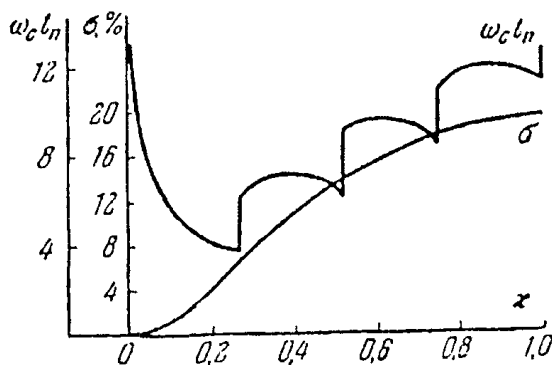
Chú thích: Ở đây $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - các giá trị tuyệt đối của các nghiệm thực không chia chẵn γ và λ - các giá trị tuyệt đối của phần thực và phần ảo của các nghiệm phức; x_0 - giá trị ban đầu của hàm nghiên cứu; $v_0 = x'(0)$ và $\varepsilon_0 x''(0)$ - các giá trị ban đầu của tốc độ và gia tốc hàm nghiên cứu.

11. Đồ thị để xây dựng đặc tính tần số thực của hệ kín theo đặc tính biên độ pha của hệ hở (đồ thị tròn thực)



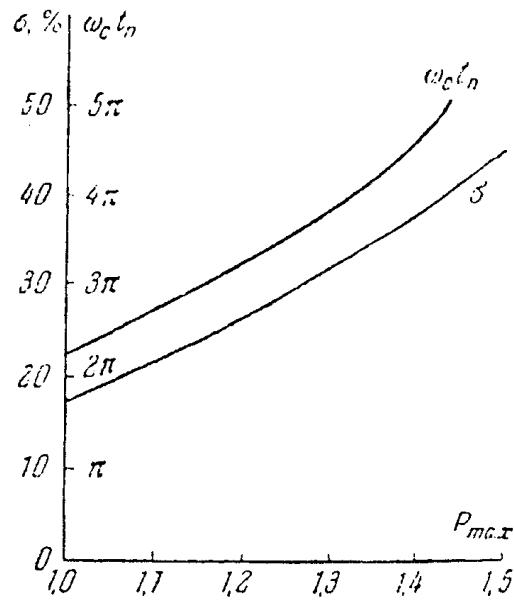
Hình 355

12. Các đường cong để xác định thời gian của quá trình chuyển tiếp và điều chỉnh lại theo hệ số góc của đặc tính tần số thực hình thang (hình 356)



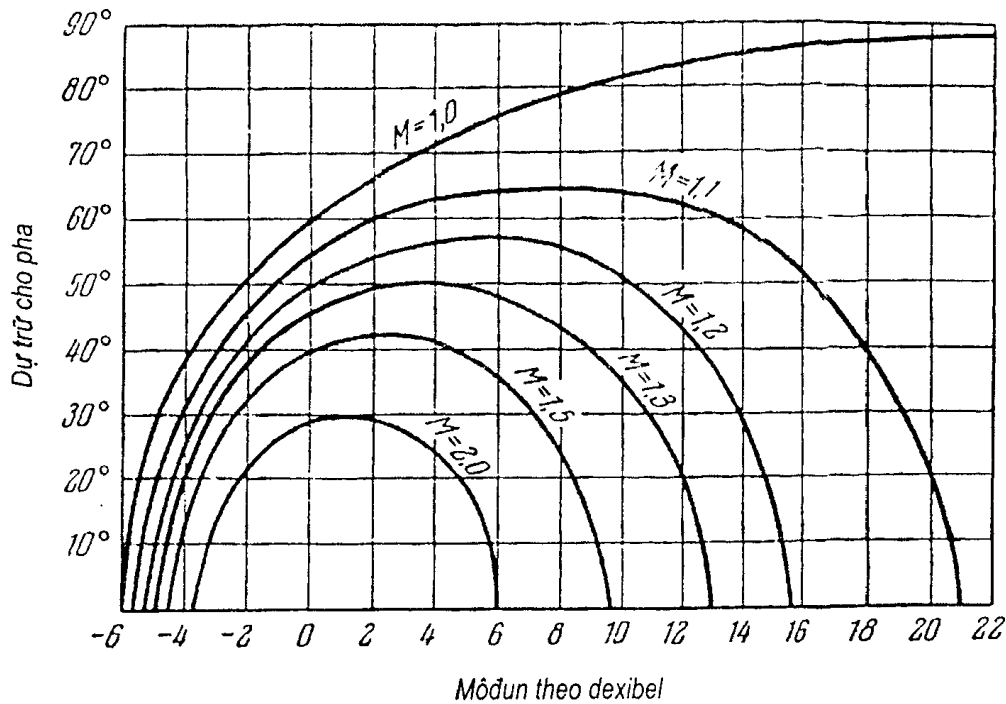
Hình 356

13. Các đường cong để xác định thời gian quá trình chuyển tiếp và điều chỉnh lại đối với đặc tính tần số thực có giá trị cực đại



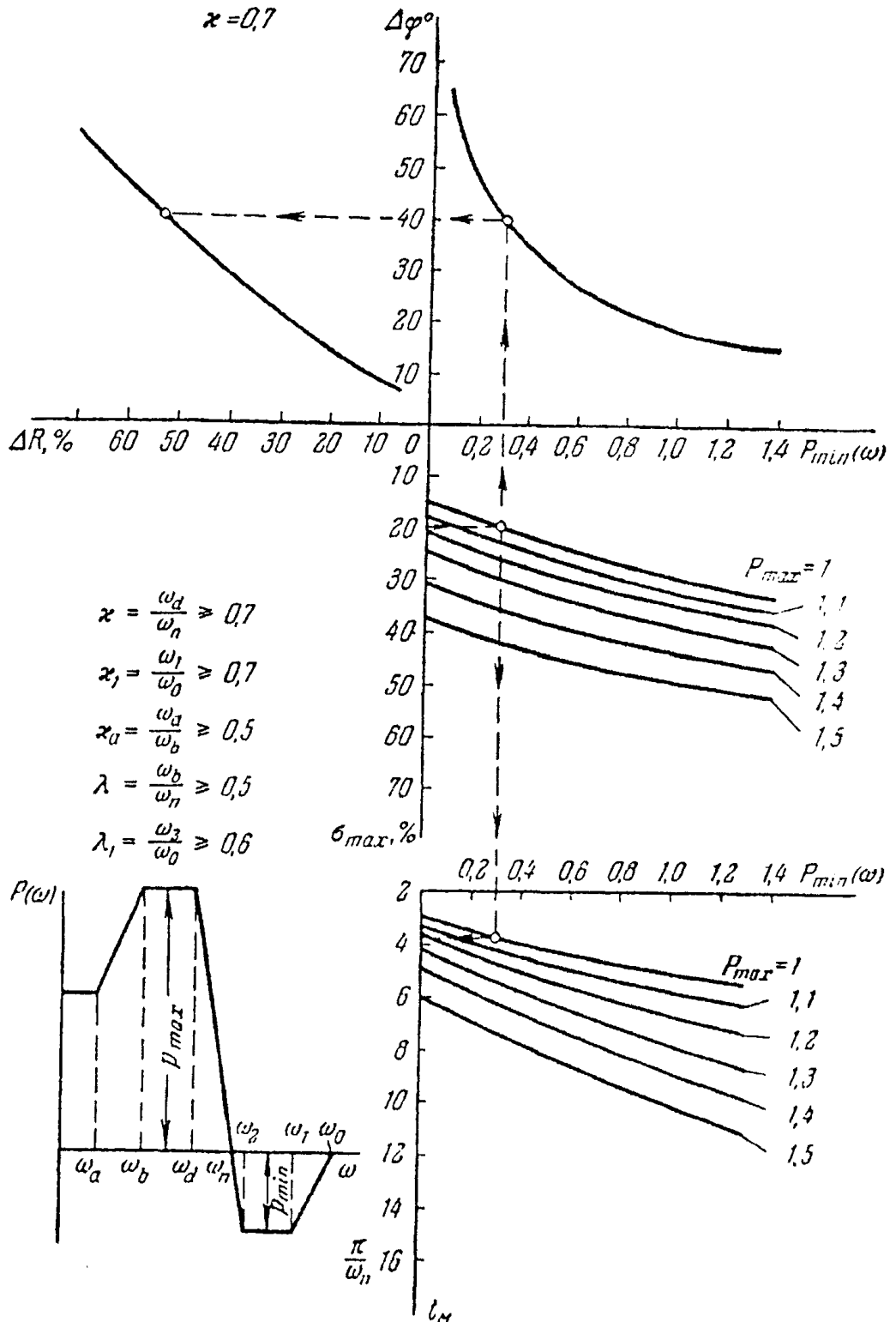
Hình 357

14. Phụ thuộc độ dự trữ yêu cầu theo pha vào môđun bằng dexiben ở các chỉ số dao động khác nhau



Hình 358

15. Đồ thị để xây dựng đặc tính tần số thủy theo các chỉ số chất lượng đã cho



Hình 359

16. Tìm đánh giá tích phân bình phương

$$I = \int_0^{\infty} x^2 dt$$

ở đây $x = y_{\infty}$ - độ lệch đại lượng điều chỉnh vào giá trị xác lập y_{∞} .

Biểu diễn đại lượng điều chỉnh theo Laplace được biểu diễn ở dạng:

$$Y(p) = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n} \quad (n > m)$$

Khi đó đánh giá tích phân có thể tính từ biểu thức:

$$I = \frac{1}{2a_0^2 \Delta} (B_0 \Delta_0 + B_1 \Delta_1 + \dots + B_m \Delta_m - 2b_0 b_1 \Delta)$$

Định thức Δ được tính như sau:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_0 & -a_2 & a_4 & -a_6 \dots 0 \\ 0 & a_1 & -a_3 & a_5 \dots 0 \\ 0 & -a_0 & a_2 & -a_4 \dots 0 \\ 0 & 0 & -a_1 & a_3 \dots 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots a_{n-1} \end{vmatrix}$$

Thứ Δ_v ($v = 0, 1 \dots m$) - định thức thu được từ Δ cột thay thế ($v + 1$) bằng cột.

$$a_1, a_0 \dots 0$$

Các hệ số $B_1 \dots B_m$ được tính như sau

$$B_0 = b_0^2$$

$$B_1 = b_1^2 - 2b_0 b_2$$

.....

$$B_k = b_k^2 - 2b_{k-1} b_{k+1} + \dots + 2(-1)^k b_0 b_{2k}$$

.....

$$B_m = b_m^2$$

17. Các công thức để tính mật độ phổ

Tích phân cần tìm được biểu diễn ở dạng:

$$I_n = \frac{1}{2\pi} \int \frac{G(j\omega)}{A(j\omega) - A(-j\omega)} d\omega$$

ở đây $A(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n$

$$G(j\omega) = b_0(j\omega)^{2n-2} + b_1(j\omega)^{2n-4} + \dots + b_{n-1}$$

Đa thức $G(j\omega)$ chỉ có số mũ chẵn $j\omega$. Đa thức $A(j\omega)$ cần có nghiệm ở nửa mặt phẳng bên trên, điều đó tương ứng với hệ ổn định. Đối với $n = 1$:

$$I_1 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{b_0 d\omega}{|a_0(j\omega)^2 + a_1|} = \frac{b_0}{2a_0 a_1}$$

Đối với $n = 2$:

$$I_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|b_0(j\omega)^2 + b_1| d\omega}{|a_0(j\omega)^2 + a_1j\omega + a_2|^2} = \frac{-b_0 + \frac{a_0 b_1}{a_2}}{2a_0 a_1}$$

Đối với $n = 3$:

$$I_3 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|b_0(j\omega)^4 + b_1(j\omega)^2 + b_2| d\omega}{|a_0(j\omega)^3 + a_1(j\omega)^2 + a_2j\omega + a_3|^2}$$

Đối với $n = 4$

$$I_4 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|b_0(j\omega)^6 + b_1(j\omega)^4 + b_2(j\omega)^2 + b_3| d\omega}{|a_0(j\omega)^4 + a_1(j\omega)^3 + a_2(j\omega)^2 + a_3j\omega + a_4|^2} =$$

$$= \frac{b_0(-a_1 a_4 + a_2 a_3) - a_0 a_3 b_1 + a_0 a_1 b_2 + \frac{a_0 b_3}{a_4} (a_0 a_3 - a_1 a_2)}{2a_0 (a_0 a_3^2 + a_1^2 a_4 - a_1 a_2 a_3)}$$

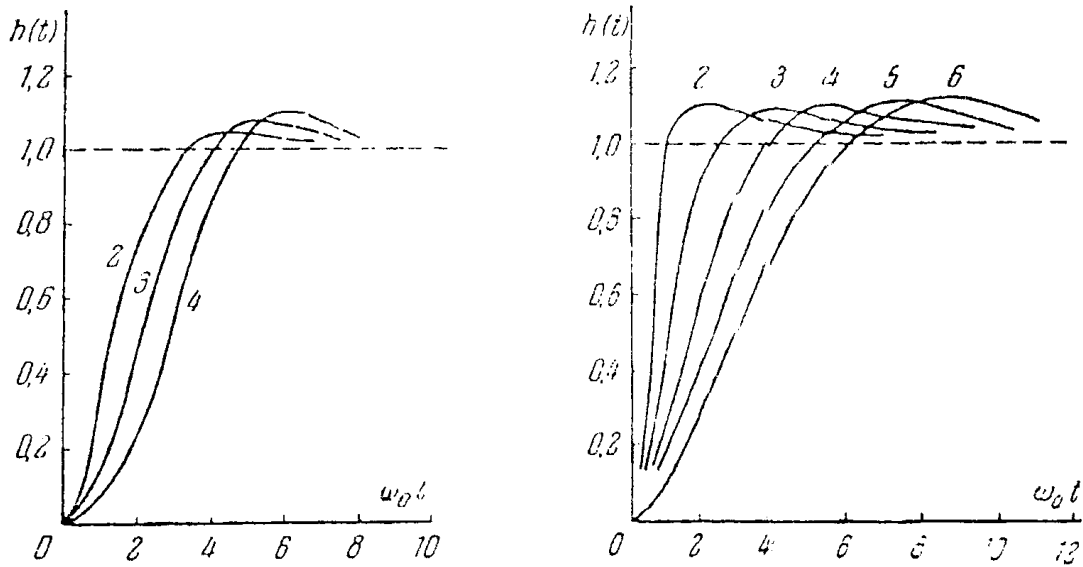
18. Các hàm truyền tiêu chuẩn của hệ hở

Các hàm truyền đối với các số mũ n khác nhau của phương trình vi phân được đưa ra ở bảng P4.

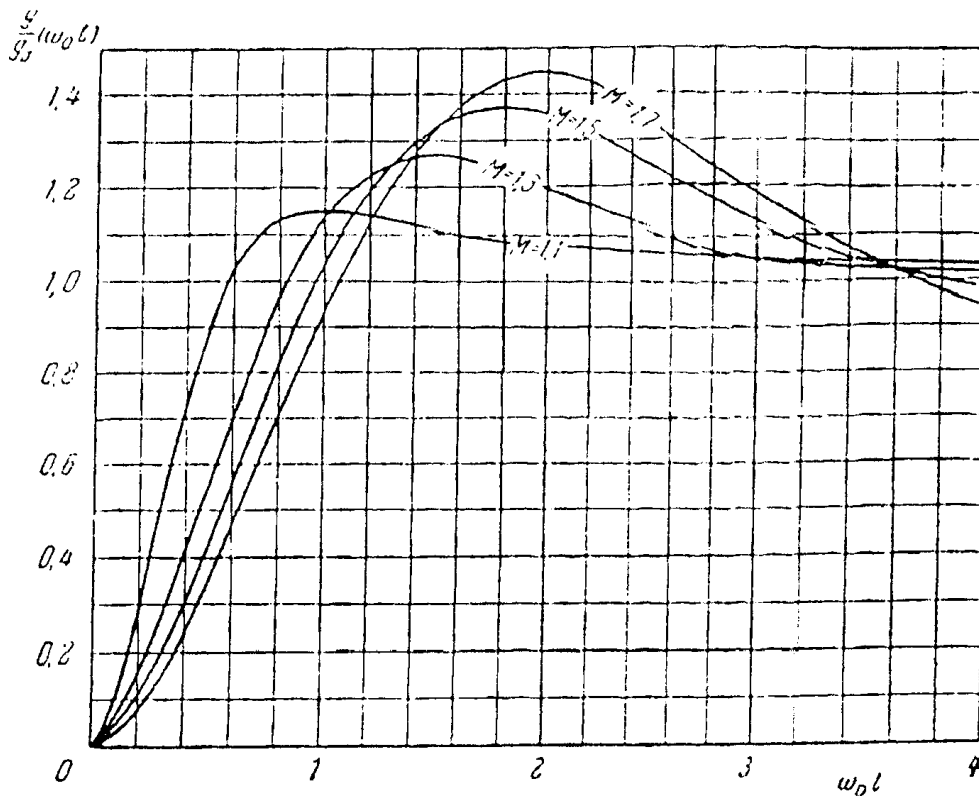
Bảng P4

Mức độ vô hướng	n	$\sigma, \%$	K	$W(p)$
	2	5	$\frac{\omega_0}{1,4}$	$\frac{\omega_0^2}{p^2 + 1,4\omega_0 p}$
	3	8	$\frac{\omega_0}{2}$	$\frac{\omega_0^3}{p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p}$
	4	10	$\frac{\omega_0}{2,6}$	$\frac{\omega_0^4}{p^4 + 2,6\omega_0 p^3 + 3,4\omega_0^2 p^2 + 2,6\omega_0^3 p}$
	2	10	ω_0^2	$\frac{2,5\omega_0 p + \omega_0^2}{p^2}$
	3	10	$\frac{\omega_0^2}{5,1}$	$\frac{6,3\omega_0^2 p + \omega_0^2}{p^3 + 5,1\omega_0 p^2}$
	4	10	$\frac{\omega_0^2}{16}$	$\frac{12\omega_0^3 p + \omega_0^4}{p^4 + 7,2\omega_0 p^3 + 16\omega_0^2 p^2}$
	5	10	$\frac{\omega_0^2}{38}$	$\frac{18\omega_0^4 p + \omega_0^5}{p^5 + 9\omega_0 p^4 + 29\omega_0^2 p^3 + 38\omega_0^3 p^2}$
	6	10	$\frac{\omega_0^2}{73}$	$\frac{25\omega_0^5 p + \omega_0^6}{p^6 + 11\omega_0 p^5 + 43\omega_0^2 p^4 + 83\omega_0^3 p^3 + 73\omega_0^4 p^2}$

Ở chúng có thông số ω_0 xác định tác dụng nhanh của hệ các đặc tính chuyển tiếp tương ứng với hàm truyền này được đưa ra trên hình 360. Độ điều chỉnh lại $\sigma\%$ được đưa ra ở dạng bảng.



Hình 360. Các đặc tính chuyển tiếp tương ứng với các hàm truyền tiêu chuẩn.



Hình 361. Các hàm chuyển tiếp đối với Đ.B.L của dạng đối xứng.

L. diễn hình tương ứng độ dự trữ ổn định đã cho đặc tính biên độ loga đối xứng điển hình

B

Hàm truyền của hệ hở	Dạng Đ.B.L	Loại Đ.B.L	Tần số cơ sở	Tần số cắt	Các hằng số thời gian ở v trung tâm và cao tần	
					Mối liên hệ với tần số cơ sở	Mối liên hệ với tần số
$\frac{K(1+T_2p)}{(1+T_0p)(1+T_1p)\prod_{i=3}^n(1+T_ip)}$		0-1-2-1-2-3...	$\sqrt{\frac{K}{T_0 T_1}}$	$\frac{KT_2}{T_0 T_1}$	$T_2 = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{M}{M-1}}$	$T_2 \geq \frac{1}{\omega_c}$
$\frac{K(1+T_2p)}{p(1+T_1p)\prod_{i=3}^n(1+T_ip)}$		1-2-1-2-3...	$\sqrt{\frac{K}{T_1}}$	$\frac{KT_2}{T_1}$		
$\frac{K(1+T_2p)}{p^2 \prod_{i=3}^n(1+T_ip)}$		2-1-2-3...	\sqrt{K}	KT_2	$\sum T_i \leq \frac{1}{\omega_0} \frac{\sqrt{M(m-1)}}{M+1}$	$\sum T_i \leq \dots$

M - chỉ số dao động. Đối với Đ.B.L đối xứng điển hình, nó bằng $M = \frac{m+1}{m-1}$ ở đây $m = T_2 / \sum_{i=3}^n T_i$

Đ.B.L. không

Hàm truyền của hệ hở	Dạng Đ.B.L	Dạng B.Đ.L	Tần số cơ sở ω_0	Các hằng số thời gian ở trung tần và cao tần
$\frac{K}{(1 + T_0 p) \prod_{i=1}^n (1 + T_i p)}$		0-1-2-3...	$\frac{K}{T_0}$	$\sum_{i=1}^n T_i \leq \frac{1}{\omega_0} \frac{M^2 + M\sqrt{M^2 - 1}}{2}$
$\frac{K}{p \prod_{i=1}^n (1 + T_i p)}$		1-2-3...	K	

nút đưa ra ở đây đối với $\sum_{i=1}^n T_i$ là gần đúng, nó cho cả độ chính xác ở $M \leq 1,3$. Hàm này là chính xác ở $M = 1$ và

$n = 1$ và M bất kỳ.

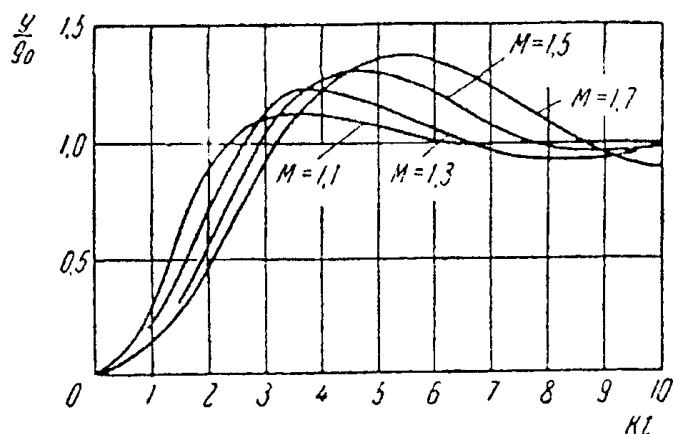
20. Các đường cong tiêu chuẩn của các quá trình chuyển tiếp đối với Đ.B.L điển hình.

A. Các đường cong của các quá trình chuyển tiếp ở tác dụng đầu vào ở dạng hàm tăng $g(t) = g_0 \cdot I(t)$.

1. Trường hợp Đ.B.L đối xứng (phụ lục 19, bảng P5) hình 361.

Các đường cong được tính đối với Đ.B.L loại 2 – 1 – 2 nhưng với độ chính xác cao biểu diễn các quá trình chuyển tiếp ở trường hợp tất cả các dạng Đ.B.L được đưa ra ở bảng P5.

2. Trường hợp Đ.B.L không đối xứng (phụ lục 19, bảng P.6) hình 36.



Hình 362. Các quá trình chuyển tiếp đối với Đ.B.L điển hình của dạng không xứng.

Các đường cong được tính đối với Đ.B.L loại 1 – 2 nhưng thực tế phù hợp cả đối với Đ.B.L các loại còn lại được đưa ra ở bảng P6.

B. Các đường cong sai số tạo lại tác động tuyến tính đã cho $g(t) = at \cdot I(t)$.

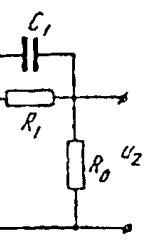
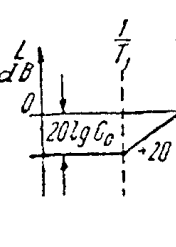
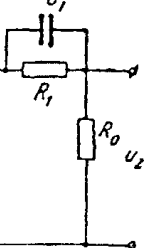
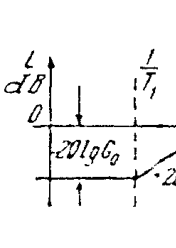
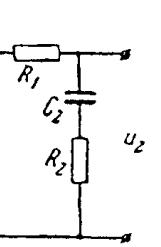
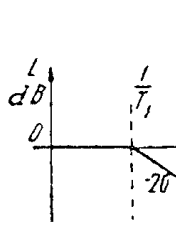
1. Trường hợp Đ.B.L đối xứng (phụ lục 19, bảng P.5).

Các đường cong được tính toán cho Đ.B.L loại 2 – 1 – 2, nhưng thực tế cho cả Đ.B.L loại còn lại được đưa vào bảng P5.

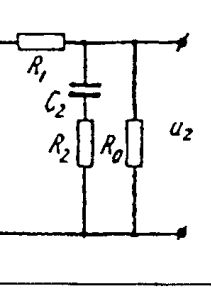
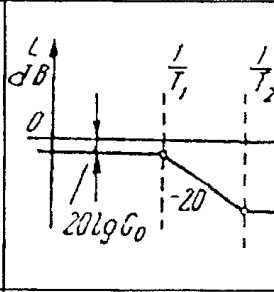
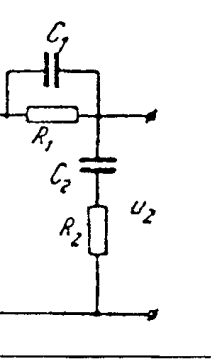
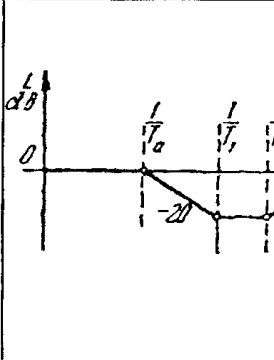
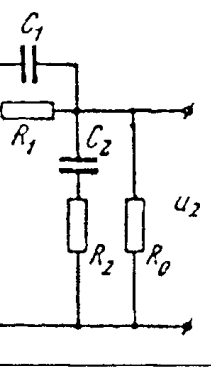
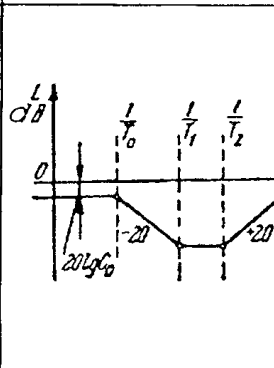
2. Trường hợp Đ.B.L không đối xứng (phụ lục 19, bảng P.5).

Các đường cong được tính cho Đ.B.L loại 1 – 2, nhưng thực tế cho cả Đ.B.L loại còn lại được đưa vào bảng P6.

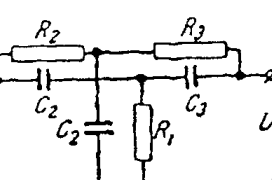
Ảnh hưởng của khâu hiệu chỉnh các dòng điện không đổi

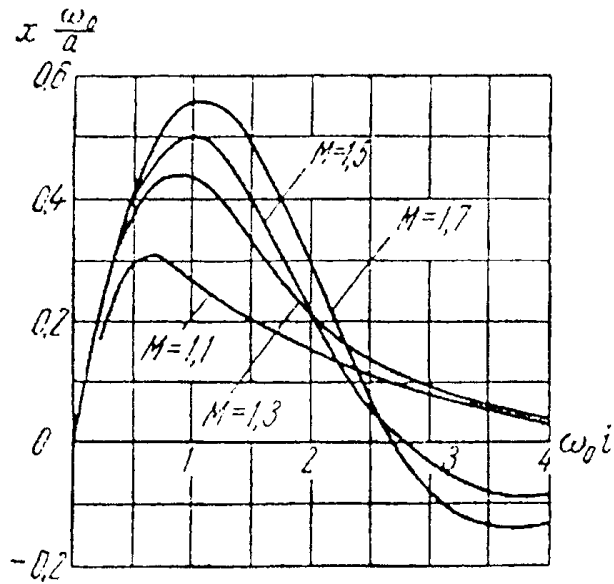
Loại khâu hiệu chỉnh	Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh	T_1	T_2	G_0	Đ.B.L. tiệm cận
	$G_0 \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}$	$R_1 C_1$	$\frac{T_1}{1 + \frac{R_0}{R_1}}$	$\frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_1}}$	
	$G_0 \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}$	$R_1 C_1$	$\frac{R_0 + R_1}{R_0 + R_1 + R_i} T_1$	$\frac{R_0}{R_0 + R_1 + R_i}$	
	$\frac{1 + T_2 p}{1 + T_1 p}$	$\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) T_2$	$R_2 C_2$	1	

Bảng P.7

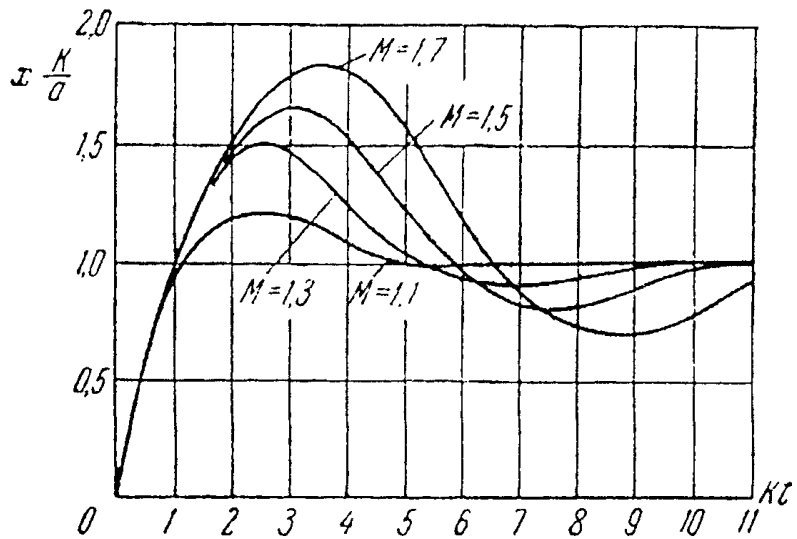
đồ khâu hiệu chỉnh	Hàm truyền của khâu hiệu chỉnh	T_1	T_2	G_0	Đ.B.L tiệm cận
	$G_0 \frac{1 + T_2 p}{1 + T_1 p}$	$(R_0 R_i + R_2 R_0 + R_2 R_i + R_0 R_1 + R_1 R_2) C_1 \times (R_i + R_0 + R_1)^{-1}$	$R_2 C_2$	$\frac{R_0}{R_0 + R_1 + R_i}$	
	$\frac{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{1 + \left[T_1 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + T_2 \right] p + T_1 T_2 p^2}$	$R_1 C_1$	$R_2 C_2$	1	
	$G_0 \frac{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}{(1 + A p + B p^2)}$	$R_1 C_1$	$R_2 C_2$	$\frac{R_0}{R_0 + R_1 + R_i}$	
$A = \frac{(R_i + R_0)(R_1 C_1 + R_2 C_2)}{R_0 + R_1 + R_i} + \frac{(R_i C_0 + R_0 C_1 + R_1 C_2) C_2}{R_0 + R_1 + R_i}$		$B = \frac{R_1 C_1 R_2 C_2 (R_0 + R_1)}{R_0 + R_1 + R_i} + \frac{R_0 R_i R_1 C_1 C_2}{R_0 + R_1 + R_i}$			

khâu hiệu chỉnh có dòng điện biến đổi (khâu dạng T kép)

Sơ đồ	Các hàm truyền của khâu	Mối liên hệ giữa các hằng thời gian thông số và hằng số thời gian theo đường bao	Các điều kiện tồn tại kh
<p>khâu dạng T kép</p>  <p> $T_1 = R_1 C_1$ $T_2 = R_2 C_2$ $T_3 = R_3 C_3$ $S_1 = R_1 C_3$ $S_2 = R_2 C_3$ </p>	<p>Thông số</p> $\frac{U_2}{U_1} = \frac{A(p)}{B(p)}$ <p>ở đây</p> $A(p) = T_1 T_2 T_3 p^3 + T_1 (S_2 + T_3) p^2 + (T_1 + S_1) p + 1$ $B(p) = T_1 T_2 T_3 p^3 + T_1 (S_2 + T_3) p^2 + T_2 (T_1 + S_1 + T_3) p^2 + (T_1 + S_1 + T_3) p + 1$ <p>Theo đường bao</p> $\frac{U_2(j\Omega)}{U_1(j\Omega)} = G_0 \frac{1 + T_D j\Omega}{1 + \tau j\Omega}$	<p>Mối liên hệ giữa các hằng thời gian thông số và hằng số thời gian theo đường bao</p> $T_1 = G_0 \frac{\omega_H T_D x + 2x + \omega_H T_D}{2\omega_H (1 - G_0)}$ $T_2 = \frac{x^2}{T_1 \omega_H}, \quad T_3 = \frac{1}{x \omega_H}$ $S_1 = -\frac{2}{\omega_H^2 T_D} + \frac{x}{\omega_H} - T_1$ $S_2 = \frac{2}{\omega_H^2 \tau} - \frac{2}{\omega_H^2 \tau_D} - \frac{1}{\omega_H x} - T_2$ $G_0 = \frac{\tau}{T_D}$	<p>Các điều kiện tồn tại kh</p> $\frac{1}{\tau \omega_H} - \frac{2}{T_D \omega_H} - \frac{1}{\tau \omega_H} \sqrt{1 - \dots}$ $< x <$ $\frac{1}{\tau \omega_H} - \frac{2}{T_D \omega_H} + \frac{1}{\tau \omega_H} \sqrt{1 - \dots}$ $\frac{2\tau \omega_H - \omega_H T_D (1 + \sqrt{1 - \tau^2 \omega_H^2})}{4 - \frac{4\tau}{T_D} - \tau T_D \omega_H^2}$ $< \frac{2\tau \omega_H - \omega_H T_D (1 - \sqrt{1 - \dots})}{4 - \frac{4\tau}{T_D} - \tau T_D \omega_H^2}$ $\tau \leq \frac{1}{\omega_H}, \quad G_0 \leq \frac{1}{T_D \omega_H}, \quad \dots$



Hình 363. Sai số tái tạo lại quy luật tuyến tính đối với Đ.B.L có dạng đối xứng.



Hình 364. Sai số tái tạo lại quy luật tuyến tính đối với Đ.B.L của dạng không đối xứng.

Bảng P.9. Chọn các thông số của khâu

	2,5	5,0	7,5	10	15	20	30	40	50	60	∞
Bề rộng dải tần số, Hz	$\pm \frac{f_H}{2,5}$	$\pm \frac{f_H}{5,0}$	$\pm \frac{f_H}{7,5}$	$\pm \frac{f_H}{10}$	$\pm \frac{f_H}{15}$	$\pm \frac{f_H}{20}$	$\pm \frac{f_H}{30}$	$\pm \frac{f_H}{40}$	$\pm \frac{f_H}{50}$	$\pm \frac{f_H}{60}$	Cộng hưởng
α	0,758	0,553	0,486	0,453	0,420	0,403	0,386	0,378	0,374	0,370	0,353
G_0	0,226	0,110	0,077	0,052	0,034	0,025	0,016	0,012	0,009	0,008	0

$$\begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_{n-1} \end{matrix} \tag{P5}$$

Biểu thức $D'(\lambda)$ là đạo hàm từ $D(\lambda)$ theo λ .

d) Đối với các phương trình hệ phi tuyến bậc thứ n cho ở dạng tính chuẩn:

$$\left. \begin{matrix} \eta_1 = \alpha_{11}\eta_1 + \alpha_{12}\eta_2 + \dots + \alpha_{1, n-1} \eta_{n-1} + b_1 f(\sigma), \\ \eta_2 = \alpha_{21}\eta_1 + \alpha_{22}\eta_2 + \dots + \alpha_{2, n-1} \eta_{n-1} + b_2 f(\sigma), \\ \dots \\ \eta_n = \alpha_{n1} \eta_1 + \alpha_{n2} \eta_2 + \dots + \alpha_{nn} \eta_n + b_n f(\sigma) \\ \sigma = c_1 \eta_1 + c_2 \eta_2 + \dots + c_n \eta_n \end{matrix} \right\} \tag{P6}$$

Các phương trình kiểu mâu đối với các biến x_1, x_2, \dots, x_n có dạng:

$$\left. \begin{matrix} x_1 = \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ x_2 = \lambda_2 x_2 + f(\sigma) \\ \dots \\ x_n = \lambda_n x_n + f(\sigma) \end{matrix} \right\} \tag{P7}$$

Ở đây $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ - các nghiệm của đa thức đặc trưng $D(\lambda)$:

$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} \alpha_{11} - \lambda, & \alpha_{12}, & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21}, & \alpha_{22} - \lambda, & \dots & \alpha_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{n1}, & \alpha_{n2}, & \dots, & \alpha_{nn} - \lambda \end{vmatrix}$$

Nếu ở phương trình $D(\lambda) = 0$ có nghiệm không, ví dụ $\lambda_n = 0$, thì các phương trình kiểu mâu đối với hệ các phương được biểu diễn ở dạng trùng với (P2):

$$\left. \begin{matrix} x_1 = \lambda_1 x_1 + f(\sigma) \\ x_2 = \lambda_2 x_2 + f(\sigma) \\ \dots \\ x_{n-1} = \lambda_{n-1} x_{n-1} + f(\sigma) \\ \sigma = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n - r.f(\sigma), (\sigma = x_n) \end{matrix} \right\} \tag{P7}$$

Nhưng ở đây

$$R = -(c_1 b_1 + c_2 b_2 + \dots + c_n b_n) \tag{P8}$$

$$\text{Ở đây } \beta_k = -\lambda_k \gamma_k \beta = -\lambda_k \sum_{i=1}^n c_i \frac{N_i(\lambda_k)}{D'(\lambda_k)} \quad (k=1, 2, \dots, n) \tag{P9}$$

Ở công thức (P9):

$$N_k(\lambda) = \sum_{i=1}^n b_i D_{ik}(\lambda). \tag{P10}$$

Ở đây $D_{ik}(\lambda)$ ký hiệu bổ sung đại số dòng thứ i và cột k của định thức $D(\lambda)$.

e) Đối với các phương trình của hệ phi tuyến bậc n cho ở dạng:

$$G > 0 \text{ ở } \vartheta > -\frac{r}{4} \quad (P18)$$

$$G > 2\sqrt{-\vartheta} - \sqrt{2} \text{ ở } \vartheta < -\frac{r}{4} \quad (P19)$$

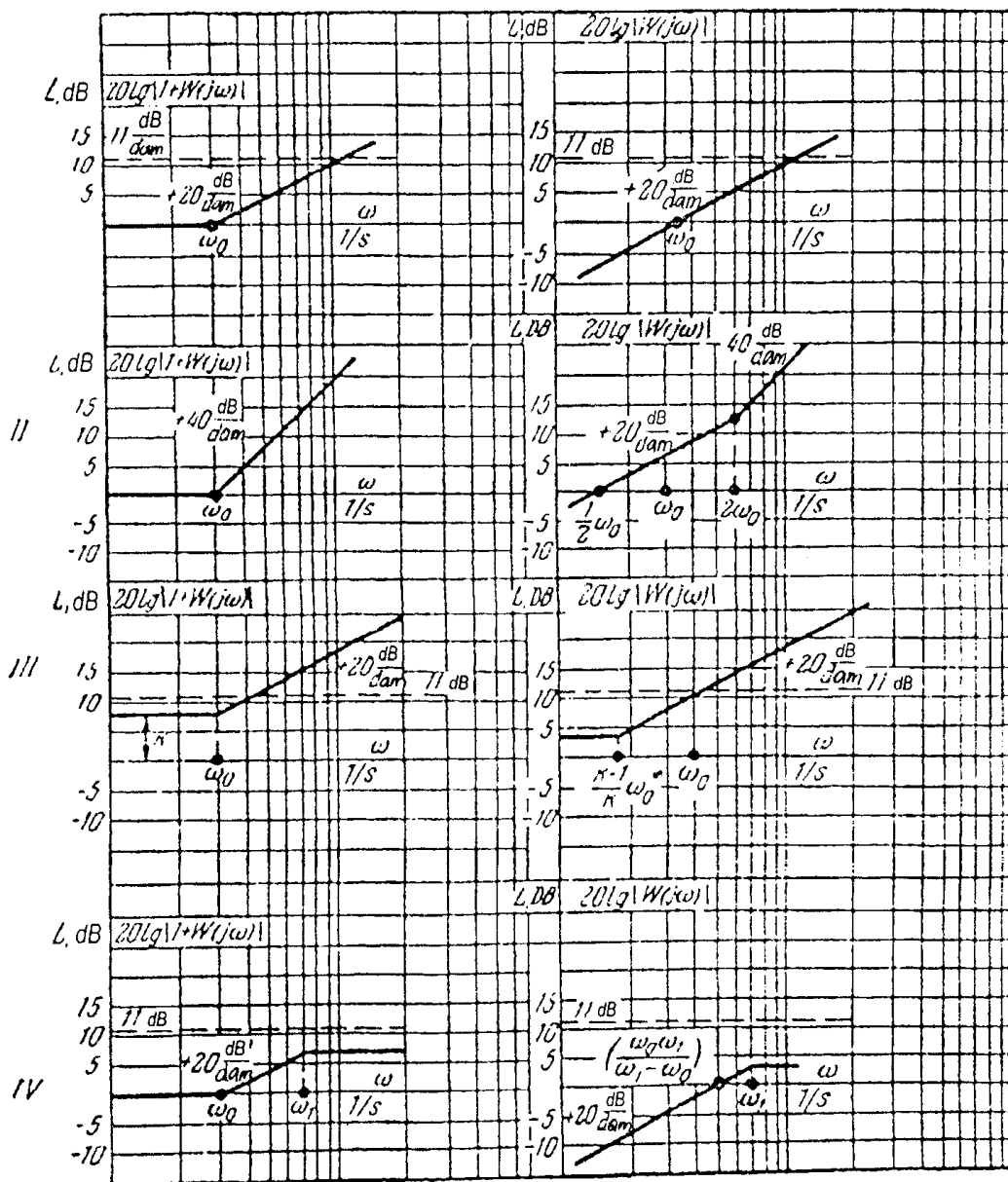
ở đây

$$G^2 = \frac{\beta_1}{\lambda_1} + \frac{\beta_2}{\lambda_2} + r \quad (P20)$$

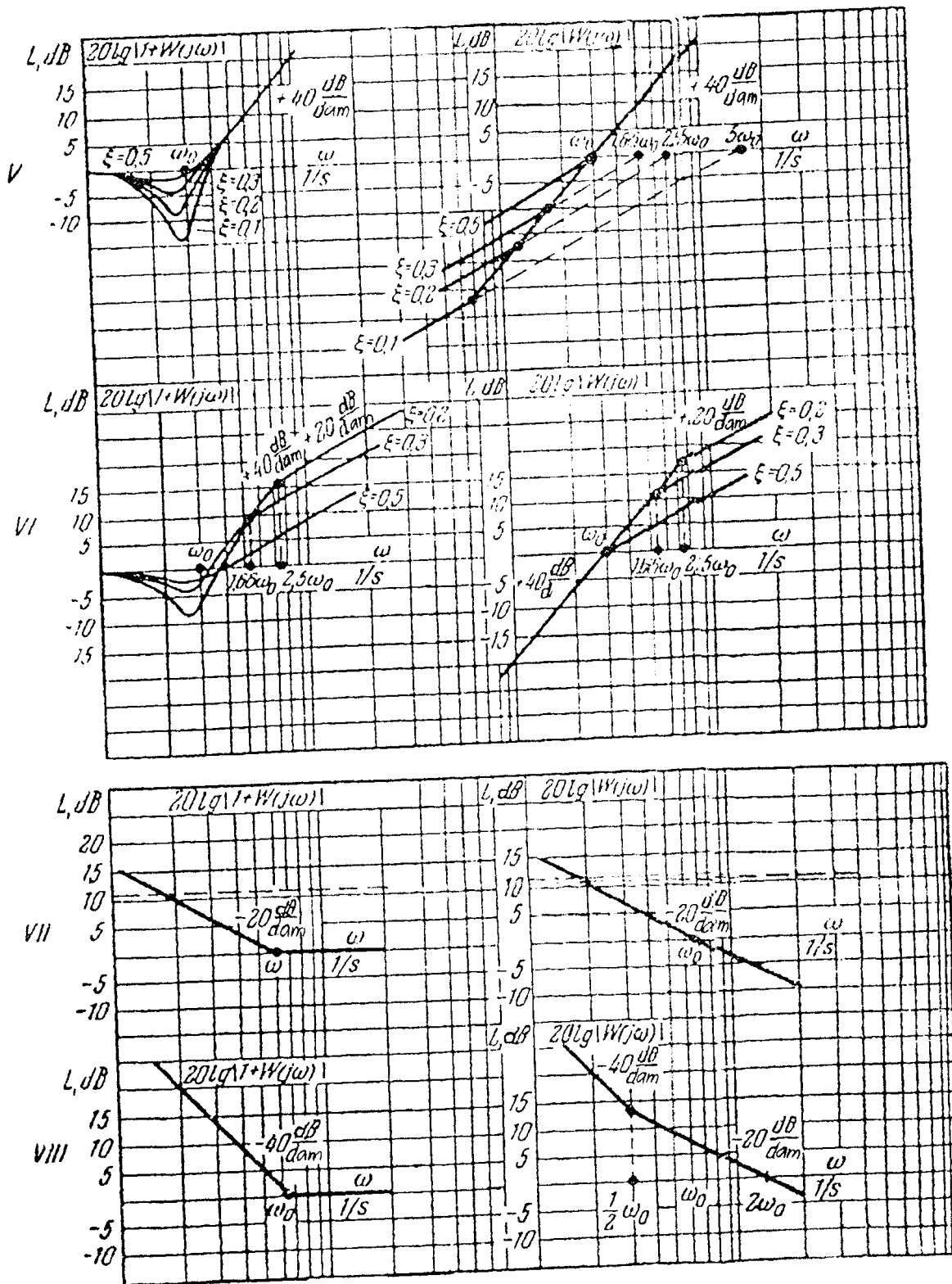
$$\vartheta = \frac{r(\lambda_1 - \lambda_2)^2 + (\beta_1 - \beta_2)(\lambda_1 - \lambda_2)}{4\lambda_1\lambda_2} \quad (P21)$$

Đối với hệ bậc hai, các phương trình của chúng được đưa về dạng (P7) thoả mãn các điều kiện (P18) và (P19) ở $r = 0$, nếu trong các công thức (P20) và (P21) thay β_1 và β_2 cho γ_1 và γ_2 .

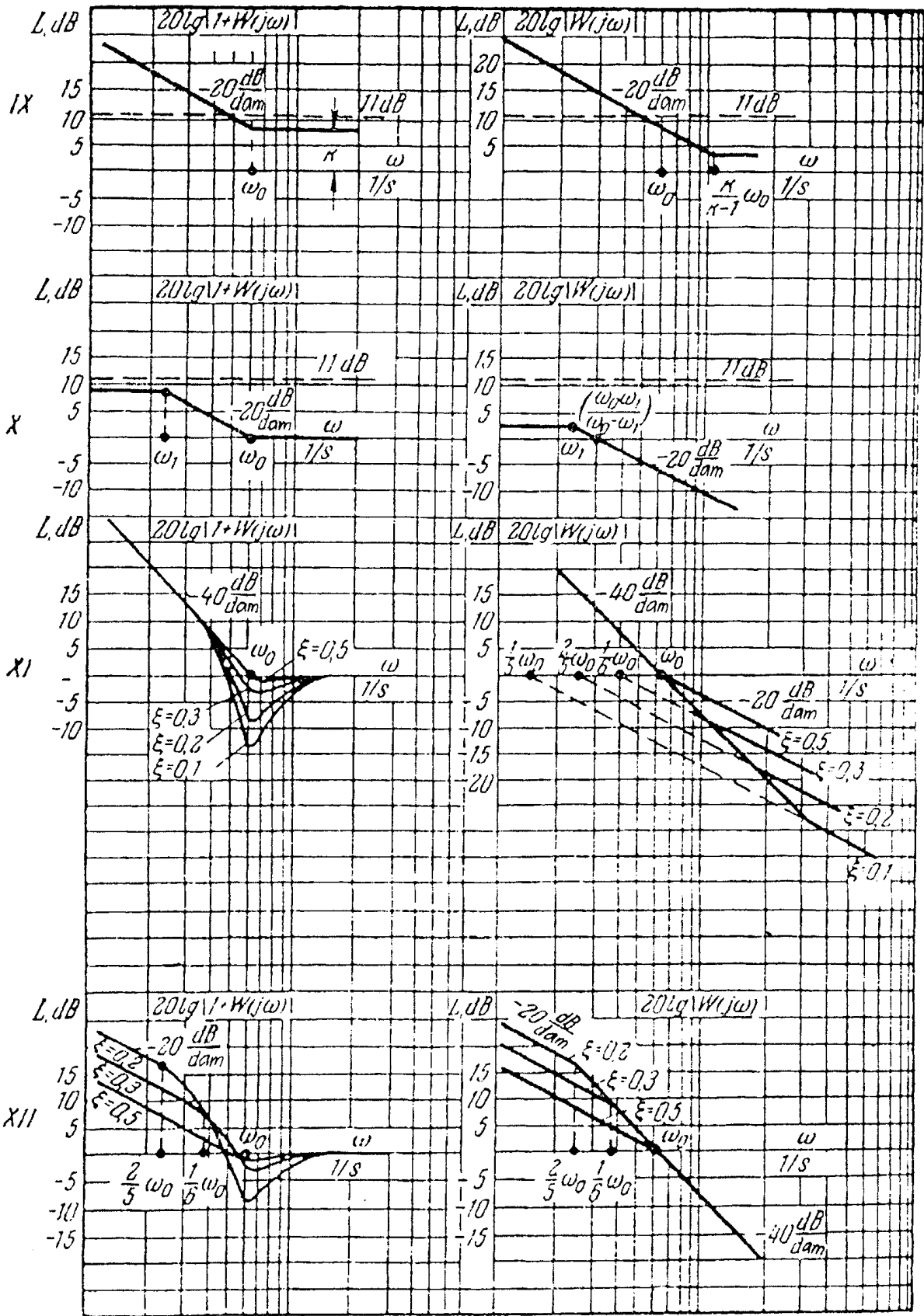
25. Chuyển từ Đ.B.L dạng $20\lg|1 + W(j\omega)|$ tới Đ.B.L dạng $20\lg|W(j\omega)|$ (hình 365, 366, 367)



Hình 365



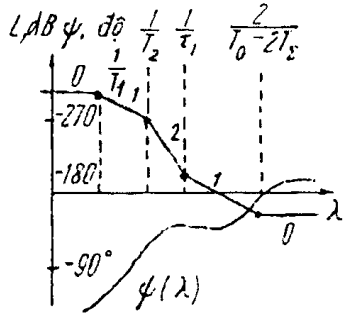
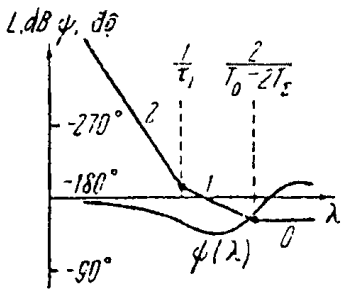
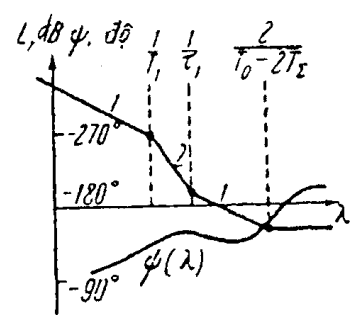
Hình 366



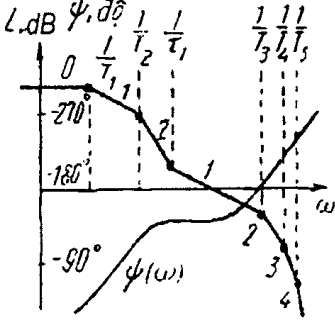
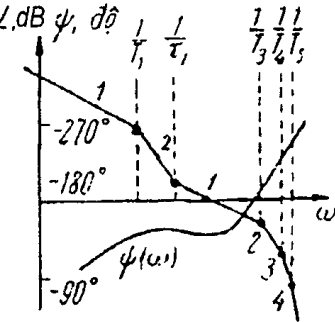
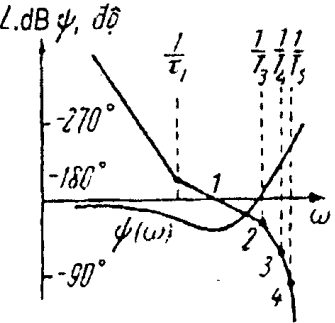
Hinh 367

26. Đ.B.L điển hình của các hệ có MTS

Bảng P.10

Mức độ vô hướng	Đ.B.L điển hình	Hàm truyền tần số phân tán của hệ hở
0		$\frac{K(1 + j\lambda\tau_1) \left(1 - j\lambda \frac{T_0}{2}\right) \left[1 + j\lambda \left(\frac{T_0}{2} - T_\epsilon\right)\right]}{(1 + j\lambda T_1)(1 + j\lambda T_2) \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2}\right)}$
1		$\frac{K_\Omega(1 + j\lambda\tau_1) \left(1 - j\lambda \frac{T_0}{2}\right) \left[1 + j\lambda \left(\frac{T_0}{2} - T_\epsilon\right)\right]}{j\lambda(1 + j\lambda T_1) \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2}\right)}$
2		$\frac{K_\epsilon(1 + j\lambda\tau_1) \left(1 - j\lambda \frac{T_0}{2}\right) \left[1 + j\lambda \left(\frac{T_0}{2} - T_\epsilon\right)\right]}{(j\lambda)^2 \left(1 + j\lambda \frac{T_0}{2}\right)}$

Bảng P.10 (tiếp theo)

Đ.B.L phân liên tục của hệ	Hàm truyền phân liên tục của hệ	Các biểu thức tính toán
	$\frac{K(1 + \tau_1 p)}{(1 + T_2 p)(1 + T_3 p) \dots (1 + T_1 p) \dots}$	$T_\varepsilon = \sum_{i=3}^n T_i = T_3 + T_2 + \dots + T_n$ $\tau_1 \geq \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \sqrt{\frac{M}{M-1}}$ <p>hay $\tau_1 \geq \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \cdot \frac{M}{M-1}$</p>
	$\frac{K_\Omega(1 + \tau_1 p)}{p(1 + T_2 p)(1 + T_3 p) \dots (1 + T_1 p) \dots}$	$\frac{T_0}{2} + \sum_{i=3}^n T_i \leq \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \cdot \frac{\sqrt{M(M-1)}}{M+1}$ <p>hay $\frac{T_0}{2} + \sum_{i=3}^n T_i \leq \frac{1}{\lambda_c} \cdot \frac{M}{M+1}$</p>
	$\frac{K_\varepsilon(1 + \tau_1 p)}{p^2(1 + T_2 p)(1 + T_3 p) \dots (1 + T_1 p) \dots}$	$\lambda = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2}$

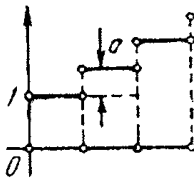
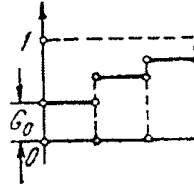
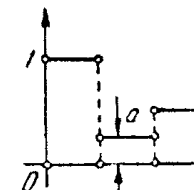
Chọn λ_ε hay λ_c thực hiện tương ứng với các yêu cầu đáp ứng và tính lượng tử theo thời gian với độ chính xác hay tác dụng nhanh của hệ có MTS.

khâu hiệu chỉnh phân tán tuần tự điển hình

Bảng

Tên của khâu	Hàm truyền của khâu tương tự liên tục $W(p)$	Hàm truyền phân tán $D(z)$	Hàm truyền tần số	Đặc tính chuyển
Vi phân	$1 + T_p$	$\frac{z-a}{z}$ $0 < a \leq 1$	$G_0 \frac{1 + j\tau\lambda}{1 + j\frac{T_0}{2}\lambda}$ $G_0 = (1-a), \tau = \frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{T_0}{2}$	
Tương tự vi phân thụ động	$G_0 \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}$ $G_0 = \frac{T_2}{T_1}$ $T_1 > T_2$	$\frac{z-a}{z-b}$ $0 < a < 1$ $0 < b < 1, a < b$	$G_0 \frac{1 + j\tau_1\lambda}{1 + j\tau_2\lambda}$ $G_0 = \frac{1-a}{1-b}$ $\tau_1 = \frac{1+a}{1-a} \cdot \frac{T_0}{2}$ $\tau_2 = \frac{1+b}{1-b} \cdot \frac{T_0}{2}$	
Tích phân	$\frac{k}{p} = \frac{1}{T_p}$	$\frac{a}{z-1}$	$\frac{a}{T_0} \cdot \frac{1 - j\frac{T_0}{2}\lambda}{j\lambda}$	

Bảng P.11

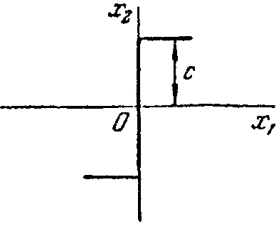
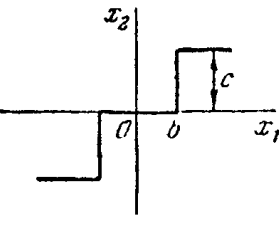
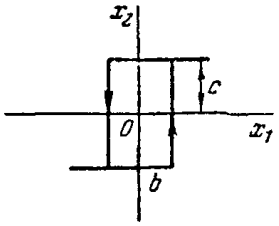
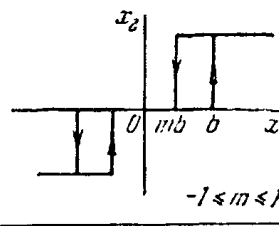
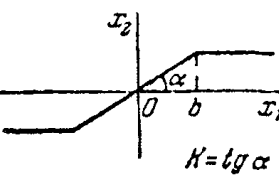
Tên của khâu	Hàm truyền của khâu tương tự liên tục W(p)	Hàm truyền phân tán D(z)	Hàm truyền tần số	Đặc tính chuyển tiếp
Quần bằng	$1 + \frac{1}{T_p} = \frac{1+T_p}{T_p}$	$1 + \frac{a}{z-1}$	$\frac{a}{T_0} \cdot \frac{1+j\tau\lambda}{j\lambda}$ $\tau = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2}\right)T_0$	
Tương tự tích phân thụ động	$\frac{1+T_2p}{1+T_1p}$ $T_1 > T_2$	$\frac{1}{T_p} + \tau p \frac{(1+a)z+1-a}{(1+b)z+1-b}$ $a > 1; b > 1$ $a < b$	$\frac{1+j\tau_2\lambda}{1+j\tau_1\lambda}, G_0 = \frac{T_0+2\tau_2}{T_0+2\tau_1}$ $\tau_1 = \frac{\beta T_0}{2}, \tau_2 = \frac{aT_0}{2}$	
Tích phân vi phân	$1 + \frac{1}{T_p} + \tau p$	$\frac{az}{z-1} + \frac{z-1}{z}$ $a < 1$	$\frac{a + jaT_0\lambda + \left(1 + \frac{a}{4}\right)T_0^2(j\lambda)^2}{jT_0\lambda\left(1 + j\frac{T_0}{2}\lambda\right)}$	

Trong bảng ta chọn giả tần số $\lambda = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg} \frac{\omega T_0}{2} = -j \frac{2\omega}{T_0} = -j \frac{2}{T_0} \cdot \frac{z-1}{z+1}$.

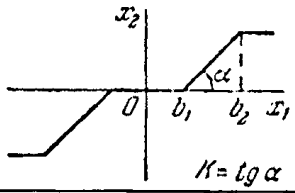
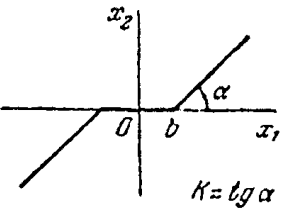
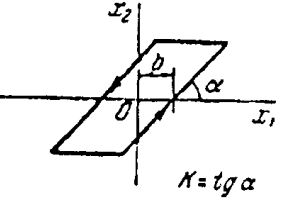
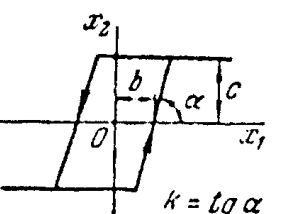
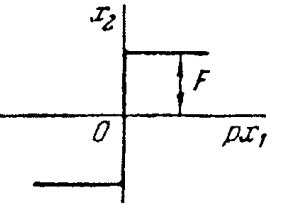
Các đặc tính chuyển tiếp được xây dựng đối với bộ lọc phân tán có nhớ theo chu kỳ lặp.

28. Các hệ số tuyến tính hoá dao động điều hoà của các đặc tính phi tuyến tính

Bảng P.12

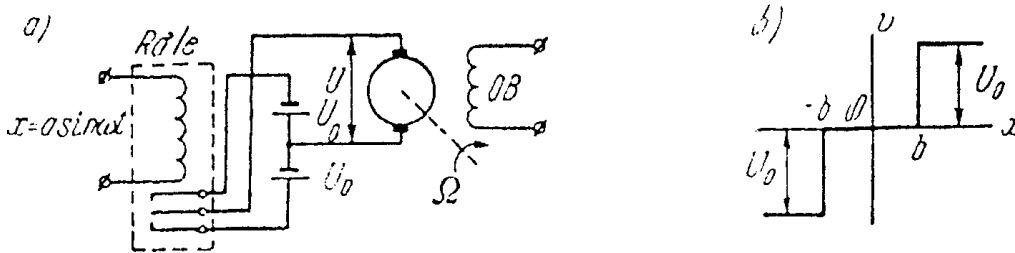
TT	Các đặc tính tính của các khâu phi tuyến	$q(a)$	$q'(a)$
1	Rơ le lý tưởng 	$\frac{4c}{\pi a}$	0
2	Rơ le có vùng không nhạy cảm 	$\frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ ở $a \geq b$	0
3	Rơ le có nhánh trễ 	$\frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ khi $a \geq b$	$-\frac{4cb}{\pi^2 a}$ khi $a \geq b$
4	Rơ le dạng tổng quát  $-1 \leq m \leq 1$	$\frac{2c}{\pi a} \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + \sqrt{1 - \frac{m^2 b^2}{a^2}} \right)$ khi $a \geq b$	$-\frac{2cb}{\pi a^2} (1 - m)$ khi $a \geq b$
5	Có bão hoà  $K = \lg \alpha$	$\frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right)$ khi $a \geq b$	0

Bảng P.12 (tiếp theo)

TT	Các đặc tính tĩnh của các khâu phi tuyến	$q(a)$	$q'(a)$
6	<p>Có vùng không nhảy cảm và bão hoà</p>  <p>$k = \operatorname{tg} \alpha$</p>	$\frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{b_2}{a} - \arcsin \frac{b_1}{a} + \frac{b_2}{a} \sqrt{1 - \frac{b_2^2}{a^2}} - \frac{b_1}{a} \sqrt{1 - \frac{b_1^2}{a^2}} \right)$ <p>khi $a \geq b_2$</p>	0
7	<p>Có vùng không nhảy cảm và không bão hoà</p>  <p>$k = \operatorname{tg} \alpha$</p>	$k - \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right)$ <p>khi $a \geq b$</p>	0
8	<p>Loại có lỗ hay khe hở</p>  <p>$k = \operatorname{tg} \alpha$</p>	$\frac{k}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} + \arcsin \left(1 - \frac{2b}{a} \right) + 2 \left(1 - \frac{2b}{a} \right) \sqrt{\frac{b}{a} \left(1 - \frac{b}{a} \right)} \right]$ <p>khi $a \geq b$</p>	$-\frac{4k}{\pi a} \left(1 - \frac{b}{a} \right)$ <p>khi $a \geq b$</p>
9	<p>Có bão hoà và nhánh trễ</p>  <p>$k = \operatorname{tg} \alpha$</p>	$\frac{k}{\pi} \left[\arcsin \frac{c+kb}{ka} + \arcsin \frac{c-kb}{ka} + \frac{c+kb}{ka} \sqrt{1 - \frac{(c+kb)^2}{k^2 a^2}} + \frac{c-kb}{ka} \sqrt{1 - \frac{(c-kb)^2}{k^2 a^2}} \right]$ <p>khi $a \geq \frac{c+kb}{k}$</p>	$-\frac{bc}{\pi a^2}$ <p>khi $a \geq \frac{c+kb}{k}$</p>
10	<p>Ma sát khô</p> 	$\frac{4F}{\pi \nu}$ <p>ν - biên độ tốc độ</p>	0

29. Các đặc tính tần số biên độ – pha tiêu chuẩn của các cơ cấu thừa hành role

Cơ cấu thừa hành role bao gồm role và động cơ có dòng điện không đổi với kích từ độc lập (hình 368a) được nghiên cứu như một khâu phi tuyến của hệ tự động.



Hình 368. Cơ cấu thừa hành role.

Đặc tính tĩnh của role được biểu diễn trên hình 368b. Hàm truyền định mức được tuyến tính hoá dao động điều hoà của cơ cấu thừa hành role:

$$W_0(d, jz) = q_0(d, z) + jq'_0(d, z)$$

ở đây $d = \frac{a}{b}$ - biên độ tương đối; $z = \omega T_m$ - tần số tương đối; T_m - hằng số điện cơ của thời gian động cơ.

Các đặc tính biên độ - pha tiêu chuẩn được xây dựng trên hình 369 và 370 đối với các giá trị khác nhau của hệ số γ tính đến ảnh hưởng mômen phụ tải tĩnh M_H :

$$\gamma = 1 - \frac{M_H}{M_0}$$

ở đây, M_0 - thời điểm khởi động của động cơ.

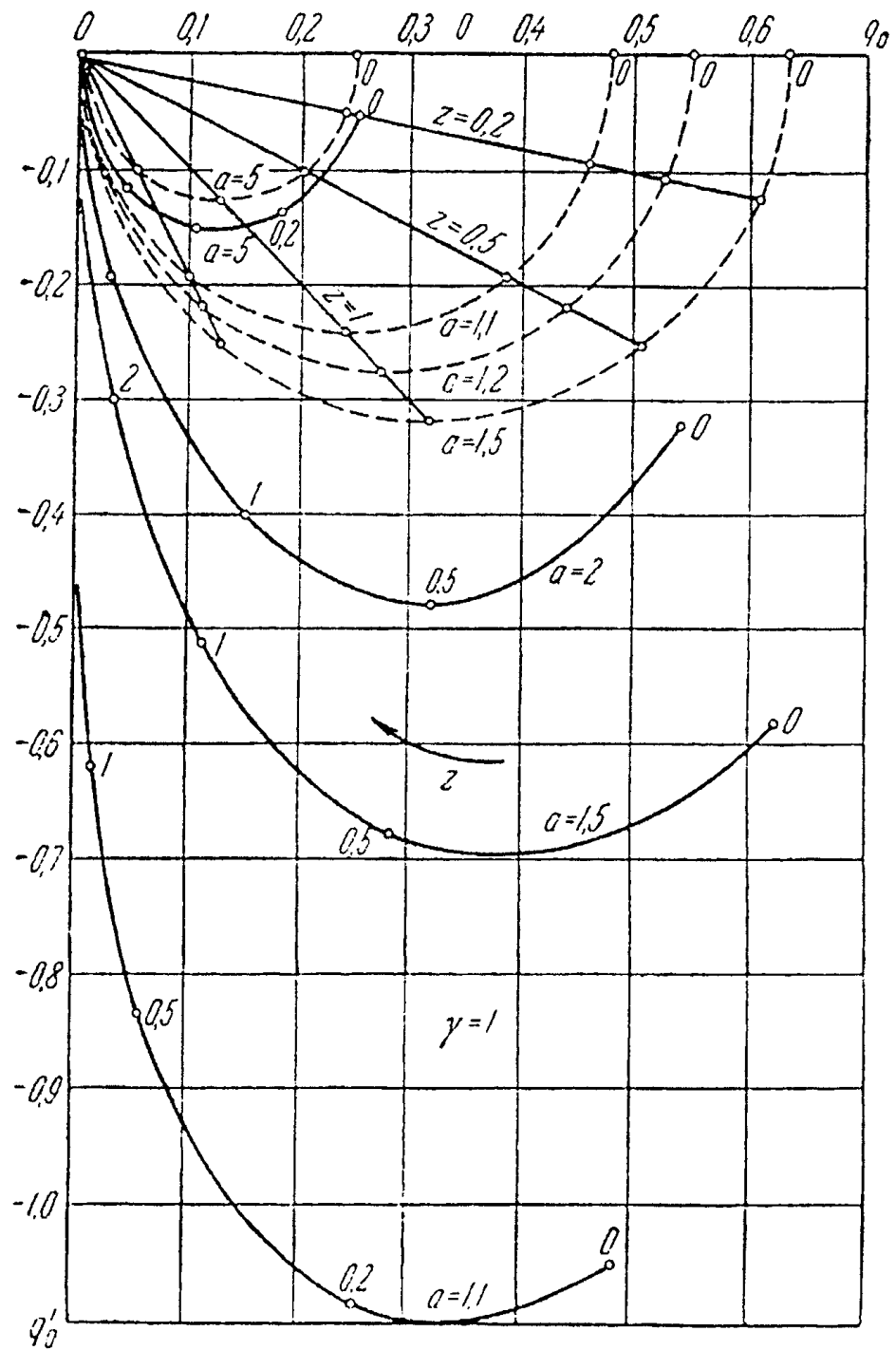
Trên hình 370 bằng đường đứt nét ta chỉ ra các đặc tính biên độ pha thu được ở kết quả phép nhân liên tiếp hàm truyền tuyến tính hoá dao động điều hoà định mức của role (xem phụ lục 28):

$$W_H(d, jz) = \frac{4}{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{d^2}}$$

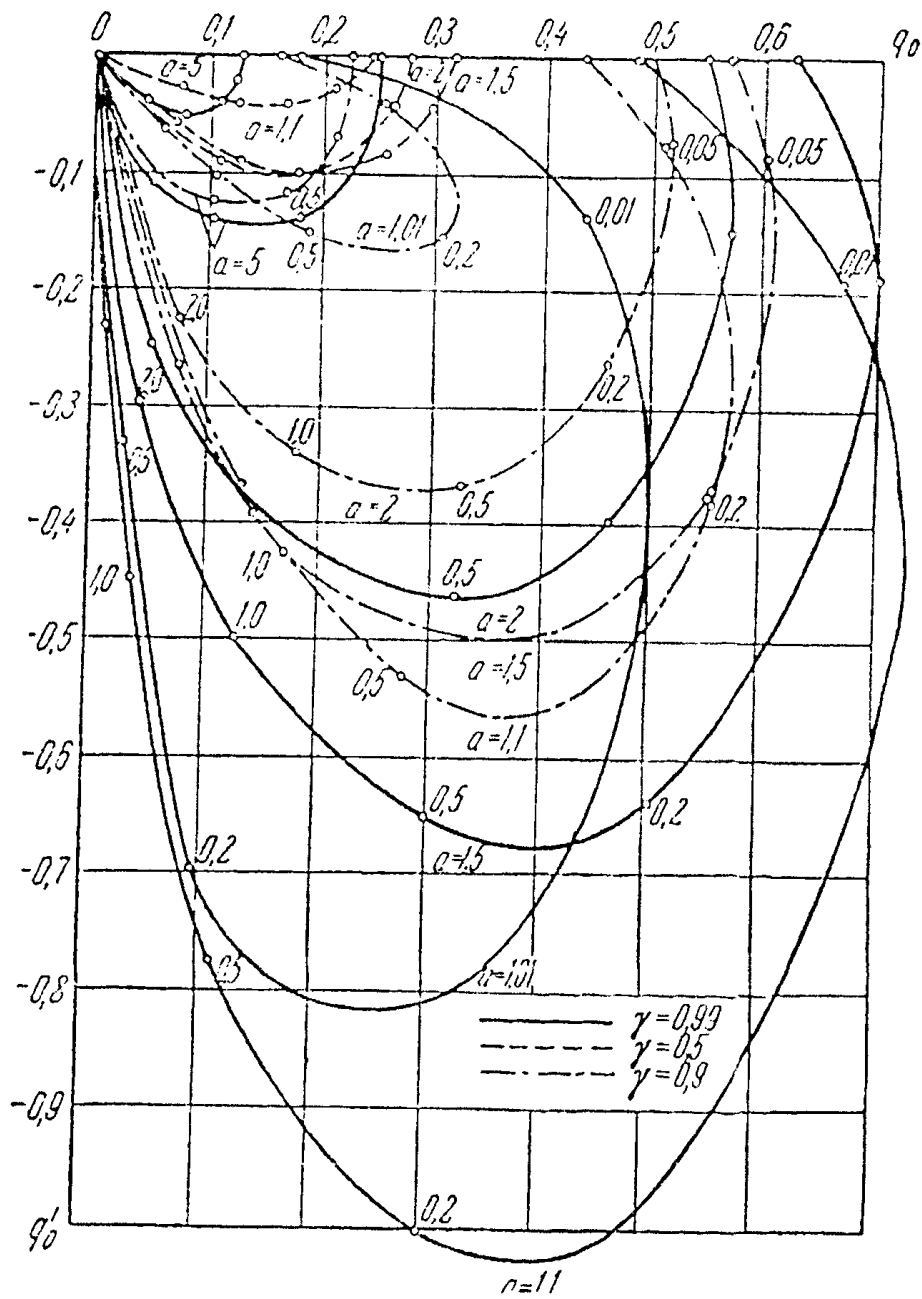
và đặc tính biên độ pha tiêu chuẩn của động cơ có dòng điện không đổi với kích từ độc lập:

$$W_D(jz) = \frac{1}{1 + jz}$$

So sánh các đặc tính này chỉ ra rằng ở các giá trị nhỏ biên độ tương đối ($\alpha < 10$) nghiên cứu riêng biệt role và động cơ là không cho phép.



Hình 369. Đ.T.B đối với trường hợp $M_H = 0$.



Hình 370. Đ.T.B định mức đối với trường hợp $M_H \neq 0$.

30. Các hệ số tuyến tính hoá tĩnh của một vài đặc tính phi tuyến tính điển hình

Nếu ở đầu vào khâu phi tuyến có đặc tính tĩnh $y = F(x)$ có tín hiệu là quá trình ngẫu nhiên:

$$x(t) = m_x(t) + x^0(t)$$

Ở đây $m_x(t)$ - kỳ vọng toán học của nó, $x^0(t)$ - thành phần hướng tâm ngẫu nhiên, thì quá trình ở đầu ra khâu phi tuyến có thể được biểu diễn gần đúng ở dạng:

$$y(t) \approx k_0 m_x(t) + k_\sigma x^0(t)$$

Ở mặt độ một chiều đã cho của xác suất $\omega(x)$ các hệ số của các độ tuyến tính tĩnh k_0 và k_σ được tính toán theo cấp công thức:

$$k_0 = \frac{m_y}{m_x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} F(m_x + x^0) \omega(x) dx + F(m_x)}{\int_{-\infty}^{+\infty} x \omega(x) dx}$$

$$k_1 = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} F^2(m_x + x^0) \omega(x) dx - m_y^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \omega(x) dx} \right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$k_2 = \frac{R_{xy}(0)}{R_x(0)} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} F(m_x + x^0) x \omega(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \omega(x) dx}$$

$$k_\sigma = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

Dưới đây ta đưa ra các giá trị của các hệ số này và các đồ thị của nó đối với một vài độ phi tuyến tính khi tác dụng tín hiệu đầu vào phân bố theo tiêu chuẩn có mật độ xác suất tiêu chuẩn:

$$\omega(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

và tích phân xác suất:

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

$$\left(z = \frac{x}{\sigma_x} \right)$$

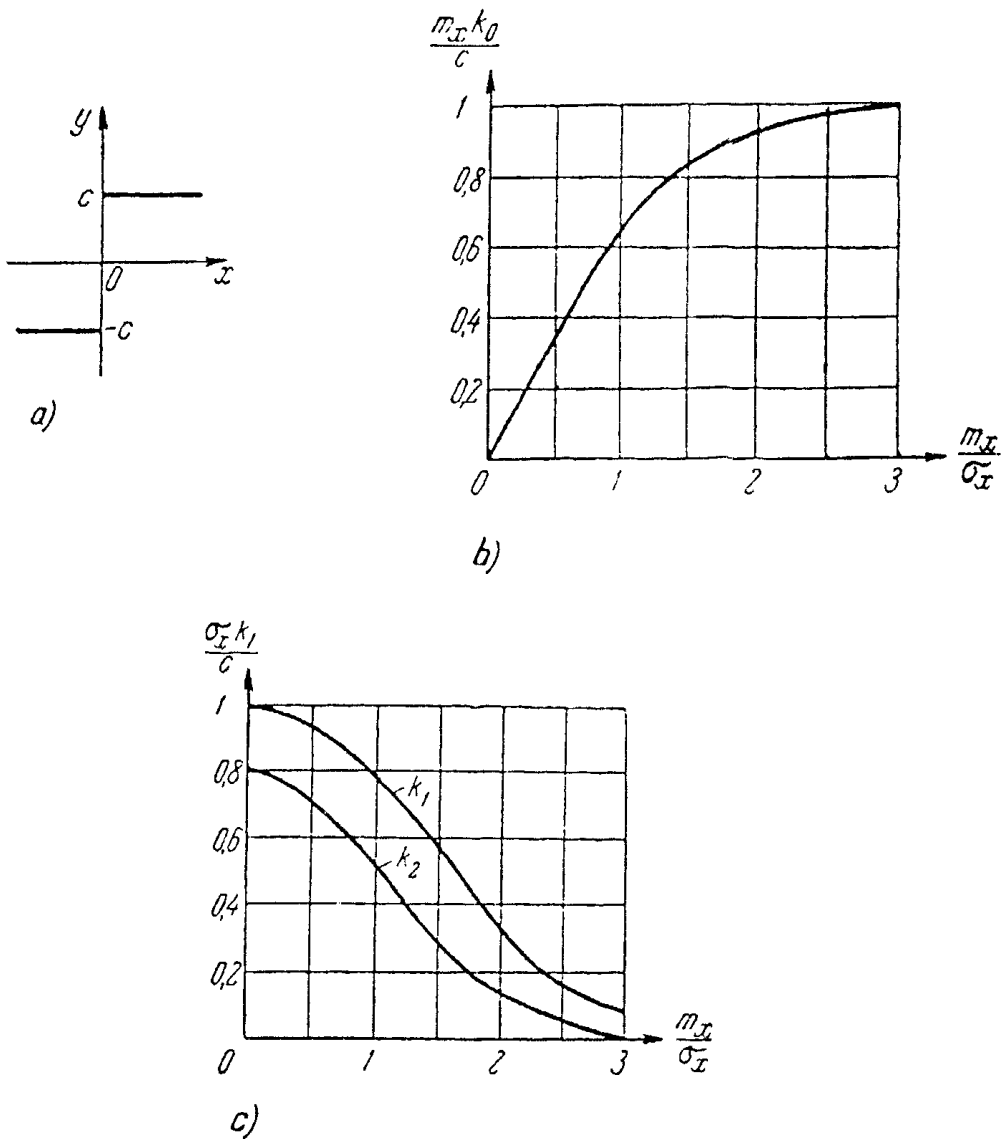
1) Đặc tính role lý tưởng (hình 371a):

$$k_0 = \frac{c}{m_x} 2\Phi\left(\frac{m_x}{\sigma_x}\right) \quad (\text{P22})$$

$$k_1 = \frac{c}{\sigma_x} \left[1 - 4\Phi^2\left(\frac{m_x}{\sigma_x}\right) \right]^{1/2} \quad (\text{P23})$$

$$k_2 = \frac{c}{\sigma_x} \cdot \frac{2}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{m_x}{\sigma_x}\right)^2} \quad (\text{P24})$$

Các đồ thị các hệ số đưa ra trên hình 371b, c.



Hình 371. Các đồ thị cho đặc tính role lý tưởng.

2) Đặc tính role đơn trị có vùng không nhạy cảm (hình 372a):

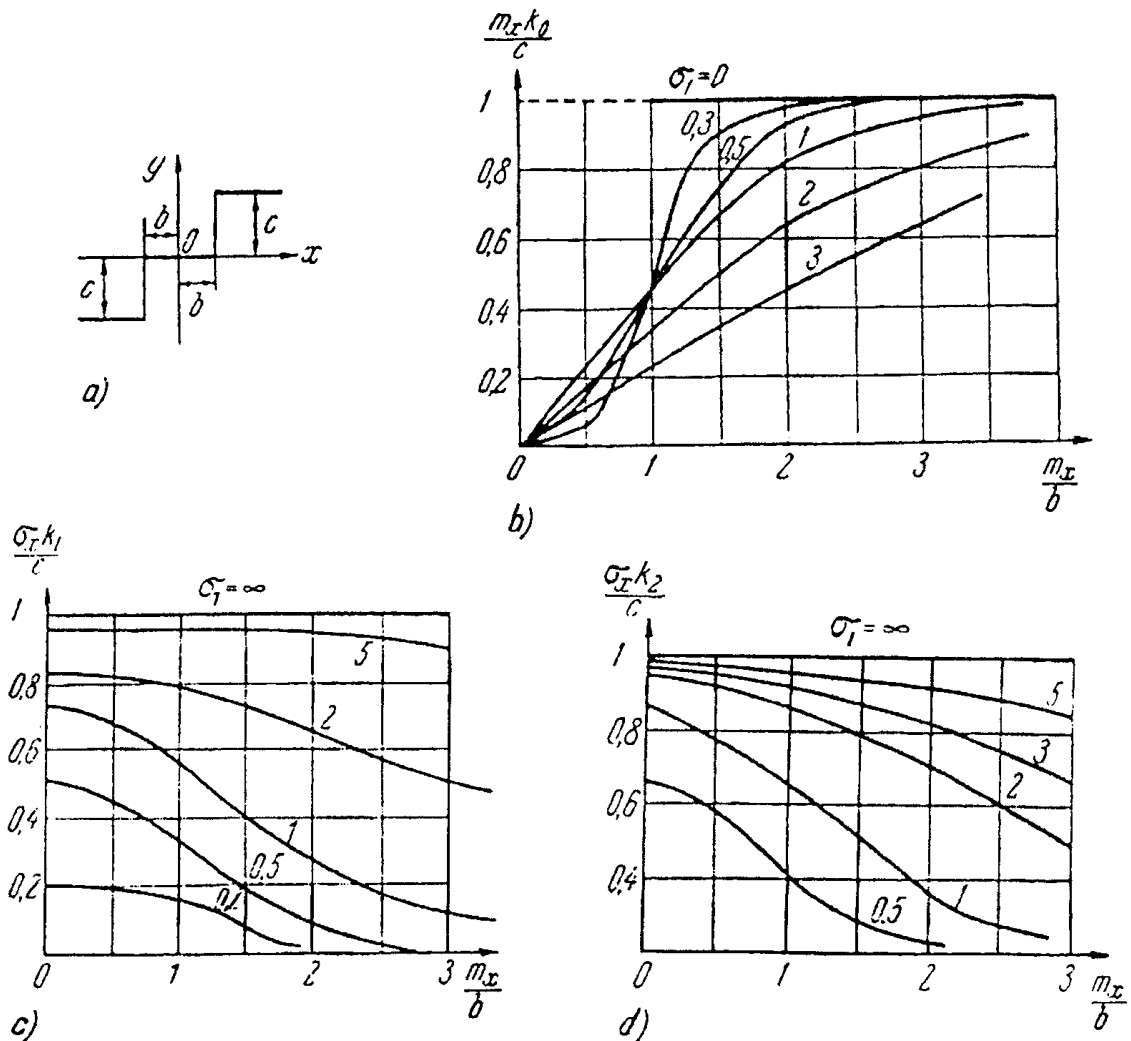
$$k_0 = \frac{c}{m_x} \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) \right] \quad (P25)$$

$$k_1 = \frac{c}{\sigma_x} \left\{ 1 - \frac{k_0^2 m_x^2}{c^2} - \Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) \right\}^{1/2} \quad (P26)$$

$$k_2 = \frac{c}{\sigma_x} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right] \quad (P27)$$

$$m_1 = \frac{m_x}{b}, \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_x}{b} \quad (P28)$$

Các đồ thị các hệ số được đưa ra trên hình 372b, c, d.

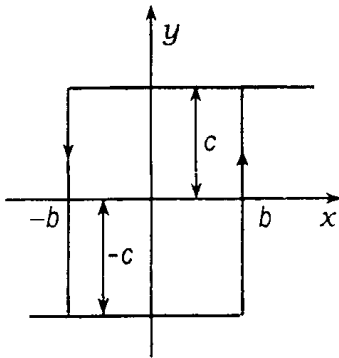


Hình 372. Các đồ thị đối với đặc tính role đơn trị có vùng không nhạy cảm.

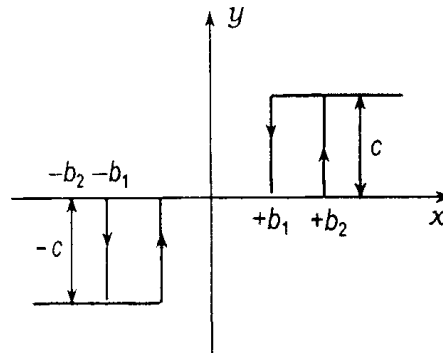
3) **Đặc tính role có trễ** (hình 373)

Các hệ số k_0 và k_2 được xác định tương ứng bởi các công thức (P25) và (P27):

$$k_1 = \frac{c}{\sigma_x} \left[1 - \frac{k_0^2 m_x^2}{c^2} \right]^{1/2} \quad (P29)$$



Hình 373



Hình 374

4) **Đặc tính role không đơn trị có vùng không nhạy cảm** (hình 374):

$$k_0 = \frac{c}{2m_x} \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{v+m_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{v-m_1}{\sigma_1}\right) \right] \quad (P30)$$

$$k_1 = \frac{c}{\sigma_x} \left\{ 1 - \frac{k_0^2 m_x^2}{c^2} - \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{v+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{v-m_1}{\sigma_1}\right) \right] \right\}^{1/2} \quad (P31)$$

$$k_2 = \frac{c}{\sigma_x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot \left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v+m_1}{\sigma_1}\right)^2} + e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right] \quad (P32)$$

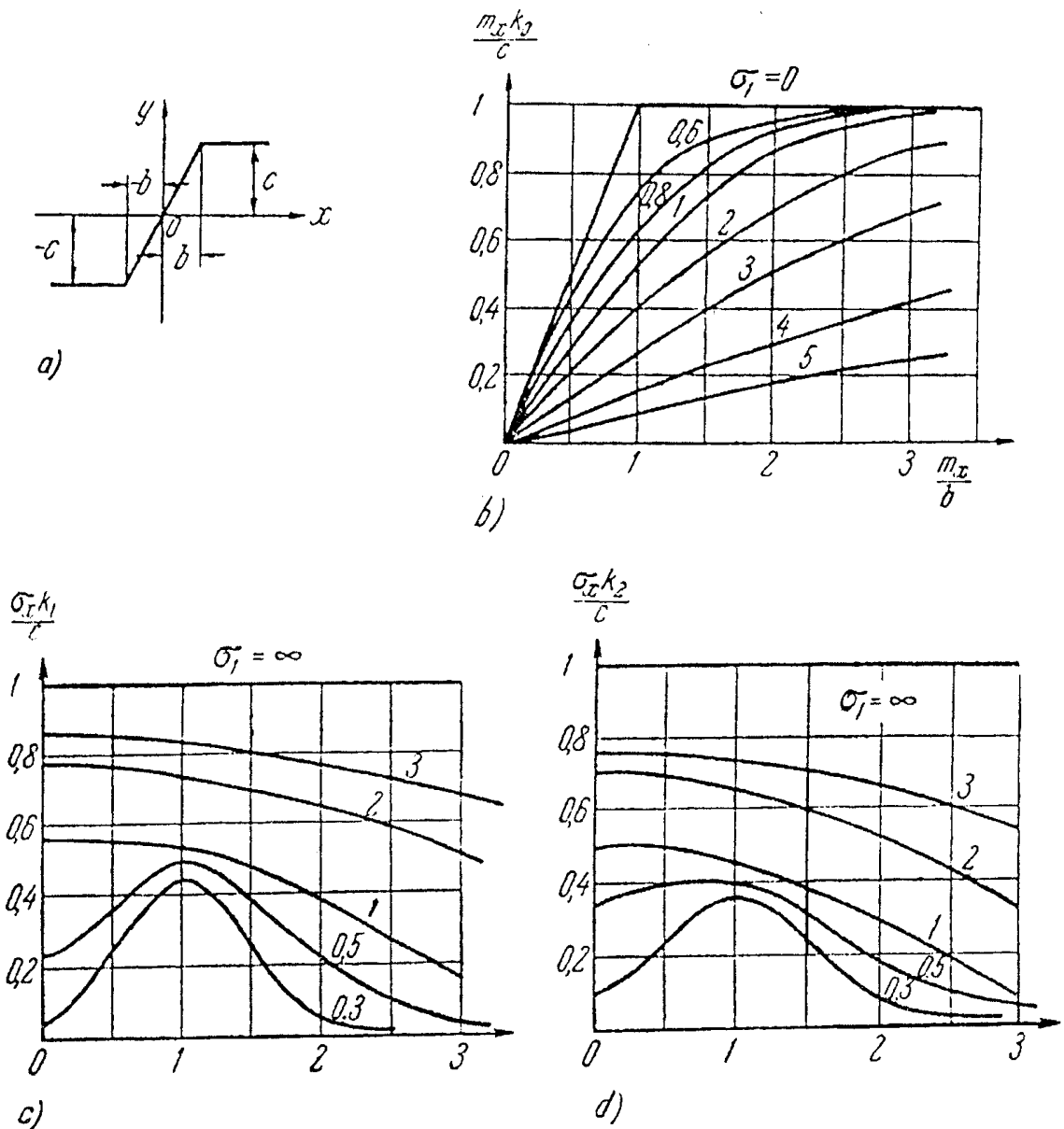
5) **Đặc tính tuyến tính có bão hoà** (hình 375a):

$$k_0 = \frac{c}{m_x} \left\{ (1+m_1)\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) - (1-m_1)\Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) + \frac{\sigma_1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right] \right\} \quad (P33)$$

$$k_1 = \frac{c}{\sigma_x} \left\{ 1 - \frac{k_0^2 m_x^2}{c^2} + (m_1^2 + \sigma_1^2 - 1) \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) \right] - \frac{\sigma_1(1-m_1)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right)^2} - \frac{\sigma_1(1+m_1)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right)^2} \right\}^{1/2} \quad (P34)$$

$$k_2 = \frac{c}{\sigma_1} \sigma_1 \left[\Phi\left(\frac{1+m_1}{\sigma_1}\right) + \Phi\left(\frac{1-m_1}{\sigma_1}\right) \right] \quad (P35)$$

Các đồ thị các hệ số được biểu diễn trên hình 375b, c, d.



Hình 375. Các đồ thị đối với đặc tính tuyến tính có bão hoà.

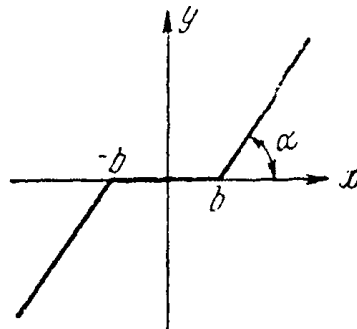
6) Đặc tính tuyến tính có vùng không cảm ứng (hình 376)

$$k_0 = l \left\{ 1 - \frac{l}{m_1} \left[(1 + m_1) \Phi \left(\frac{1 + m_1}{\sigma_1} \right) - (1 - m_1) \Phi \left(\frac{1 - m_1}{\sigma_1} \right) \right] + \frac{\sigma_1}{m_1 \sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{1 + m_1}{\sigma_1} \right)^2} - e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{1 - m_1}{\sigma_1} \right)^2} \right] \right\} \quad (\text{P36})$$

$$k_1 = l \left\{ 1 + \frac{m_1^2 + 1}{\sigma_1^2} - \frac{k_0^2 m_x^2}{l^2} - \left[1 + \left(\frac{1 + m_1}{\sigma_1} \right)^2 \right] \Phi \left(\frac{1 + m_1}{\sigma_1} \right) - \left[\left(1 + \frac{1 - m_1}{\sigma_1} \right)^2 \right] \Phi \left(\frac{1 - m_1}{\sigma_1} \right) - \frac{1 + m_1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{1 + m_1}{\sigma_1} \right)^2} - \frac{1 - m_1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{1 - m_1}{\sigma_1} \right)^2} \right\}^{1/2} \quad (\text{P37})$$

$$k_2 = l \left[1 - \Phi \left(\frac{1 + m_1}{\sigma_1} \right) - \Phi \left(\frac{1 - m_1}{\sigma_1} \right) \right] \quad (\text{P38})$$

$$l = \operatorname{tg} \alpha$$



Hình 376

31. Tích phân định mức mật độ xác suất của quy luật phân bố tiêu chuẩn

$$\text{Các giá trị của hàm } \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Bảng P.13

u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)	u	Φ(u)
0,00	0,000	0,66	0,245	1,32	0,407	1,98	0,476
0,02	0,008	0,68	0,252	1,34	0,410	2,00	0,477
0,04	0,016	0,70	0,258	1,36	0,413	2,04	0,479
0,06	0,024	0,72	0,264	1,38	0,416	2,08	0,481
0,08	0,032	0,74	0,270	1,40	0,419	2,12	0,483
0,10	0,040	0,76	0,276	1,42	0,422	2,16	0,485
0,12	0,048	0,78	0,282	1,44	0,425	2,20	0,486
0,14	0,056	0,80	0,288	1,46	0,428	2,24	0,488
0,16	0,064	0,82	0,294	1,48	0,431	2,28	0,489
0,18	0,071	0,84	0,300	1,50	0,433	2,32	0,490
0,20	0,079	0,86	0,305	1,52	0,436	2,36	0,491
0,22	0,087	0,88	0,311	1,54	0,438	2,40	0,492
0,24	0,095	0,90	0,316	1,56	0,441	2,44	0,493
0,26	0,103	0,92	0,321	1,58	0,443	2,48	0,493
0,28	0,110	0,94	0,326	1,60	0,445	2,52	0,494
0,30	0,118	0,96	0,332	1,62	0,447	2,56	0,495
0,32	0,126	0,98	0,337	1,64	0,450	2,60	0,495
0,34	0,133	1,00	0,341	1,66	0,452	2,64	0,496
0,36	0,141	1,02	0,346	1,68	0,454	2,68	0,496
0,38	0,148	1,04	0,351	1,70	0,455	2,72	0,497
0,40	0,155	1,06	0,355	1,72	0,457	2,76	0,497
0,42	0,163	1,08	0,360	1,74	0,459	2,80	0,497
0,44	0,170	1,10	0,364	1,76	0,461	2,84	0,498
0,46	0,177	1,12	0,369	1,78	0,463	2,88	0,498
0,48	0,184	1,14	0,373	1,80	0,464	2,92	0,498
0,50	0,192	1,16	0,377	1,82	0,466	2,96	0,499
0,52	0,199	1,18	0,381	1,84	0,467	3,00	0,499
0,54	0,205	1,20	0,385	1,86	0,469	3,20	0,4993
0,56	0,212	1,22	0,389	1,88	0,470	3,40	0,4997
0,58	0,219	1,24	0,393	1,90	0,471	3,60	0,49984
0,60	0,226	1,26	0,396	1,92	0,473	3,80	0,49993
0,62	0,232	1,28	0,400	1,94	0,474	4,00	0,49997
0,64	0,239	1,30	0,403	1,96	0,475	4,50	0,499997
						5,00	0,49999997

32. Mật độ tiêu chuẩn của xác suất có quy luật phân bố theo tiêu chuẩn

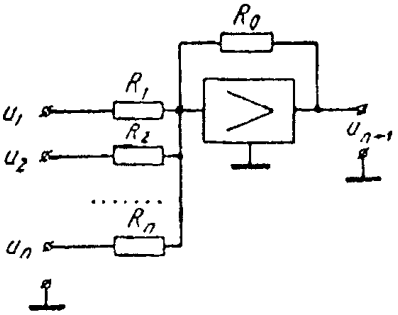
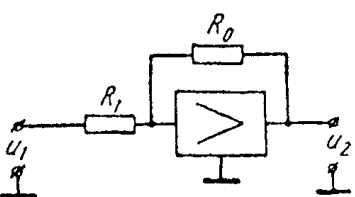
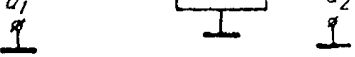
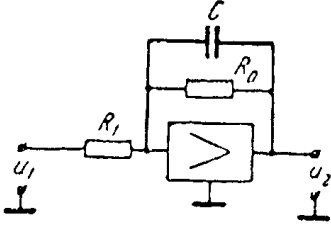
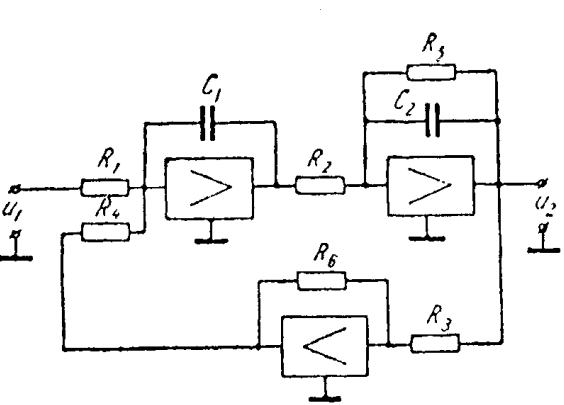
Các giá trị của hàm $\omega(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$.

Bảng P.14

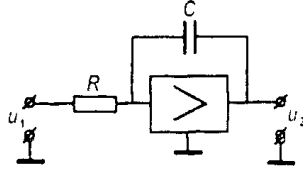
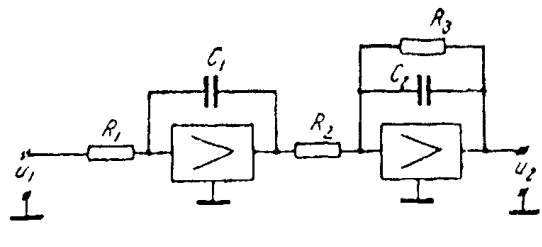
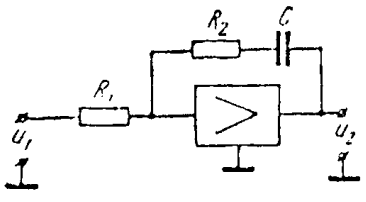
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,399	399	399	399	399	398	398	398	398	397
0,2	391	390	389	389	388	387	386	385	384	383
0,4	368	367	365	364	362	360	359	357	356	354
0,6	333	331	329	327	325	323	321	319	317	314
0,8	290	287	285	283	280	278	276	273	271	269
1,0	0,242	240	237	235	232	230	228	225	223	220
1,2	194	192	189	187	185	183	180	178	176	174
1,4	150	148	146	144	142	139	137	135	133	132
1,6	111	109	107	106	104	102	101	099	097	096
1,8	079	078	076	075	073	072	071	069	068	067
2,0	0,054	053	052	051	050	049	048	047	046	045
2,2	036	035	034	033	033	032	031	030	030	029
2,4	022	022	021	021	020	020	019	019	018	018
2,6	014	013	013	013	012	012	012	011	011	011
2,8	008	008	008	007	007	007	007	007	006	006
3,0	004	004	004	004	004	004	004	004	004	003

33. Mô hình hoá các phần tử các sơ đồ cấu trúc của các hệ tiêu chuẩn ở các bộ khuếch đại chức năng

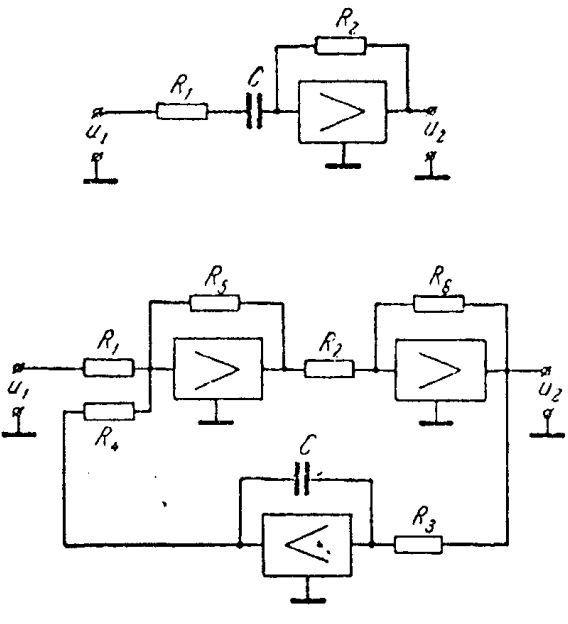
Bảng P.15

TT	Tên phân tử	Mẫu phân tử	Hàm truyền và phương trình phân tử
1	Bộ tổng		$u_{n+1} = -R_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} u_i$
2	Bộ đảo		$u_2 = -\frac{R_0}{R_1} u_1 = -u_1$ $R_0 = R_1$
3	Khâu không quán tính		$u_2 = -k u_1, k = \frac{R_0}{R_1}$
4	Khâu không chu kỳ bậc nhất		$k = -\frac{R_0}{R_1}$ $W(p) = \frac{k}{T_p + 1}$ $T = R_0 C$
5	Khâu không chu kỳ bậc hai		$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$ $k = \frac{R_4 R_3}{R_1 R_6}$ $T_2 = \sqrt{\frac{R_4 R_2 R_3 C_1 C_2}{R_6}}$ $T_1 = \frac{R_4 R_2 R_3 C_1}{R_5 R_6}$ $T_1 > 2T_2$

Bảng P.15 (tiếp theo)

TT	Tên phần tử	Mẫu phần tử	Hàm truyền và phương trình phần tử
6	Khâu dao động	Sơ đồ trùng với sơ đồ chọn khâu không chu kỳ bậc thứ hai (vị trí 5). Cũng xem hình 344, 345.	$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$ $k = \frac{R_4 R_3}{R_1 R_6},$ $T = \sqrt{\frac{R_4 R_2 R_3 C_1 C_2}{R_6}}$ $\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_4 R_2 R_3 C_1}{R_5^2 R_6 C_2}},$ $\xi < 1.$
7	Khâu bảo quản		$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}$ $k = \frac{R_4 R_3}{R_1 R_6},$ $T = \sqrt{\frac{R_4 R_2 R_3 C_1 C_2}{R_6}}$ $R_5 = \infty \text{ (ngắt)}, \xi = 0$
8	Khâu tích phân lý tưởng (bộ tích phân)		$W(p) = \frac{k}{p}, k = -\frac{1}{RC}$
9	Bộ tích phân quán tính		$W(p) = \frac{k}{p(Tp + 1)}$ $= \frac{k(1 + Tp)}{p}$ $k = \frac{R_3}{C_1 R_1 R_2}, T = R_3 C_2$
10	Khâu quân bằng		$W(p) = \frac{k}{p} + k_1$ $k_1 = -\frac{R_2}{R_1}, k = -\frac{1}{R_1 C},$ $T = R_2 C$

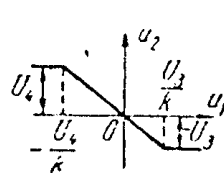
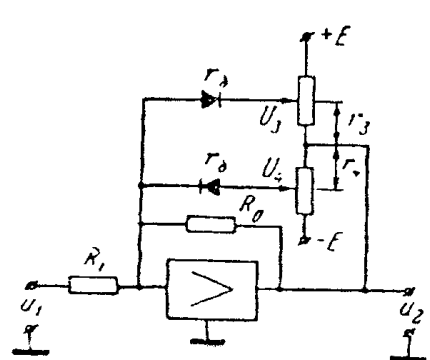
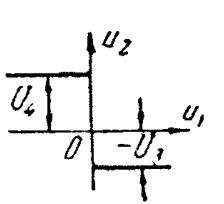

Bảng P.15 (tiếp theo)

TT	Tên phần tử	Mẫu phần tử	Hàm truyền và phương trình phần tử	
11	Khâu vi phân quán tính		$W(p) = \frac{kp}{Tp + 1}$	$k = R_2 C$ $T = (R_1 + R_2) C$
				$k = \frac{R_4 R_3 C}{R_1}$ $T = \frac{R_4 R_2 R_3 C}{R_5 R_6}$

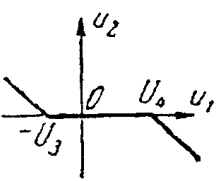
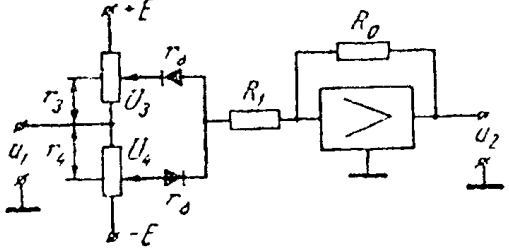
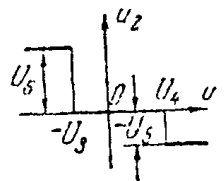
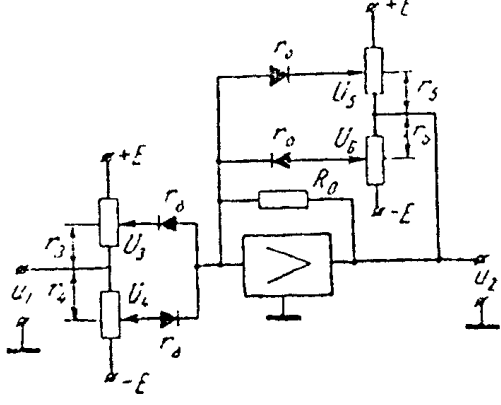
Chú thích: Khâu không chu kỳ bậc hai có thể thu được nhờ hai mô hình nối tiếp khâu không chu kỳ bậc nhất.

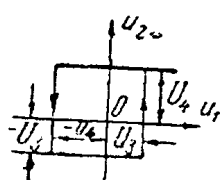
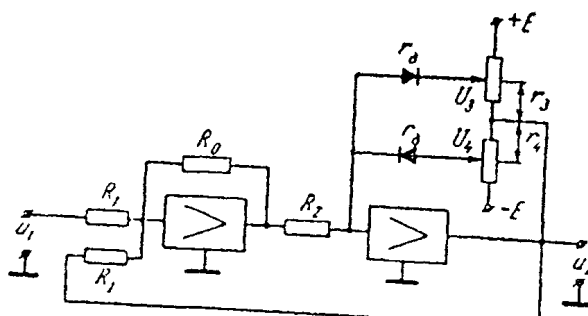
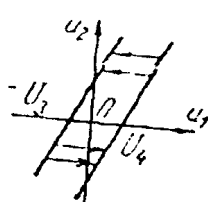
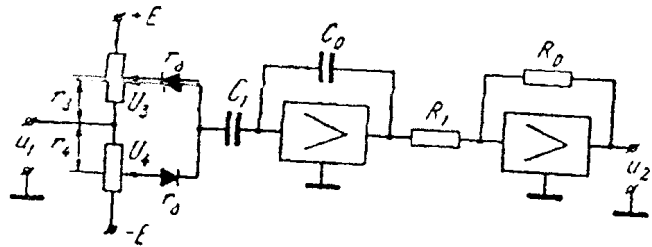
Biểu diễn các đặc tính phi tuyến ở các bộ khuếch đại chức năng

B

Đặc tính tĩnh	Sơ đồ mô hình hoá đặc tính tĩnh	Phương trình hay biểu diễn bằng giải tích đặc tính tĩnh
<p>Tuyến tính có giới hạn hay bão hoà</p> 		$u_2 = \begin{cases} -ku_1, 0 \leq \frac{u_1}{k} \\ -U_3 \text{ khi } u_1 \geq \frac{U_3}{k} \\ ku_1, -\frac{U_4}{k} \leq u_1 \leq 0, \\ U_4 \text{ khi } u_1 \leq -\frac{U_4}{k} \end{cases}$ $k = \frac{R_0}{R_1} \text{ khi } r_{\text{DOBP}} = \infty,$ $r_{\text{Dnp}}, r_3 \text{ và } r_4 \ll R_1$
<p>.....</p> 		$u_2 = \begin{cases} = U_3 \text{ khi } u_1 \geq 0 \\ U_4 \text{ khi } u_1 < 0 \end{cases}$ $R_0 = \infty, r_{\text{DOBP}} = \infty; r_{\text{Dnp}}, r_3 \text{ và } r_4 \ll R_1$

Bảng P.16

Đặc tính tĩnh	Sơ đồ mô hình hoá đặc tính tĩnh	Phương trình hay biểu diễn bằng giải tích đặc tính tĩnh
<p>Tuyến tính có vùng không nhạy cảm</p> 		$u_2 = \begin{cases} -k(u_1 - U_4) & \text{khi } u_1 \geq U_4, \\ k(u_1 + U_3) & \text{khi } u_1 \leq -U_3, \\ 0, & -U_3 < u_1 < U_4 \end{cases}$ $k = \frac{R_0}{R_1} \text{ khi } r_{\text{DOBp}} = \infty;$ $r_{\text{Dnp}}, r_3 \text{ và } r_4 \ll R_1$
<p>Rơle có vùng không nhạy cảm</p> 		$u_2 = \begin{cases} -U_5 & \text{khi } u_1 \geq U_4 \\ U_6 & \text{khi } u_1 \leq -U_3, \\ 0, & -U_3 < u_1 < U_4 \end{cases}$ $r_{\text{DoBp}} = \infty; r_{\text{Dnp}} \approx 0,$ $r_3, r_4, r_5 \text{ và } r_6 \ll R_0$

TT	Đặc tính tĩnh	Sơ đồ mô hình hoá đặc tính tĩnh	Phương trình hay biểu bằng giải tích đặc tính
5	Role có nhánh trề 		$u_2 = \begin{cases} -U_3 \text{ khi } u_1 - U_3 < 0, \\ U_4 \text{ khi } u_1 - U_3 > 0, \\ U_4 \text{ khi } u_1 + U_4 > 0, \\ -U_3 \text{ khi } u_1 + U_4 < 0, \end{cases}$
6	Có lỗ hay khe hở 		$u_2 = \begin{cases} k(u_1 - U_4) \text{ khi } \frac{du_1}{dt} > 0 \\ k(u_1 + U_3) \text{ khi } \frac{du_1}{dt} < 0 \\ \text{const khi } -U_4 \leq \frac{u_2}{k} - u_1 \end{cases}$ $k = \frac{c_1 R_0}{c_0 R_1}$

g hàm số $h(t_0)$

B

	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	
00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
58	0,165	0,176	0,184	0,192	0,199	0,207	0,215	0,223	0,231	0,240	0,248	0,255	0,259	0,267	0,275	0,282	0,290	0,297	0,305	0,312
10	0,326	0,340	0,356	0,371	0,386	0,401	0,417	0,432	0,447	0,461	0,476	0,490	0,505	0,519	0,534	0,547	0,562	0,575	0,588	0,601
19	0,469	0,494	0,516	0,538	0,560	0,580	0,603	0,617	0,646	0,665	0,685	0,706	0,722	0,740	0,758	0,776	0,794	0,813	0,831	0,849
72	0,597	0,628	0,655	0,683	0,709	0,733	0,761	0,786	0,810	0,833	0,856	0,878	0,899	0,919	0,938	0,956	0,974	0,986	1,000	1,014
74	0,705	0,739	0,771	0,802	0,833	0,861	0,891	0,916	0,943	0,967	0,985	1,010	1,031	1,042	1,060	1,078	1,098	1,113	1,128	1,143
55	0,790	0,828	0,863	0,896	0,928	0,958	0,987	1,013	1,038	1,061	1,082	1,100	1,117	1,130	1,142	1,154	1,164	1,172	1,181	1,190
14	0,853	0,892	0,928	0,963	0,994	1,024	1,050	1,074	1,095	1,115	1,132	1,145	1,158	1,161	1,166	1,171	1,174	1,175	1,176	1,177
57	0,896	0,938	0,974	1,008	1,039	1,060	1,090	1,107	1,124	1,142	1,152	1,158	1,159	1,160	1,161	1,156	1,149	1,141	1,133	1,125
33	0,923	0,960	0,997	1,029	1,057	1,080	1,100	1,115	1,129	1,138	1,134	1,134	1,138	1,132	1,127	1,111	1,099	1,085	1,071	1,057
96	0,936	0,978	1,012	1,042	1,067	1,087	1,103	1,112	1,117	1,118	1,115	1,107	1,098	1,084	1,069	1,053	1,037	1,019	1,001	0,983
00	0,940	0,986	1,019	1,046	1,067	1,083	1,093	1,095	1,097	1,092	1,083	1,070	1,050	1,032	1,016	0,994	0,979	0,962	0,945	0,928
04	0,943	0,982	1,013	1,037	1,054	1,065	1,070	1,068	1,062	1,051	1,037	1,021	1,003	0,984	0,966	0,949	0,934	0,922	0,910	0,898
04	0,942	0,980	1,009	1,030	1,043	1,050	1,049	1,043	1,033	1,018	1,001	0,982	0,965	0,948	0,936	0,920	0,910	0,903	0,896	0,890
04	0,944	0,979	1,006	1,024	1,035	1,037	1,033	1,023	1,009	0,993	0,975	0,957	0,941	0,927	0,917	0,911	0,908	0,909	0,910	0,911
07	0,945	0,980	1,006	1,019	1,025	1,025	1,017	1,005	0,989	0,974	0,958	0,944	0,926	0,922	0,911	0,920	0,927	0,934	0,941	0,948
10	0,951	0,985	1,008	1,020	1,024	1,021	1,012	0,995	0,981	0,966	0,951	0,941	0,935	0,932	0,936	0,944	0,955	0,970	0,985	1,000
18	0,956	0,989	1,010	1,021	1,022	1,018	1,007	0,992	0,977	0,966	0,949	0,944	0,948	0,951	0,958	0,974	0,990	1,006	1,022	1,038
24	0,965	0,997	1,016	1,025	1,025	1,018	1,006	0,992	0,978	0,970	0,960	0,961	0,966	0,976	0,990	1,006	1,023	1,039	1,055	1,071
32	0,972	1,004	1,022	1,029	1,027	1,019	1,006	0,993	0,982	0,975	0,972	0,980	0,987	1,000	1,015	1,033	1,048	1,059	1,075	1,091
39	0,978	1,009	1,025	1,031	1,027	1,019	1,006	0,993	0,987	0,982	0,985	0,993	1,006	1,020	1,036	1,049	1,059	1,063	1,068	1,073
46	0,985	1,013	1,028	1,033	1,028	1,017	1,005	0,993	0,991	0,987	0,996	1,007	1,017	1,033	1,046	1,054	1,058	1,055	1,051	1,047
47	0,988	1,015	1,029	1,031	1,025	1,014	1,002	0,993	0,991	0,993	1,002	1,014	1,027	1,039	1,047	1,048	1,044	1,034	1,024	1,014
49	0,988	1,016	1,027	1,028	1,021	1,010	0,999	0,991	0,989	0,997	1,006	1,017	1,029	1,037	1,043	1,034	1,024	1,010	0,995	0,980
50	0,988	1,015	1,025	1,024	1,015	1,004	0,994	0,988	0,987	0,997	1,006	1,019	1,026	1,027	1,025	1,015	1,000	0,984	0,968	0,952
50	0,989	1,013	1,022	1,019	1,010	0,999	0,990	0,986	0,986	0,997	1,006	1,018	1,019	1,017	1,010	0,995	0,979	0,965	0,950	0,935

Bảng P.17

0,0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90
0,950	0,989	1,012	1,019	1,015	1,005	0,994	0,986	0,985	0,987	0,997	1,006	1,014	1,012	1,005	0,993	0,980	0,964	0,955
0,950	0,990	1,011	1,017	1,011	1,000	0,990	0,983	0,984	0,988	0,998	1,006	1,010	1,005	0,995	0,982	0,968	0,958	0,954
0,952	0,989	1,001	1,016	1,000	0,997	0,988	0,983	0,985	0,991	1,000	1,006	1,008	0,999	0,987	0,974	0,965	0,961	0,965
0,954	0,990	1,012	1,015	1,008	0,996	0,987	0,985	0,988	0,996	1,002	1,006	1,005	0,994	0,983	0,970	0,969	0,971	0,981
0,956	0,993	1,012	1,014	1,007	0,995	0,988	0,987	0,991	1,000	1,005	1,007	1,002	0,993	0,983	0,976	0,978	0,987	1,001
0,959	0,995	1,014	1,014	1,006	0,995	0,989	0,988	0,996	1,004	1,007	1,007	1,001	0,993	0,985	0,984	0,991	1,003	1,019
0,961	0,997	1,015	1,014	1,006	0,995	0,991	0,992	0,998	1,007	1,011	1,008	1,001	0,994	0,990	0,993	1,003	1,018	1,031
0,964	0,999	1,016	1,014	1,005	0,995	0,993	0,995	1,002	1,009	1,011	1,008	1,001	0,996	0,995	1,001	1,014	1,027	1,036
0,965	1,001	1,016	1,013	1,005	0,995	0,994	0,997	1,005	1,010	1,012	1,007	0,999	0,997	0,999	1,008	1,020	1,030	1,032
0,966	1,002	1,015	1,012	1,003	0,995	0,994	0,998	1,006	1,010	1,009	1,005	0,997	0,998	1,002	1,012	1,023	1,027	1,023
0,967	1,002	1,015	1,011	1,002	0,995	0,995	1,001	1,008	1,010	1,008	1,002	0,997	0,998	1,004	1,014	1,020	1,018	1,008
0,967	1,001	1,015	1,009	1,001	0,994	0,995	1,001	1,007	1,009	1,006	0,999	0,995	0,998	1,003	1,012	1,014	1,007	0,993
0,967	1,000	1,015	1,008	0,998	0,992	0,995	1,001	1,006	1,006	1,001	0,995	0,993	0,997	1,004	1,009	1,006	0,995	0,981
0,967	1,000	1,014	1,006	0,996	0,991	0,995	1,001	1,005	1,004	0,998	0,992	0,992	0,996	1,003	1,005	0,998	0,985	0,973
0,967	1,000	1,013	1,005	0,995	0,991	0,995	0,991	1,005	1,002	0,996	0,991	0,992	0,995	1,003	1,001	0,991	0,979	0,972
0,968	1,002	1,012	1,004	0,994	0,991	0,996	1,002	1,004	1,001	0,995	0,991	0,994	0,996	1,001	0,996	0,986	0,976	0,974
0,968	1,002	1,011	1,003	0,994	0,992	0,997	1,003	1,004	1,001	0,995	0,993	0,997	0,996	0,999	0,993	0,983	0,975	0,981
0,969	1,002	1,011	1,003	0,995	0,992	0,999	1,004	1,004	1,001	0,996	0,995	1,000	0,995	0,998	0,992	0,986	0,988	0,997
0,971	1,002	1,011	1,002	0,995	0,993	1,000	1,005	1,004	1,000	0,996	0,996	1,000	0,994	0,997	0,991	0,991	0,997	1,012
0,973	1,002	1,011	1,002	0,996	0,995	1,002	1,006	1,004	0,999	0,997	1,000	1,004	1,000	0,996	0,992	0,998	1,008	1,022
0,974	1,005	1,011	1,002	0,996	0,997	1,004	1,007	1,003	0,999	0,998	1,001	1,006	1,001	0,997	0,994	1,002	1,015	1,025
0,975	1,005	1,010	1,002	0,996	0,998	1,004	1,008	1,003	0,998	0,999	1,002	1,007	1,002	0,998	0,997	1,007	1,017	1,023
0,975	1,005	1,010	1,001	0,996	0,999	1,005	1,007	1,002	0,997	1,000	1,002	1,008	1,003	0,999	1,000	1,008	1,017	1,015
0,975	1,005	1,009	1,000	0,996	0,999	1,005	1,006	1,001	0,997	1,000	1,002	1,006	1,003	1,000	1,002	1,008	1,014	1,005
0,975	1,005	1,008	1,000	0,995	0,999	1,005	1,004	1,000	0,996	1,000	1,002	1,004	1,003	1,001	1,003	1,005	1,008	0,991
0,975	1,005	1,008	0,999	0,995	0,999	1,004	1,003	0,998	0,996	1,000	1,002	1,002	1,002	1,002	1,004	1,004	1,001	0,986
0,975	1,005	1,007	0,999	0,995	0,999	1,004	1,002	0,997	0,996	1,000	1,002	1,000	1,001	1,002	1,004	1,002	0,987	0,984

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh. Toán học cao cấp (ba tập). Nhà xuất bản Giáo dục, 2004.
2. P. E. Đankô, A. C. Popov. Bài tập toán học cao cấp. Nhà xuất bản “Mir” Maxccva., 1983.
3. Đặng Văn Đào, Lê Văn Doanh. Kỹ thuật điện. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật Hà Nội, 2007.
4. Nguyễn Bình Thành, Nguyễn Trần Quân, Phạm Khắc Chương. Cơ sở lý thuyết mạch. Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1971.
5. Nguyễn Văn Mạnh. Lý thuyết điều chỉnh tự động quá trình nhiệt. Nhà in tại chức Bách khoa Hà Nội, 1993.
6. B. A. Bexenxki. Tuyển tập các bài toán điều khiển tự động. Nhà xuất bản “Khoa học”, Maxcova, 1979 (bằng tiếng Nga).
7. B. A. Bexenxki. Lý thuyết điều chỉnh tự động. Nhà xuất bản “Khoa học”, Maxccva., 1963 (bằng tiếng Nga).
8. B. I. Anhiximov. Tuyển tập các bài toán điều khiển tự động. Nhà xuất bản Năng lượng, 1973 (bằng tiếng Nga).
9. Nguyễn Doãn Phước. Lý thuyết điều chỉnh tuyến tính. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật Hà Nội, 2002.
10. Nguyễn Thương Ngô. Lý thuyết điều khiển tự động thông thường và hiện đại. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật Hà Nội, 2003.

MỤC LỤC

Lời nói đầu	3
-------------	---

PHẦN I CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH TUYẾN TÍNH CỦA ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

Chương 1

CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ CÁC HÀM TRUYỀN CỦA CÁC KHÂU VÀ CÁC HỆ TỰ ĐỘNG

	5
--	---

1.1. Các phương trình vi phân và các hàm truyền của các khâu	5
1.2. Các khâu động lực điển hình	20
1.3. Các phương trình vi phân và các hàm truyền của các hệ tự động	23
1.4. Các sơ đồ cấu tạo và biến đổi của chúng	29

Chương 2

CÁC ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA CÁC KHÂU ĐỘNG LỰC VÀ CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

2.1. Các đặc tính của các khâu động lực học	34
2.2. Các đặc tính biên độ - pha của hệ điều khiển tự động hở	43
2.3. Các đặc tính tần số thực của các hệ điều chỉnh tự động kín	50
2.4. Các đặc tính lôgarit của hệ điều chỉnh tự động	54

Chương 3

ĐỘ ỔN ĐỊNH CỦA CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

	62
--	----

3.1. Các tiêu chuẩn ổn định đại số	62
3.2. Các tiêu chuẩn độ ổn định Mikhailov	71
3.3. Tiêu chuẩn ổn định Naikvista	77
3.4. Xác định độ ổn định theo các đặc tính tần số lôgarit của hệ hở	84
3.5. Xây dựng các vùng ổn định	88

Chương 4

XÂY DỰNG CÁC QUÁ TRÌNH CHUYỂN TIẾP TRONG CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG

	92
--	----

4.1. Phương pháp cổ điển giải các phương trình vi phân	92
4.2. Sử dụng biểu diễn Laplace và Karson - Hevinsaid	100

4.3. Các phương pháp gần đúng tính toán các quá trình chuyển tiếp	113
A. Sử dụng các đặc tính tần số	113
B. Sử dụng các đường cong tiêu chuẩn đối với hệ pha tối thiểu có Đ.B.L điển hình	120

Chương 5

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG ĐIỀU CHỈNH

5.1. Xác định chính xác khi tồn tại dạng đã cho	127
5.2. Xác định độ chính xác khi có tác dụng nhiễu	138
5.3. Các phương pháp gốc đánh giá các tính chất động lực học	140
5.4. Đánh giá theo đường cong của quá trình chuyển tiếp	143
5.5. Các đánh giá tích phân	146
5.6. Các đánh giá các tính chất động lực theo tần số	150

Chương 6

TỔNG HỢP CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

6.1. Chọn các thông số CAP theo độ chính xác yêu cầu	154
6.2. Các phương pháp đại số chọn các thông số CAP	163
6.3. Các phương pháp tần số chọn các thông số CAP tính toán các thiết bị hiệu chỉnh biên tiếp	168
6.4. Tính toán các mối liên hệ ngược bổ sung và các mối liên hệ hiệu chỉnh song song thẳng	181
6.5. Tính toán các hệ điều khiển tổ hợp	192
6.6. Tính toán các mạch hiệu chỉnh nối tiếp làm việc ở tần số mạng	197

Chương 7

CÁC QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN TRONG CÁC HỆ TUYẾN TÍNH

7.1. Tính toán các hàm hiệu chỉnh và các mật độ phổ	200
7.2. Sự đi qua của tín hiệu ngẫu nhiên tĩnh qua hệ tuyến tính	209

Chương 8

CÁC HỆ CÓ CÁC THÔNG SỐ BIẾN ĐỔI

8.1. Xây dựng các quá trình chuyển tiếp	222
8.2. Đánh giá độ ổn định và chất lượng điều chỉnh	227

Chương 9

CÁC HỆ CÓ TRỄ VÀ VỚI CÁC THÔNG SỐ PHÂN BỐ

9.1. Các hệ có độ trễ tức thời	232
9.2. Các hệ có các thông số phân bố	237

Chương 10

CÁC HỆ XUNG 239

- 10.1. Các hàm phân tán và các phương trình của hệ xung 239
10.2. Độ ổn định và chất lượng các hệ xung 249

PHẦN II

**CÁC HỆ KHÔNG TUYẾN TÍNH
CỦA HỆ ĐIỀU CHỈNH TỰ ĐỘNG**

Chương 11

LẬP CÁC PHƯƠNG TRÌNH CỦA CÁC HỆ KHÔNG TUYẾN TÍNH 255

- 11.1. Các phương trình của các hệ theo dõi không tuyến tính 255
11.2. Các phương trình của hệ ổn định không tuyến tính 260

Chương 12

**CÁC PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU CHÍNH XÁC
ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ TỰ DAO ĐỘNG** 265

- 12.1. Phương pháp các quỹ đạo pha 265
12.2. Phương pháp A. M. Liapunov - A. I. Lurie 275
12.3. Phương pháp tần số B. M. Popov 279
12.4. Phương pháp ráp lại 282

Chương 13

**CÁC PHƯƠNG PHÁP GẦN ĐÚNG NGHIÊN CỨU
ĐỘ ỔN ĐỊNH VÀ SỰ TỰ DAO ĐỘNG** 286

- 13.1. Các phương pháp đại số xác định độ ổn định và sự tự dao động 286
13.2. Phương pháp tần số xác định tự dao động 292

Chương 14

ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CÁC HỆ PHI TUYẾN 300

- 14.1. Nghiên cứu các quá trình dao động chuyển tiếp bằng các phương pháp giải tích 300
14.2. Nghiên cứu các quá trình dao động chuyển động bằng các phương pháp tần số 307

Chương 15

CÁC DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC TRONG CÁC HỆ PHI TUYẾN 311

- 15.1. Xác định các dao động cưỡng bức đơn tần bằng phương pháp đồ thị 311
15.2. Tìm các dao động cưỡng bức đơn tần đối xứng bằng phương pháp tần số 315

<i>Chương 16</i>	
DIỄN BIẾN CỦA CÁC QUÁ TRÌNH NGẪU NHIÊN QUA CÁC HỆ PHI TUYẾN	
16.1. Xác định các hàm và các mômen phân bố quá trình ngẫu nhiên ở đầu ra hệ phi tuyến	321
16.2. Tính toán các hệ phi tuyến nhờ tuyến tính hoá tĩnh	326

**PHẦN III
CÁC HỆ TỐI ƯU, SỐ, TỰ HIỆU CHỈNH
VÀ MÔ HÌNH HOÁ**

<i>Chương 17</i>	
TỔNG HỢP CÁC HỆ ĐIỀU CHỈNH TỐI ƯU	
17.1. Tổng hợp các hệ tối ưu với sự sử dụng nguyên lý cực đại	334
17.2. Tổng hợp các hệ tối ưu bằng phương pháp lập trình động lực học và tính toán thay đổi cổ điển	339

<i>Chương 18</i>	
CÁC HỆ CÓ MÁY TÍNH SỐ (MTS)	
18.1. Các hàm truyền của hệ với (MTS) khi tính toán lượng tử theo thời gian	344
18.2. Độ ổn định và đánh giá chất lượng	349
18.3. Tổng hợp các hệ với MTS	352

<i>Chương 19</i>	
CÁC HỆ CỰC ĐẠI VÀ TỰ HIỆU CHỈNH	
19.1. Lập các sơ đồ cấu trúc của các hệ cực đại và tự hiệu chỉnh và nghiên cứu độ ổn định của chúng	359
19.2. Chất lượng các hệ điều chỉnh cực đại	365

<i>Chương 20</i>	
THÀNH LẬP CÁC SƠ ĐỒ ĐỂ MÔ HÌNH HOÁ CÁC HỆ ĐIỀU KHIỂN Ở CÁC MÁY TÍNH LIÊN TỤC	
20.1. Thành lập các sơ đồ để mô hình hoá các phần tử của hệ tự động ở các máy tính điện tử	373
20.2. Lập sơ đồ để mô hình hoá các phương trình vi phân và các hệ tự động trên các máy tính điện tử	383

PHỤ LỤC	390
TÀI LIỆU THAM KHẢO	442

